4202

PHILOSOPHIÆ RECENTIORIS

A BENEDICTO STAY

IN ROM. ARCHIGYMN. PUBL. ELOQ. ET HISTORIÆ ROM. PROFESS.

VERSIBUS TRADITÆ

LIBRI X

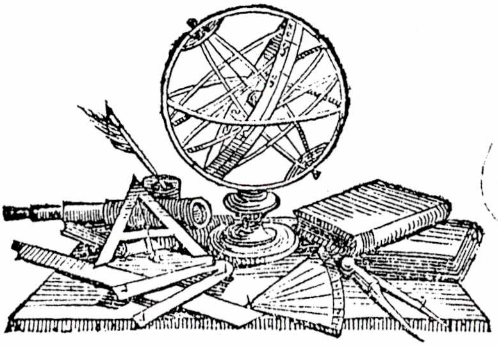
CUM ADNOTATIONIBUS, ET SUPPLEMENTIS

P. ROGERII JOSEPHI BOSCOVICH S. J.

IN COLLEGIO ROM. PUBL. MATHESEOS PROFESS.

TOMUS II.

AD CAROLUM
REZZONICUM
CARDINALEM AMPLISSIMUM



ROMÆ MDCCLX.

TYPIS, ET SUMPTIBUS
NICOLAI ET MARCI PALEARINI
PRÆSIDUM FACULTATE.

I. bq. 204

*Si vende in Verona, pres-
so Michelangelo Fumanel-
li, librajo alle Arche N.
1158, dove si trova un' as-
sortimento di Libri Scola-
stici ed altra sorte a' prez-
zi vantagg osi.*

CAROLO REZZONICO
CLEMENTIS XIII. P. M.
FRATRIS FILIO
CARDINALI AMPLISSIMO
ET
S. R. E. VICECANCELLARIO.

BENEDICTUS STAY SALUTEM.

CUM Pontifex Maximus CLEMENS XIII. Patruus tuus poſt Chriſtianæ Reipublicæ gubernationem ſuſceptam Nationis Illyricæ patrocinium, quod ipſe diu ſuſtinuerat, ad Te, CARDINALIS AMPLISSIME, tanquam hæreditatem ſuæ erga nos optimæ voluntatis, tranſmiſſum eſſe voluiſſet, hujuſmodi honorificentiſſimo decreto me ipſum præſertim, qui Nationi eidem hìc in Urbe præſum, tutelæ, atque auctoritati tuæ commendatum exiſtimavi. Quapropter mihi præ cæteris enitendum eſſe arbitratus ſum, ut

Te officiis omnibus demereri, Tibique magnitudinem obſervantiæ meæ quoquomodo declarare poſſem. Cum igitur ego ætatem pene omnem in inveſtigatione, ac contemplatione Naturæ inſumpſerim, eaque ſtudia cum humanioribus diſciplinis ſemper conjunxerim, nullum majus habeo, mihique carius munus, quam hunc laborum, vigiliarumque mearum fructum, alterum de Philoſophia Volumen, quod ad Te deferam in publicum obſequii mei teſtimonium. Qua quidem in re quanquam magis decoris mei, quam tuæ dignitatis rationem habere videor, nihil tamen ab ea ipſa alienum facere me puto, ſi exornari per Te, illuſtrarique desidero; cum qui ab aliis ſibi ſtudent ornamenta adſciſcere, hoc ipſo ornatiſſimos eos eſſe fateantur. Quod judicium de Te meum communi hominum rumore famaque præcipue comprobatur, ex quo ad Te repente oculos omnium, ſermoneſque convertiſti. Antea enim, quanquam ſplendidiſſima, locupletiſſimaque Domo natus, eaque omni morum ſanctitate inſtructiſſima, aperire tamen, ac munire Tibi ad honores viam domeſticis maluiſti virtutibus, quam copiis. Cum dignitates minime per cupiditatem ipſe exquireres, atque ambires, ſed ultro delata munera obires diligentiſſime, non jam in aliorum oculos incurrere, nec inanem aucupari gloriam, ſed vera ſolidaque laude inſtrui geſtiebas. Poſteaquam vero divinitus factum eſt, ut Patruus tuus ſumma omnium lætitia, ac plauſu Pontifex Maximus eſſet renunciatus, illud etiam effici debuit, ut, cui præſertim tuæ perſpectæ lau-

laudes, exploratæque erant, facile ſuadentibus, ac pene cogentibus Bonis omnibus Te ad honores maximos, ſimulque ad graviſſimam curarum ſuarum partem evocaret; qua in re ſatis conſtat minus illum cognationi atque in ſuos charitati dare, quam utilitatibus omnium, ac Chriſtianæ Reipublicæ commodis conſulere voluiſſe. Ac tum illud quidem effecit, ut virtutes tuas efferret in publicum, ac auguſtiore collocaret in gradu, quo conſpectiores redderet, atque illuſtriores. Enituit enimvero tum maxime tua illa morum ſuavitas, atque candor, illa vitæ æquabilitas, animique moderatio, quæ eo admirabilior eſt, quo difficilior in tam ſecundis rebus eſſe ſolet, atque infrequentior; tantis enim, ac tam ſubitis obſequentis fortunæ muneribus minime commoveri, excellentis cujuſdam eſt animi, eaque conſtantia præditi, quæ ex vera rerum æſtimatione conſtat, propriorumque bonorum, ac ſupra terrenas omnes fluxaſque res conſtitutorum fiducia comparatur. Quid mirum igitur, ſi in tanta poteſtate tantam abſtinentiam, atque integritatem, tantam in omnes humanitatem præferas, præcipue vero mirifico religionis ac pietatis ſtudio ardeas, ac demum hoc Patrui tui imperium ornes, & fulcias iis artibus, quibus idem eſt ipſe conſequutus? Sed me vix in virtutes ingreſſum tuas ea deterret, ac retrahit cogitatio, ne in modeſtiæ offenſionem ipſa laudum incurrat veritas, illamque, quam ex benignitate tua ſperabam, minuat, ac corrumpat gratiam. Quapropter ut ad me ipſum ex periculoſo hujuſ-

modi argumento me referam, ſi hoc officii genere impetravero benevolentiam erga me tuam, tantoque me propterea patrocinio ſultum ac munitum intellexero, eximium ſane laborum ac ſtudiorum meorum præmium me conſequutum putabo. Tu vero tua in me gratia palam illud facies, optimo Te in litteras eſſe ac bonas artes animo, Viroſque, qui eas profitentur, ac colunt, diligere, complecti, ac fovere diceris; quo quidem haud ſcio, an ulla alia res magis ad dignitatem tuam, tuique Nominis immortalitatem conferat. Semper hæc Urbs claris atque in omni bonarum artium genere illuſtribus favit ingeniis, atque idcirco ſemper præſtantiſſimis doctrinarum omnium monumentis excelluit; illi enim, qui hìc rerum potiebantur, optime norant, quantum civitati decus, quantum religioni quoque columen in doctrina, atque eruditione ſit poſitum, & quanta exinde fiat auctoritatis acceſſio. Hujuſmodi ſapientiſſimo conſilio inſiſtere, atque eorum temporum renovare exempla Te potiſſimum omnes deſiderant; in tua enim tanta amplitudine, ac poteſtate, ſingularique apud Summum Pontificem gratia ſita maxime, & conſtituta præſidia pene omnia vident artium optimarum. Eas ſi patrocinio tuo, ut profecto facies, complexus fueris, huic Imperio, atque hiſce temporibus, quibus integritatem, atque juſtitiam, virtutemque omnem, ac ſanctitatem florere præcipue lætamur, mirificam quandam claritatem, ac lucem adjunxeris. Vale.

AR-

ARGUMENTUM
LIBRI QUARTI.

De cæleſtium corporum gravitate acturus Cæli præ Terra magnitudinem conſiderat, Naturæque in eo majeſtatem admiratur; omneſque, qui ratione utuntur, tanquam Mundi Cives, leges ejuſdem ait tantummodo obſervare debere, mutare vero non poſſe. Tum ad Newtoni *laudes delabitur, in iiſque ad verſ.* 100. *inſiſtit. Ordinem, quem ſibi proponit ſervandum, exemplo aſtronomicarum dimenſionum explicat, atque a verſ.* 134 *Lunam aggreditur attingens ejus motus, ac veſtigans diſtantiam, unde gravitatem ejuſdem in Terram deducit, eamque eſſe in ratione reciproca duplicata diſtantiarum probat, exemploque confirmat ad verſ.* 308. *Ad hanc deinde progreditur diſtantiarum legem in cæteris quoque Planetis ſtabiliendam; quod ut præſtet, Cæli deſcriptionem præmittit, fixas primo ſtellas definiens, tum quas errantes vocant, earumque a Sole diſtantias, motus, ac converſionum tempora ſubjicit, quibus adjungit & Cometas. Cur diu vera cæleſtium corporum diſpoſitio latuerit una cum variis veterum, nec non & recentiorum Aſtronomorum erroribus declarat, receptumque jam inter Planetas ordinem ſtatuit, treſque proponit* Keplerianas *leges, ad quas intelligendas ea, quæ in Ellipſi ſcitu neceſſaria ſunt, breviter perſequitur. A verſ.* 514 *prima* Kepleri *lex Solem in altero locat e binis* Ellipſeos *focis, qua in Curva quivis Planeta orbem percurrit ſuum. Per ſecundam legem areæ orbium Planetariorum ſunt temporibus proportionales. Tertia demum lex quadrata temporum periodicorum facit eſſe, ut mediarum diſtantiarum cubos. Hæ leges, ut in Planetis primariis circa Solem, ita & in ſecundariis, ſeu Satellitibus circa primarios ſuos ſervantur; iis tamen Luna aliquantulum repugnare videtur ob varias ejuſdem inæqualitates. Hæc ad verſ.* 635. *Maris deinde æſtus cum Sole & Luna conjunctus, aberrationes Jovis, & Saturni, eorumque Satellitum, cum illi propius inter ſe diſtant, aſtronomicarum tabularum poſt aliquod tempus corrigendarum neceſſitas, forma Planetarum globoſa, nonnullorumque circa proprium axem obſervata revolutio, æquinoctiorum demum præceſſio in hoc apparatu non deſunt. Quorum omnium cauſas redditurus a verſ.* 687 *ex tertia* Kepleri *lege deducit Planetas omnes primarios in Solem, omneſque ſecundarios in ſuos primarios illa gravitatis vi tendere, quæ in ratione ſit reciproca duplicata diſtantiarum, ea videlicet ipſa, quæ inventa eſt in gravitate Lunæ cum gravitate noſtrorum corporum comparatæ. Quæ in ratione explicanda, ac confirmanda ad verſ.* 822 *immoratur. Ex quibus infert gravitatem noſtrorum corporum in Terram ejuſdem eſſe ac eam generis, quæ primarios Planetas in Solem, ſecundarios in primarios trahit; propterea diffuſam undique per totum Planetarum hoc ingens ſpatium eſſe, nec jam ſoli, ut hactenus creditum, Terræ attribuendam. A verſ.* 851 *deſcendit ad problemata quædam motus corporum projectorum, quæ ejuſmodi vi ſolicitentur, definitque, quid corpora, ut in Ellipſi ferantur, aut in parabola, aut in hyperbola, determinet. Expoſiturus porro Cometas quoque eadem, qua Planetas, teneri gravitatis in Solem vi, eos pri-*

num deſcribit, quales obſervari ſolent, a ſideribus cæteris diſtinguens; nihil mortalibus, ait, funeſti ab iis ſignificari, cum vulgo jam pridem timori eſſent, neque Telluri proximas perſtare; neque ab ejuſdem Telluris illos, ut nec a Planetarum, aut Solis exhalationibus exoriri poſſe: Eſſe igitur Cometas corpora mundo coæva motu ſemper conſtante per Cælum labentia. Poſt Carteſii, Bernoulii, & Caſſini propoſitas de Cometis, rejectaſque ſententias ad Newtonianam tranſit, vique gravitatis in Solem eorum explicat motus, quos in Ellipſi maxime longa & procurrente fieri probat; pro qua Newtoniana theoria Cometarum multas affert obſervationes; unde evincit ad verſ. 1266, confirmatque generalem illam in Solem gravitatem revera exiſtere. Eam veteres Pythagoricos agnoviſſe ex illa cæleſti eorum harmonia quidam ſuſpicantur, quæ tamen conjectura ſolido argumento non innititur. A verſu 1350 gravitatem hanc eſſe mutuam inter omnes materiæ particulas docet, proinde & mutuam eſſe inter Solem, & primarios Planetas, & ſecundarios, eamque generatim ad omnem, ubicumque ſit, materiem extendi; exinde a verſ. 1446 conſequitur, ſi binæ maſſæ utcumque inæquales in bina puncta per compenetrationem, ut ajunt, conſtringantur, totam vim prioris in ſecundam maſſam fore æqualem toti vi ſecundæ in primam. Quid, ſi maſſæ non ſint in puncta conſtrictæ? Porro præcipua quædam inferuntur a verſ. 1518, ſcilicet ſi punctum materiæ ſitum intra cruſtam ſphæricam ſit, ibi punctum idem nulla moveri vi, quod etiam in orbe elliptico contingit; moveri tamen, ſi materia ejus cruſtæ æque denſa non ſit: id punctum extra poſitum attrahi in ſphæræ centrum; unde fieri, ſi duo globi ſe mutuo trahant, idem ipſis accidere, quod duobus ſe mutuo trahentibus punctis. Duorum punctorum ſuper duobus globis collocatorum vires ſunt, ut horum diametri; cujus rei ratio ad omnes figuras ſolidas ſimiles extenditur. Excurrit inde ad diſſolvendum illud, quod contra gravitatem objici ſolet, cur decidentes lapides a parietibus trahi non videantur, ac in deviationes, ut vocant, pendulorum in magnum aliquem montem ſit tranſitus, ratioque eas deviationes inveſtigandi indicatur ad verſ. 1768. Superioribus hoc elegantiſſimum Newtoni inventum additur, deſcendendo in ſphæra, vel in ſphæroide elliptica a ſuperficie ad centrum gravitatem decreſcere in ratione directa ſimplici diſtantiarum; hinc determinatur & ratio, qua gravitas decreſcit ad æquatorem pergentibus a polo, quæ res cum Telluris figura connexa eſt, multoque expeditius invenitur, quam datis Ellipſoidis axibus gravitas tota, ſive ipſius ad hæc ſua incrementa ratio. Tunc quædam a Newtono inventa theoremata innuit ad hoc argumentum ſpectantia, quem tamen non demonſtraſſe ait figuram ſphæroidis Ellipticæ indui debere a fluido homogeneo circa proprium axem gyrante, cujus particulæ ſe in ratione reciproca duplicata trahant, idque primum a Mac-Laurino oſtenſum accuratiſſime, ut abſoluta jam videri poſſit inveſtigatio Telluris figuræ ex æquilibrio, niſi obſtet aliquid ipſius partium inæqualis textus, & fors varia ejuſdem interior uſque ad medium conſtitutio. Concludit idcirco a verſ. 1995 non conſtare nobis veram Terræ figuram, ſi a ſolo æquilibrio repetatur, ad veræ tamen proximam conjectura nos duci. Quærit deinde vim generaliter in corpus figura quavis præditum, exbor[illegible]que ad verſ. 2089 rationem in totius Terræ denſitatem medium

inqui-

inquirendi. Demum ex intimo terreſtrium partium textu capta occaſione epiſodium concinnat enumerando multorum de conſtitutione Terræ, ipſiuſque ortu ſententias, poſtque Poetarum ſomnia, Carteſiique, Burnetii, ac Wiſtoni commenta, multa ex Taliamedis libro affert tanquam in exemplum labentis in præceps plerumque rationis humanæ, cum finium a Natura ſibi poſitorum oblita temere procurrit.

ARGUMENTUM

LIBRI QUINTI.

PRimum homines neceſſitas effecit induſtrios ad artes, quibus vitæ ſubvenirent, inveniendas, quæ deinde ad delicias, ad faſtum, ambitionemque traductæ ſunt; quod pluribus illuſtratur exemplis; illud præcipue exquiritur, unde homines a naturali inter ſe æqualitate ad inæqualitatem tranſierint, & ad rerum dominia, ac terrarum pro cujuſque jure diviſiones, qua ex re agros dimetiendi profluxit ars, præſertim in Ægypto exundante Nilo, quæ deinde mirum aucta in modum ſub Geometriæ nomine tranſiit ad univerſæ Telluris magnitudinem, figuramque deprehendendam, & ad diſtantias, ac moles ſiderum. Hæc præfatus de magnitudine, & figura Telluris per obſervationes inveſtigata agere aggreditur, expoſitoque totius libri quinti argumento a verſ. 124 varia innuit artificia, quibus id olim conſequi Heratoſtenes, & Poſidonius tentarunt, quidque Arabes hoc in genere multis poſt ſæculis peregerint, explicat ad verſ. 270, a quo tranſit ad recentiorum Fernelii, & Riciolii conatus, quorum omnium methodi aut nobis parum notæ, aut intutæ, imperfectæque ſunt. Accuratior demum inveſtigationis ratio reperta eſt, qua primi Piccartus & Caſſinus Terræ gradus menſuris ſuis comprehenderunt, quos ſubſequuti ſunt alii multo diligentiores, illi præſertim Pariſienſes Academici, polum verſus alteri, alteri ſub æquatorem dimiſſi. Horum cæterorumque labores, antequam deſcribat, a verſ. 367 methodum docet unum in Terræ ſuperficie metiendi gradum, quæque in Cælo peragendæ obſervationes, quæque in Tellure triangulorum ſeries inſtituendæ, adhibendæque animadverſiones, fuſe ad verſ. 580 perſequitur. Tum ad Piccartum in Boreali Gallia gradus dimetientem, & ad Caſſinum in Auſtrali redit, Caſſinique inde errorem in definienda Terræ figura arguit; quo nihilominus errore detecto Terræ figura ex obſervationibus deducta eidem ex æquilibrio repertæ non congruebat. Exorta igitur cupiditate accuratius rem cognoſcendi præſertim in maxime diſtantibus Terræ intervallis, ut facilius evitari poſſint errores, miſſæ ſunt illæ duæ Academicorum turmæ, altera in Americam, in Laponiam altera ſub Ducibus Godinio, & Mauperiuſio, quæ quid quam diu egerint, quantaque cura, laboribus, & periculis, refertur ad verſ. 865, aliæque referuntur in Gallia tunc temporis initæ graduum dimenſiones, quæque poſtmodum ad Promontorium Bonæ Spei, atque in Italia peractæ ſunt. Ex quibus omnibus deducitur Terram eſſe ad polos compreſſam; quatenus autem, adhuc incertum eſſe, cum omnia graduum dimenſorum diſcrimina uni tantummodo formæ conſentire non poſſint. Quæ

occ

occaſione inquirit, quanam ea Terræ forma ſit, quæ per graduum menſuras revera inveſtigatur, ipſamque ait ob inæqualem textum in Terræ partibus præſertim prope ſuperficiem, inæqualem aliquantulum eſſe, atque undantem quodammodo, eo nempe diſcrimine, quod a nobis ob ignotam Terræ partium conſtitutionem ignoratur, tantoque magis graduum dimenſiones ubique tentandas, ut ad eam ipſam inæqualitatem per obſervationes ſemper magis detegendam accedatur. Pergit a verſ. 1065 ad terreſtrem atmoſphæram, cujus quoque exteriorem formam a gravitate pendere neceſſe eſt; aer enim, ut cætera corpora, gravis eſt, proinde inferior a ſuperiore comprimitur eo uſque, dum ejus elaſticitas cum ipſo pondere æquilibretur. Exponit porro legem, qua aeris attenuatio progreditur in aſcenſu, quaque denſitate in altitudine quavis ſit ille præditus, & cur hic plerumque obſervationes a theoria diſſentiant. Eam non longe a Terra protendi, ſinirique debere ait ab ingenti Solis atmoſphæra, quam a verſ. 1250 probat illa præſertim luce, quam zodiacalem appellant, cujus ſpeciem deſcribit, ortumque ab ipſa Solis atmoſphæra repetit, a qua Boreales quoque Auroras deducit, de quibus agit a verſ. 1360 præcipua exponens earum phœnomena, phænomenorumque rationem reddit Mairanii, rejectis aliis, inhærens ſententiæ ad verſ. 1589: redit inde ad terreſtris atmoſphæræ terminum definiendum, progreſſione ejuſdem raritatis non in immenſum excurrente, ſed turbata ipſius atmoſphæræ Solaris occurſu. Quædam porro de ſono docet, quem in vibratione particularum aeris conſiſtere aſſerit, celeritatemque propagationis ejus inveſtigat. Tum a verſ. 1692 ab atmoſphæra terreſtri tanquam gradu facto Cœlum conſcendit ipſa ducente gravitate, agitque de maſſis & denſitatibus quorumdam Planetarum, gravitatiſque ratione in ſingulorum ſuperficiebus. Tranſit deinde ad commune gravitatis Planetarum omnium, Cometarumque centrum, unde infert nullum totius Solaris ſyſtematis corpus unquam quieſcere poſſe, neque revera in Ellipſi circa Solem moveri, ſed alias curvas vias circa commune illud centrum longe implexas, quanquam non longe ab Ellipſi diſtantes debere deſcribere; idque ad verſ. 1855. Eas invenire Curvas, ac determinare veras Planetarum cum primariorum, tum ſecundariorum orbitas humani ingenii his ſaltem, quæ nunc habemus, præſidiis muniti vires exſuperat. Ipſum quoque trium corporum ſe mutuo trahentium ſyſtema inextricabile videtur, quod miteſcit tamen, ſi unum corpus ſit longe maximum, reliqua vero duo minora, & ad ingentem locata diſtantiam, cujuſmodi eſſe Solem, Terram, ac Lunam, cum inter ſe comparantur, ſcimus. Hinc a verſ. 1920 ad motuum Lunæ theoriam delabitur, a gravitate mutua in Terram ac Solem repetitam, omniumque ejus mutationum, præſertim celeritatis, diſtantiæ, orbitæ inclinationis, apſidum lineæ, nodorumque rationem reddit ad verſum 2341. Hanc Lunæ in ſuis motibus varietatem, atque inconſtantiam hominibus ait cauſam fuiſſe, ut ejus ſideri omnia hic apud nos mutationibus obnoxia tribuerent, ac animorum quoque noſtrorum vitia, ac furorem, quo noſtra plerumque culpa vexamur, inde deducerent; ex hoc humani generis communem inſaniam fabella quadam perſtringit, ac tranquillitatis animi, ſapientiæ, atque virtutis vim breviter in ipſo libri fine demonſtrat.

ARGUMENTUM
LIBRI SEXTI.

PRamiſſis quibuſdam de quietis ac laborum viciſſitudine in hominum vita a Natura inſtituta, quam & ipſe in ſtudiis experitur ſuis, primo ſexti libri argumentum proponit, tum a verſ. 93 ad verſ. 264 in librationis Lunæ cauſam inquirit, eandemque exinde librationem ad Jovis & Saturni Satellites per conjecturam transfert, carentibus eadem Planetis primariis. Ea porro, quæ dicta ſunt de nodis lunaris orbitæ, transfert ad Saturni annulum, atque ad æquinoctiorum præceſſionem explicandam, quam a verſ. 376 ad verſ. 449 pertractat. Tum locum ait eſſe ad evolvendos maris æſtus delabi, quorum primo phœnomena omnia, quæ in diurna, menſtrua, atque annua dividuntur, deſcribit, præterea & ſingularia quædam pro certo regionum ſitu indicat, tum quæque cauſis attribuit ſuis, quæ generatim in mutua Terræ in Lunam ac Solem gravitate continentur; qua occaſione poſt fluminum quorumdam ac puteorum æſtuationes, maris alios quoque motus conſiderat, & qui prope polos fieri obſervati ſunt, & qui a ventis & fluminibus, atque ab ipſius Terræ exhalationibus excitantur. Quæ omnia ſuſe ad verſ. 1002 perſequitur. Inde & in terreſtri atmoſphæra æſtum quendam haberi docet ſimilem marino æſtui, a quo tamen ventos exoriri poſſe, quod quidam ſuſpicati ſunt, negat; neque a cauſa æſtus gignente ullam ait in barometris, quam percipiamus, mutationem effici. Eos porro æſtus, qui in Jove, ac Saturno, illo quatuor, hoc quinque circumferente Lunas, fieri debent, conſiderat, ubi & de Jovis faſciis agit, quæ poſſunt & a nubibus circa Jovem ipſum exortis noſtrarum ſimilibus provenire. Ex hoc ad cæleſtium corporum atmoſphæras gradum facit, quarum quoddam eſt in Venere obſervatum indicium. A verſ. 1122 Lunæ atmoſphæra ſitne, qualiſque, ad verſ. 1179 conjicit. Cometarum deinde, quæ certiſſime exiſtunt, atmoſphæras aggreditur, in earumque inquirit uſus, quos a noſtro deducit aere, cujus præ cæteris officium eſt lucem, caloremque dividere ita, ut & illam ab uno loco in alium transferat, & hunc in aliud & tempus & locum; quod profecto animantium vitæ ducendæ tuendæque perneceſſarium eſt. Is atmoſphæræ uſus in Cometis maximus eſt ob ipſorum receſſus a Sole, ad Solemque acceſſus diſcrimen maximum. Ex hoc tanto diſcrimine caudarum quoque in Cometis ortus deducitur, quæ in Planetis, quibus parva eſt diſtantiarum a Sole mutatio, ne exoriri quidem, nedum conſervari poſſunt. Ob diverſam hujuſmodi caudarum ſpeciem, Cometæ alii caudati, criniti alii, alii appellantur barbati, licet cum tractum nebuloſum ſemper in partem Soli contrariam diſtendant, in quo etiam deflexus cujuſdam, ac curvaturæ ratio redditur, tempuſque definitur, a quo avulſus a Cometæ corpore tanquam quidam fumus aſcendat in caudam, quæ fumi conſcenſio ab impulſu lucis a Sole incurrentis gigni non poteſt. Cur quidam nigrantes ſulci obſerventur in caudis, exquiritur, qui poſſint eſſe nobis indicio, Cometas etiam circa proprium axem concerti. Demum vapores Cometæ caudas efformantes diſſipari perpetuo, mutarique demonſtrat. Quæ omnia ad verſ. 1555 expediuntur. Refelluntur exinde nonnullæ de Cometarum caudis,

dis, Cometiſque ipſis falſæ ſententiæ, repetentes ſcilicet antiquum illud totius orbis Terræ diluvium a cauda Cometæ cujuſpiam prope Terram ipſam tranſeuntis, contraque præſagientes ab ipſo Cometa ob Solis inflammato viciniam, Terræ totius illud olim, quod credimus, exoriturum incendium. Cometarum corporibus enutriri Solem ad reparandam ſui luminis jacturam non poſſe; poſſe vero Cometam nimis prope Terram tranſire, noſtroque tunc aeri inſinuare vel lethalia, vel vitalia potius quædam ſemina, poſſe mutua gravitate & ipſius & ſuum motum varie perturbare, poſſe ſuo in Terram incurſu ipſam confringere, externamque faciem, axiſque, ſuper quo diurnus motus peragitur, ſitum immutare: at hæc ipſa metuere inſipientium eſſe, provido ſiquidem ſapientiſſimi Conditoris conſilio eſt nobis in Mundi gubernatione acquieſcendum. Poſteaquam ut Terra, ita Cœlo quoque vigere gravitatis vim fuſe, accurateque evictum eſt, nunc a verſ. 1696 ea diſſolvit, quæ contra eandem gravitatem a pleriſque objici ſolent, præcipue, cur ſtellæ fixæ ad ſe invicem, atque ad Solem accedere non videantur, cur ipſius gravitatis naturæ ignoratio nihil officiat, quin ea poſſit exiſtere, cur demum ætheris reſiſtentia cœleſtes motus a gravitate ortos non perturbet, ubi & ſpatium materia ubique ſtipatum ac plenum a Natura prorſus excluditur; unde ad vortices Carteſianos a verſ. 1891 fit tranſitus, eoſque neque exiſtere, neque, ſi exiſterent, perdurare, neque, ſi perdurarent, leges cœleſtium motuum ſervare poſſe ad verſ. 2147 probatur. Collapſo igitur vorticum ſyſtemati ſucceſſit gravitas, qua tot undique in Mundo rerum diſtinctam perſpicuamque reddimus rationem, numeriſque ſubjecta ſingula ſingillatim ſolvimus, atque expedimus; eam quapropter commendans tranſit ad aliam quandam generaliorem celebrandam vim gravitati analogam, cujus ipſa gravitas ſit quidam veluti ramus, non ejuſdem tamen generis, neque moli corporeæ neceſſario affixam, ſed quæ in animantes etiam agat quibuſdam adhuc ignotis legibus, qua in re per varia diſcurrens exempla uſque ad libri finem immoratur.

INDEX SUPPLEMENTORUM

AD LIBRUM QUARTUM.

§. I. De Mundi ſyſtemate aſtronomico. pag. 299

§. II. De gravitatis generalis theoria deducenda ex aſtronomico Mundi ſyſtemate. 329

§. III. De Cometis. 340

§. IV. De ſynthetica deductione plurium, quæ pendent a generali lege gravitatis mutuæ inter particulas. 350

§. V. De continuitatis conſervatione, & læſione in legibus gravitatis. 356

§. VI. De inæqualitate gravitatis per ſuperficiem Telluris, & figura ipſius Telluris ex æquilibrio. 359

§. VII. De deviationibus pendulorum ex aſperitate ſuperficiei terreſtris, & methodo definiendi maſſam Terræ. 380

AD LIBRUM QUINTUM.

§. I. De veterum conatibus pro magnitudine Terræ determinanda. 385

§. II. De primis Recentiorum conatibus pro determinanda magnitudine Telluris. 390

§. III. De dimenſione graduum Meridiani & Paralleli. 393

§. IV. De figura & magnitudine Terræ ex plurium graduum comparatione. 400

§. V. De recentiſſimis graduum dimenſionibus, & figura, ac magnitudine Terræ inde derivanda. 406

§. VI. De progreſſu denſitatis in atmoſphæra terreſtri, & ejus denſitate. 426

§. VII. De Solis atmoſphæra, & Aurora Boreali. 438

§. VIII. De ſoni propagatione. 448

§. IX. De mole, maſſa, denſitate, & centro communi gravitatis Planetarum, ac Cometarum. 450

§. X. De inæqualitatibus lunaribus, & earum cauſis mechanicis. 455

AD LIBRUM SEXTUM.

§. I. De libratione Lunæ. 473

§. II. De præceſſione æquinoctiorum, & nutatione axis. 479

§. III. De cauſa mechanica marini æſtus. 483

§. IV. De Cometarum caudis. 491

§. V. De Vorticibus. 492

§. VI. De apium cellulis. 498

IM-

IMPRIMATUR,

Si videbitur Reverendiſſimo Pat. Mag. Sac. Pal. Apoſt.

D. Archiep. Nicomed. Viceſg.

IMPRIMATUR,

Fr. Th. Auguſtinus Ricchinius Mag. Sac. Pal. Ap. Ord. Præd.

POTERIT IMPRIMI
Si iis ita videbitur, ad quos pertinet.
Philippus M. Pirellius Archig. Rom. Pro-Rect.

APPROBATIONES

VOlumen alterum, quo continentur libri quartus, quintus, & ſextus *Philoſophiæ Recentioris* a Cl. Viro Benedicto Stay verſibus traditæ Rmi P. M. Sacri Palatii Apoſt. juſſu legi; nec in eo quidquam reperi, quod vel ab orthodoxa Fide abhorreat, vel bonis moribus ſit alienum. Magnam autem jam nunc Poetæ ſummo gratulor laudem, quam hoc quoque Volumine certe feret, ubi itidem, ut in prioribus libris, ad Naturæ ſcientiam explicandam jucundiſſima carminum elegantia adhibita, ſic duarum diverſiſſimarum rerum hilaritatis & triſtitiæ temperavit modum, ut neque de Muſarum ſuavitate quidquam detrahat Philoſophiæ ſeveritas, nec de philoſophicarum rerum gravitate vel tantillum imminuat Muſarum venuſtas & lepor.

Dat. Prid. Non. Maii MDCCLX.

Michael Angelus Giacomellus SS. D. N. Clementis XIII. a Latinis Epiſtolis.

IDem, quod de prima, de altera hac *Philoſophiæ Recentioris verſibus traditæ* parte cenſeo, res ſubtiliſſimas mira perſpicuitate explicatas, reconditam e media Philoſophia & Mathematicis facultatibus doctrinam cum orationis elegantia, copiaque, & carminis nitore conjunctam, ut nihil obeſſe, prodeſſe etiam multum cum bonis artibus, tum Religioni poſſit. Nam pertinere ad Chriſtiani nominis amplitudinem, dignitatemque videtur; ut qui ſunt Romanæ Eccleſiæ arctiori quodam ſacerdotii, aut vitæ inſtituti vinculo, loci etiam, quem incolunt, conditione obſtricti, appareat, atque exſtet, utrum ſint præclariſſimis artibus, & diſciplinis inſtructi, iidemque de humaniorum litterarum, & cultioris Philoſophiæ, ac Mathematicarum ſcientiarum penu ea depromant, quibus, quaſi Ægyptiis opibus (quod Origines in litteris ad Gregorium Neocæſareenſem ajebat) ipſa creſcat, cum ſuis illa Decretis non modo non repugnare, ſed mirifice congruere & cohærere inveniantur. Itaque quam Rmus Pater Sacri Palatii Apoſtolici Magiſter celeberrimi operis partem recognoſcendam dedit, de illa judicium hoc meum lubens protuli, ſcripſique III. Non. Maj. MDCCLX. e Collegio Romano.

Petrus Lazeri Soc. Jeſu.

Pag.	lin.	Errata	Corrige
4	27	mutatiores	mutationes
36	35	prima arearum	ſecunda arearum
38	34	illum	illud
42	26	concipiat	concipit
43	25	earum	eorum
72	10	pyramidiſque	pyramidiſve
79	10	orbe	axe
88	11	denſius	rarius
	35	majore	minore
91	38	$2''. 38'''$	$2''. 31'''$
92	7	congoſcere	cognoſcere
107	19	cum Sol, per	cum Sol per
113	36	Pater	Pater-
148	39	numerus	numerus poſt primam
	41	7 cum cyſris 75	1 cum cyſris 72
149	8	vitri	vivi
152	36	armilliari	armillari
156	15	Et, coeunt	Et coeunt
	41	pertinge reradii	pertingere radii
177	42	fiunt	fiant
183	28	Sola	ſola
186	16	ex ali	ex alio
205	6	occaſumne	occaſumve
212		Pro ultimis tribus lineis primæ columnæ lege: D'Alambertus hoc Newtoni aſſumptum demonſtratione indigere cenſet, & demonſtrat, reliquam autem ejus theoriam	
223	16	longeque,	longeque
224	42	deſceſſerat	deceſſerat
237	30	exhaltationibus	exhalationibus
240	3	longingui	longinqui
	22	labens	lambens
254	5	parte ſit viai	parte viai
261	18	Contractu	Contactu
283	19	ſumma,	ſumma.
286	31	perirent & ipſæ	periret & ipſa
308	44	in fig. 6 & ad marginem	in fig. VI F. VI
313	11	communem	commune
335	35	ſuppanatur	ſupponatur
347		Pro lineis 25, & 26 lege: Hallejus ob quaſdam vagas de retardatione periodi conjecturas expectandum eundem cometam eſſe ſub finem anni 1758, vel anno 1759 ineunte. Alii vero poſt idem circiter intervallum eum eſſe apparit urum exiſtimabant, adeoque ſub finem anni 1757, vel anno 1758	
351	37	ad *QI*	ad *eI*
359	15	dirigetur	dirigeretur
370	33	res res	res
373	11	ſi exiguus	ſit exiguus
375	25	tom. 3.	tom. 4.
380	21	denſitas fluidi 1	denſitas fluidi β
383	13	$\frac{4}{3}pr3$	$\frac{4}{3}pr^3$
391	36	maximæ	maxime
392	25	5760	57060
393	28	agemue	agemus
399	29	ſenſunt	ſenſum
401	19	demonſtraveraam	demonſtraveram
428	15	contractum	contactum
	16	poſſit	poſſint
429	28	expenſiva	expanſiva
439	ult.	pondet	pendet
455	15	§. 9	§. 10
504	6	fuiſſe	fuiſſet

PHI-

PHILOSOPHIÆ

LIBER QUARTUS

Quis cupidum [1] me tollat humo, liquidaſque per auras
Altivolante levem penna ſuſtentet, ut imas
Præteream nubes, latumque per æthera vecter?
Ire vias Cæli vacuas juvat, atque tueri
Omnia, quæ vaſti peraguntur per loca Mundi,
Quæ teneant leges Naturæ corpora magna,
Solem, & quæ certo circum palantia lapſu
Aſtra feruntur, & immenſo quæ conſita tractu
Undique nativam diffundunt ſidera lucem,
Cunctarum vires, & fœdera denique rerum
Scrutari, atque artem, qua totus flectitur Orbis.
Quo [2] nunc Terra parens, hominum gratiſſima ſedes,
Noſtræ ubi ſunt & opes, & maxima regna, ubi curæ

1 Expoſita in ſuperiore libro gravitate terreſtri, ad cæleſtem hic Noſter gradum facit, & in ipſo exordio argumentum proponit totius ſecundi tomi, qui potiſſimum Mechanicam Aſtronomiam reſpicit, pendentem a mutua generali gravitate Nevvtoniana; quæ complectitur Solem, ac Planetas, & Cometas, aſtra, quæ feruntur circa ipſum curſu certo, & verò etiam ſtellas fixas, quarum varii apparentes motus pendent ab eadem gravitate. Fixas nimirum deſignat per lumen proprium, quod emittunt, nam Planetæ Solis lumen reflectunt, & eædem Fixæ per immania Cæli ſpatia longe, lateque diſperſæ ſunt.

2 Quis hic non agnoſcat celeberrimum Ciceronis locum de Somnio Scipionis, ubi Scipio Tellurem e Cælo proſpectans: *Iam ipſa terra*, inquit, *ita mihi parva viſa eſt, ut me imperii noſtri, quo quaſi punctum ejus attingimus, pœnite-*

Ingentes, noſtrique metus, & gaudia noſtra,
Effugis ex oculis? quo moles tanta receſſit?
Credideram tua res ad commoda quaſque referri,
Et Solem lucere tibi, tibi condita noctis
Sidera, te primam, prælatamque omnibus eſſe,
Te Dominam, atque uni tibi cuncta vigere, tuoque
Inſervire bono. Cur ſit tua gratia tanti?
Tamne queas de Natura bene ſola mereri?
Sic quoque formicis, qua fervent agmina nigra,
Area, quaque trahunt prædas, latebriſque recondunt,
Nobilior, potiorque fuat, quam quidquid ubique eſt.
Qui ſua miratur tantum, laudatque, neceſſe eſt,
Extera quæ conſtant, alienaque, neſciat idem.
Nam quocumque oculos luſtrantes proferat extra,
Inveniat majora, opus eſt, melioraque notis
Uſque; ferax adeo rerum eſt Natura bonarum,
Magnarumque itidem; conſiſtunt undique pulchro
Ordine cuncta, atque invicto ſe fœdere nectunt
Tenuia cum magnis, cum parvis magna viciſſim.
Propterea ad Terram libeat ſi cuncta referre,
Par erit, hanc pariter referas ut ad omnia Terram,

Omnia

niteret. Sed & omnia reliqua, & ipſum inprimis formicarum exemplum, quod paulo aliter adhibet Noſter, magis reſpiciunt vulgatiſſimum itidem illum Senecæ locum lib. I Naturalium quæſtionum, ubi is ſapientem inducit, *qui totum circumeat Mundum, & terrarum orbem ſuperne deſpiciens, anguſtum &c.* ita loquatur: *Hoc eſt illud punctum, quod inter tot gentes ferro, & igni dividitur! O quam ridiculi ſunt mortalium termini? Ultra Iſtrum Dacus non exeat: Strymo Thracas includat: Parthis obſtet Euphrates: Danubius Sarmatica, ac Romana diſterminet: Rhenus Germaniæ modum faciat: Pirenæus medium inter Gallias, & Hiſpanias jugum extollat: inter Ægyptum, & Æthiopas arenarum inculta vaſtitas jaceat. Si quis formicis det intellectum hominis, nonne & illæ unam aream in multas provicias divident? ..... Punctum eſt, in quo navigatis, in quo bellatis, in quo regna diſponitis ..... Surſum ingentia ſpatia ſunt, in quorum poſſeſſionem animus admittitur.*

Cæterum hic Noſter non illud improbat, in noſtrum etiam uſum a Providentiſſimo, & humani generis amantiſſimo rerum omnium Conditore creatum eſſe Solem, ac ſidera, quod eſt omnino certum ex ipſis ſacris litteris, & ipſe etiam expreſſe docet; ſed ad tantulæ conſpectum molis philoſophica quadam, & poetica ſimul abreptus extaſi, illud inclamat, fieri poſſe, ut alia plurima creaturarum etiam rationalium genera ſint alibi, ut in Planetis, & circa Fixas, quibus hæc

iti-

Omnia ut ad Solem, ſic ipſum & ad omnia Solem.
Proficiat nihil in ſumma ſibi denique tantùm,
Sed capiat, ſed reddat opem. Quodcumque ſit, æquum
Jus habet, ut pars ſit Mundi, vigeatque, ſuoque
Munere fungatur, propriis & regnet in oris.
Non igitur Tellus aliis ſe præferat ullis
Corporibus, ſi non aliis concedere multis
Ipſa velit: ſi nos ſumus hìc Telluris alumni,
Fors alibi alterius variæ Telluris alumni
Sunt alii; quid jam refert, qua parte colatur
Orbis hic? Orbis enim cives ſumus unius omnes,
Quotquot ubique ſumus, qui vita, qui ratione,
Et memori mentis motu, ingenioque potimur.
Non [1] tamen hanc Patriam communem flectere noſtro
Poſſumus arbitrio cives, legeſque movere;
Invictæ quoniam leges ſunt. Arbiter, olim
Qui ſanxit, modo ſancit item, ſanctaſque tuetur:
Noſtrum admirari eſt, ſpectare, inquirere Mundi
Leges, & rerum naturam noſcere velle:
Proin vidit qui plura, per aſtraque lapſus, & altum
Æthera mente ſua, domuit non ante ſubacta,
Eduxitque diu latitantia multa ſub auras

itidem uſui ſint; & idcirco illud *uni* appoſuit: *Te dominam, atque* uni *tibi cuncta vigere*, & illud *bene* ſola *mereri*; ac ut cautius loqueretur, nec homines, noſtram nimirū ſpeciem, ibi collocavit, ſed in genere *alumnos alios*, & adjecit illud *Fors alibi*.

Eſt autem quidam rerum omnium ſaltem corporearum nexus cum omnibus ſane admirabilis, atque is non ſolum in ſyſtemate Leibnitiano, in quo quæcumque monas cum monade quacumque arctiſſime connectitur, ſed & in aliis, ut apud Nevvtonum generalis gravitas ad omnia longiſſimè ſpatia protenditur ita, ut ad motum cujuſcumque, utcumque exigui materiæ puncti, moveantur omnia utcumque magna, ac remota corpora. In ſyſtemate autem nobis conſpicuo, ut a Fixis, & Planetis ad Terram defertur lux, ita & a Terra defertur ad Planetas, vel Fixas lux itidem reflexa, quanquam ea, ubi ad Fixas devenit, in immenſum eſt tenuis; Terra autem Lunæ phaſes exhibet, ut Luna Terræ, ac alia ſexcenta ejuſmodi officia mutua facile admodum proferri poſſent.)

1 Generales quidem Naturæ leges mutare homines non poſſumus, nec vero motus ipſos Telluris noſtræ ad ſenſum perturbare ob ipſam parvitatem noſtram, & disjuncta ſtudia: at ſi quamplurimi homines in eo convenirent, ut ex una telluris plaga in aliam perpetuo transferrent ingentem materiæ copiam, & ingentem ex.gr. multorum milliariorum montem elevarent alicubi; mutarent utique ipſam diurni motus di-

Immenſos Patriæ viſus diſtendere fines,
Ille aliis longe præcurrere dignior unus,
Ut Patriæ Pater, & Princeps, viventia ſæcla
Omnia quandoquidem non auro, & viribus anteit,
Rerum at notitiis magnarum, Orbiſque regundi;
Aſt alii Plebs ſunt, qui pauca, & prima tuentur,
Et velut externo Naturæ in cortice adhærent,
Et patriam agnoſcunt, ut ſenſus afficit ipſos
Tantùm, & qua ſtolido tractari corpore poſſit.
   Sed quis is eſt, qui ſe ſublimibus inferat aſtris,
Subjiciatque oculis adeo diſtantia noſtris,
Factaque mortali ſtruat immortalia niſu?
Ille [1] Vir, ille viam ingreſſus, per carmina clarum
Cui Pindi ſacra lauro prætexere nomen
Inſtamus, potuit volucri tranſcurrere mente
Ætheris immenſi tractus, & cuncta tueri
Arte nova, Lunæque vias, Terramque trahentem,
Et Sole a magno diffuſas undique vires,
Supponens numeris etiam infinita repertis.
Extraxit Victor cæca a caligine noctis
Naturam fictos ponentem denique vultus,
Et vera, ut Protheum, forma apparere coegit;
Illius adventu proprias non mutat, ut ante,
Jam Doctrina vices; ſic undique certa refulſit.
Nam vicibus ſtudia, & mentes, ut cuncta, regebat

Arbi-

rectionem, & axem, ut & alias poſſent mutatiores plures inducere; ſed ea pro inani, & inutili ejuſmodi labore ingenti conſpiratio nunquam ſane habebitur. Satis eſt ipſas contemplari Naturæ leges, & hujus patriæ noſtræ motus ſcrutari; quod eſt homine mente prædito ſane digniſſimum, & philoſophum jure, meritoque inter omne indoctum vulgus diſtinguit, & quam longiſſime ſejungit, atque attollit.

1 Nevvtonum hic reſpicit, & præclariſſima ejus inventa, potiſſimum lunares motus ad certas leges reductos, & gravitatem mutuam generalem, ex qua tam multa ad generalem pertinentia Mundi conſtitutionem, & tam varia Naturæ phænomena, mira admodum ſagacitate derivavit uſus infiniteſimali in primis methodo a ſe inventa, & exculta. Et quidem, quod ad ipſam generalem gravitatem pertinet, ea jam ab Academiis per Europam omnibus, ut compertum quoddam, ita admittitur, & habetur pro certa, ut ea ſit unica ad Naturæ aditus reſerandos, quæ Cælum, & Tellurem noſtram complectitur, quædam veluti clavis. Nec vero timendum eſt illud, ne, ut tot alia philoſophiæ genera exciderunt alia poſt alia, ſic & hic excidat philoſophandi modus. Stabit utique, dum litteraria Reſpublica ſteterit, & vi-

guerit

Arbitrio Fortuna ſuo; ſic Porticus olim
Claruit, at nunc eſt longa deleta ſenecta;
Hos caſus Epicure tui ſubiere ſub umbris
Florentes horti, male crudo a frigore tecti;
Quodque ratum doctis ſtetit, immotumque Lyceis,
Viluit, & numerum tot rebus inanibus auxit;
Et qui Socratica divinus prodiit arte,
Pertulit interitus totidem, quot vidit & ortus.
Ergo ubi magna novo rationum lumine fulſit
Newtoni mens, a certis incerta direpta
Vidimus, atque ſuis hæc intentata relicta
Æternùm in latebris, contra illa educta ſuperne.
Solis [1] ita exortu noctis fugere tenebræ,
Atque iter ingreſſis ductus patuere viarum.
Illum igitur placido tranantem ſidera curſu
Uſque ſequens, Terra gravitas cum qualis in omni,
Vidiſſem, quod jam ſupereſt, an didita conſtet,
Inquiram, ætherias, qualiſque, & quanta per oras.
  Principio [2], incerto ne tramite procurramus
Rapti præcipiti per vaſta, per invia motu,
Sternere iter prius eſt opus, & veſtigia firma
Figere paulatim, & poſt terga relinquere rerum
Indomitum, ignotumque nihil, ne fallere poſſit,
Sed gradibus veluti tutò conſcendere ſtructis;
Sic quoque qui cupiunt metiri, ſidera quantis

guerit Geometria, uti inter tam multas, tam varias opinionum commutationes, Archimedis, & Galilei geometrica, ac mechanica comperta manent adhuc, & vigent, manſura utique ſemper; quod eorum eſt proprium, quæ vere ſolida comperta ſunt, non fictitia commenta.

1 Illud eſt celebre Nevvtoni epitaphium, a ſummo Poeta Anglo Popio binis concluſum verſibus Anglicis, qui Latinè redditi accuratè ſic ſonant: *Natura, & Naturæ leges erant ſepultæ in nocte: Deus dixit, exiſtat Nevvtonus, & totum fuit lux.* Solent autem latinis verſibus, ſed multo minore vi præditis, ſic reddi:

Naturam legeſque ſuas nox atra tegebat:
Sis, Nevvtone, Deus dixit, & orta dies.

2 Ordinem hic proponit, quo progredi oporteat, & exemplum adhibet aptiſſimum. Nimirum antequam Philoſophi cæleſtium corporum diſtantiam a Terra determinare aggreſſi ſint, Geometriam excoluerunt, & ad dimenſiones intervallorum in ſuperficie Terræ poſitorum applicaverunt, ac altitudines montium dimenſi ſunt: tum ipſam totius Telluris peripheriam definiverunt, ac diametrum; deinde Lunæ a Terra di-

Tractibus inter ſe ſint, a nobiſque remota,
Non ſubito attollunt ſurſum ſe, ſideraque ipſa
Subdunt menſuris, ulniſque, & paſſibus æquant;
Unde etenim inciperent, vel ubi conſiſtere poſſent?
Quid notum foret, ut conferre ignota valerent?
Primò igitur Terræ varios cognoſcere tractus
Uſus erat, facile & campos, & culmina celſa
Metiri, ſeſeque magis diſtendere ſemper,
Millibus eſt donec Tellus circumdata notis;
Exinde eſt ejus penetratum in viſcera denſa,
Tum fuit &, ſenſu qua nullo poſſit adiri,
Cognita. Luna gradus menſuris proximus ipſa
Extitit; ad Lunam ſic certo eſt tramite ventum.
Non tam difficilis nobis fuit inde remotum
Tranſitus ad Solem, errabundaque ſidera Cæli.
Haud aliter, res in Terra qua lege gerantur,
Qui prius, & qua vi, perſpexerit, ire per altum
Æthera tum poſſit, nobis vicinior ipſa
Qua deflectit iter bigis exercita Phœbe;
Hujus ubi agnorit cum noſtra fœdera Terra,
Evolet ad Phœbum ſubito, atque vagantia circum
Corpora conſcendat jam certior, ipſa, requirens,
Qua vi per Cælum ſeſe, qua lege gubernent,
Omnibus in ſumma quæ ſint communia jura.
Viribus inde etiam pergens ſublimior auctis
Immenſo hærentes invadat in æthere ſtellas,
Victor & inventas ſub leges cogat eaſdem.
  Surſum [1] ergo audenti conſurgere, Luna repente,
Extat quandoquidem vicinior, obvia fiet.

Tel-

diſtantiam, ac ejus ope ad Solem evecti ſunt, & per eum ad reliquos Planetas. Sic igitur & Noſter poſteaquam in primo tomo perſecutus eſt ea, quæ ad terreſtrem gravitatem pertinent; progreditur ad cæleſtem; & quoniam prima nobis, dum elevamur occurrit Luna; primum de ejus gravitate agit, mox deinde aſcenſurus ad Solem, & Planetas, ac Cometas, qui ipſum ambiunt, tum ad remotiſſimas demum Fixas.

1 Hic jam aggreditur Lunam, & ejus motus craſſa æſtimatione definit: primo loco affirmat, eſſe omnium cæleſtium corporum proximam; & quidem eſt; diſtat enim in mediocri a Terra diſtantia ſemidiametris terreſtribus 60, ut inferius docet, dum Venus, quæ inter omnes Planetas accedit proximè in perigeo, diſtat tum etiam plus quam 6 millibus earumdem ſemidiametrorum.

Tellurem [1] circum mediam correpta diebus
Septenis quater hæc dempto prope volvitur uno;
Quamvis ut redeat ſub Solem, conque ſequatur,
Ipſa dies geminos his addat, prætereaque
Plus quam dimidium; quoniam non invenit illa
Solem parte, prius Cæli qua parte reliquit,
At paulum, ad ſpeciem, progreſſum hoc tempore toto.
Et quoniam illius molem prope corporis æquam
Conſpicimus ſemper, circum rapiatur in orbem
Si non æquum, opus eſt, at qui vix diſtet ab æquo,
Ut prope ſint gyrum ſpatia haud mutata per omnem.
A [2] Terræ medio procul illa receſſit ubique

1 Motus Lunares perſtringit, & affirmat illud, Lunam deſcribere circa Terram orbem, qui parum abludat a circulari, atque idipſum probat ex eo, quod apparens Lunæ magnitudo ſit præter propter ſemper eadem; objectum autem quodcumque, eo majus apparet, quo eſt propius. Porro Lunæ quidem orbita non eſt accuratè circularis, ſed elliptica, & quidem inæqualitatibus prædita quamplurimis, & ipſæ apparentes magnitudines, ſive diametri apparentes definitæ accuratis inſtrumentis aſtronomicis inveniuntur inæquales; verum inæqualitates iſtæ omnes reſpectu totius non ita ingentes ſunt, ut craſſo modo æſtimanti lunares motus hìc in hoc exordio haberi orbita pro circulari non poſſit. Inæqualitates autem lunarium motuum diſtinctius perſequetur Noſter in ſequentibus, ut & earum cauſas a gravitate generali repetitas.

Proponit etiam tempus converſionis lunaris, quod itidem definit craſſo modo: diſtinguit autem duo converſionum genera, alterum, quo Luna e Terra viſa redit ad eandem Cæli ſyderei partem, qui dicitur menſis periodicus, & eſt dierum paullo plus, quam 27, quod exprimit illud *quater ſeptenis dempto prope uno*; alterum converſionum genus eſt, quo iterum Solem, interea motu proprio progreſſum in Orientem, aſſequitur, qui dicitur menſis ſynodicus, & eſt paullo plus quam dierum 29 $\frac{1}{2}$. Nam Sol motu proprio lentiore per eclipticam procedit in Orientem ita, ut unum integrum inſumat annum in tota orbita percurrenda, adeoque ſingulis diebus per ſingulos circiter gradus promovetur. Quare cum Luna rediit poſt dies 27 ad idem Cæli punctum, diſtat adhuc a Sole per gradus fere 27, quos ut percurrat, & Solem tum etiam fugientem aſſequatur, impendit illa quidem minus, quam dies duos cum dimidio, ſed tanto plus impendit, quam dies duos, ut cum menſis periodicus excedat dies 27, menſis ſynodicus excedat itidem dies 29 $\frac{1}{2}$. Sed de his accuratius in ſupplementis.

Porro dicit Solem progreſſum *ad ſpeciem*, nam Solis motus annuus eſt apparens ob annuum noſtrum motum in orbita Terræ.

2 Diſtantiam hìc definit Lunæ, quam, in motu aſſumpto pro circulari, mediocrem accipit ſemidiametrorum terreſtrium 60, & ut ejus ideam diſtinctiorem ingerat, & poetico lepore carmen aſpergat, Gygantum imaginem proponit, qui

Sex decies ſpatiis, queis nos removemur ab oris
His ipſis Terræ mediis. Si more Gygantum
Exinde aggreſſus non monti imponere montem,
Sed Terræ pergas iterum, atque iterum ordine longo
Terram aliam, atque aliam, non ante inſcendere bigas
Lucentes poteris, quam ſit trigeſima Tellus
Addita, & admotæ frontem contingere Lunæ.
Poſſumus [1] hoc equidem facili cognoſcere pacto;
Nam ſi incluſa tubo gemina inter fila receptes
Lunam, qua lata eſt, vix ortam, ſive obituram,
Præterit atque eadem cum ſummum altiſſima culmen,
Invenies decies ſexta illic parte minorem:
Proin decies ſexta pariter mage parte remota eſt.
At tum dimidiam trans Terram cernitur, ac ſi,
Qui ſpectat, medio Telluris ſtaret in ipſo.
(Non ita, cum ſupera caput alte vertitur errans)
Dimidium id Terræ decies proin ſexta fatendum eſt
Sit ſpatii pars illius, quo Luna receſſit.
Verum hos, atque modos alios, queis tempora, motus,
Et ſpatia, & moles aſtrorum, & cætera multa,

Hoc

non montes montibus, ſed triginta terreſtres globos alterum alteri ſuperimponant, ut Lunam attingant: ſunt enim 30 diametri, idem ac 60 ſemidiametri. Semidiametrum Terræ exprimit per diſtantiam, qua nos in ſuperficie conſtituti diſtamus a Terræ medio, nimirum a centro.

1 Innuit hic unam e methodis definiendi diſtantiam Lunæ a Terra; quod præſtari poteſt ope inſtrumenti illius, quod Aſtronomi appellant micrometrum: Sunt in eo inſtrumento bina fila parallela, quæ ope chochleæ poſſunt ad ſe invicem admoveri, & removeri a ſe invicem, ac revolutiones ipſius chochleæ, & revolutionum ſingularum partes exhibent diſtantias filorum. Includitur inſtrumentum teleſcopio ita, ut fila ſint in eo loco, in quo ab objectivo vitro efformatur objecti imago diſtincta, quam nos per ocularem lentem intuemur. Admotis ad ſe invicem filis ita, ut lunarem includant diſcum, & conradant hinc, & inde, definimus magnitudinem apparentis diametri.

Porro ſi capiatur ope ejus inſtrumenti diameter apparens, tum cum Luna eſt in Horizonte in ipſo ortu, vel occaſu, ac deinde, cum accedit proxime ad Cæli verticem, ſive zenith, invenitur circiter ſexageſima ſui parte minor in illo primo caſu, quam in hoc ſecundo; quod indicat ſexageſima circiter ſui parte Lunam acceſſiſſe ad ſpectatorem. Diſtantia autem ipſius a ſpectatore, cum eſt in Horizonte, eſt circiter eadem, ac diſtantia a centro; cum vero eſt prope ipſum zenith, eſt minor circiter per unam Terræ ſemidiametrum. Debet igitur una ſemidiameter Terræ eſſe pars circiter ſexageſima diſtantiæ totalis.

Hæc eſt methodi indicati ſumma, circa quam methodum, ut & circa

circa

Hoc genus, inveniunt Menſores, tradere noſter
Non labor eſt, nos hæc & ab illis cuncta petemus
Mutua, cum fuerit nobis his uſus, opuſque.
Nunc [1] quoniam curvos in Terram Luna meatus
Continuo facit, in Terram vi nititur ire
Continua; tangens iter uſque relinquere debet
Propterea, atque orbis loca per deflexa revolvi.
Vis facit hæc quiddam volvendo in corpore Lunæ
Conſimile, ac gravitas, quæ deorſum hìc corpora pellit.
Nec, ſi quid Lunam rapientes tramite vires
Tangenti impediat ſubito, non protinus illa
Ad Terræ medium rectà debebit adire;
Nec contra Terræ grave corpus quodlibet auras
Ultra reſtantes ſi mobilitate cieri,
Quantum opus, incipiat magna, non ibit in orbes
Perpetuos, Terramque omnem amplectetur eundo,
Fiet & exiguum, quod ſe circumferat, aſtrum.
Concipe propterea reſonantes (horrida Martis
Inſtrumenta) tubos jacere, atque emittere plumbi,
Aut ferri, lapidumve pilas: ejecta volabit
Ex uno pila fors paſſus per mille, ſed illa

Majo-

circa apparentem Lunæ magnitudinem multa notanda hìc eſſent, quæ ſupplementis reſervamus; & quoniam hìc Noſter, quod pertinet ad methodos definiendi cæleſtium corporum diſtantias a Terra, & magnitudines, & motus, ad Geometras, & Aſtronomos provocat, agemus de iis omnibus ſupplementorum §. 1. ubi & ſyſtematis mundani generalem ideam proponemus, quæ totius Nevvtonianæ cæleſtis philoſophiæ eſt baſis.

1 Hìc jam ex motu proximè circulari circa Terram, deducit gravitatem Lunæ in ipſam Terram ratione petita a theoria motus curvilinei expoſita tomo 1. Nimirum per vim inertiæ Luna perpetuo conatur abire per tangentem orbitæ, quam deſcribit: Quamobrem retineri debet in ipſa orbita per vim, quæ Lunam ipſam perpetuo retrahat a tangente ad arcum curvilineum, quæ vis in circulo deſcripto motu uniformi dirigitur ad centrum circuli; adeoque Luna perpetuo urgeri debet in Terram vi quadam, uti noſtra hæc gravia a gravitate ſua urgentur in ipſam Terram; & ſi repente ceſſaret omnis tangentialis velocitas (nam Noſter mobilitatis nomine intelligit velocitatem, ut itidem diximus tomo 1) Luna ipſa, ut cætera gravia, rectà in Terram decideret.

Id ipſum confirmat exemplo paſſim adhiberi ſolito noſtrorum projectorum. Si nimirum e contrario ex altitudine aliqua, quæ ſuperet craſſum, & motibus reſiſtentem aerem, projiceretur grave aliquod corpus velocitate ſatis magna horizontaliter; id deſcriberet circulum circa Terram, & evaderet quidam

ve-

Majori ex alio, & potiori pulveris ictu
Incita ſulphurei procurret longius, ad bis,
Aut quater, aut decies quoque paſſus mille, vel ultra;
Impulſus donec ſic ſemper mobilitate
Increſcente novi perventum ad mobilitatem
Illam ſit, pila qua tranſcurrere millia mille
Bis decies, Terræ converti denique circum
Totius molem queat, & loca viſere prima,
Unde emiſſa fuit, confecto ſcilicet orbe.
Ac tum ſervata, qua primum eſt mobilitate
Jacta, parem rurſus gyrum repararet, eaque
Præterea ratione alios, alioſque ſine ulla
Fine; ita perpetuùm privata quiete mearet.
Sed [1] quæ mobilitas hæc debeat eſſe, referre
Ad ſua prima pilam queat ut loca, nec minuatur,
Nec creſcat tot per tractus, ſervetur ut iſdem
Una, eademque locis, ſi fors cognoſcere avebis;
Illa eſt, quam paribus gravitatis ab ictibus, atque
Nuſquam intermiſſis deorſum actum acquireret illic
Corpus, ubi Terræ pars eſſet quarta profundæ:
Projectum hoc etenim valido tunc impete curſus

Æqua-

veluti novus Planeta. Si enim e tormento bellico cum determinata quadam velocitate ex quadam determinata altitudine projiciatur globus; abibit ex. gr. ad mille paſſus procul. Majore vi pulveris projectus abibit ad diſtantiam majorem, velocitate adhuc majore, quæ velocitas ſi perpetuo major fiat, ut jam emittatur globus cum ea velocitate, qua poſſit abire ad diſtantiam majorem etiam viginti milliariorum millibus, poterit & totam telluris circumferentiam tranſcurrere, ac eo redire, unde diſceſſerat, cum velocitate eadem, adeoque perpetuo gyrare in eodem orbe.

Poſuit hic Noſter *tranſcurrere millia mille bis decies*, numerum adhibens, ut ajunt, rotundum, proximum circumferentiæ terreſtri, eaque minorem. Si adhibeantur milliaria, quæ geographica appellant, quorum nimirum 60 numerentur in uno circuli maximi gradu, eorundem milliariorum continet circumferentia 21600 ducto 60 in 360.

1 Hic vero ipſam ejuſmodi velocitatem determinat, qua grave projectum perpetuo deſcriberet circulum circa centrum Terræ: eſt nimirum ea, quam grave acquireret cadendo motu uniformiter accelerato per quartam partem diametri terreſtris. Id pendet a theoremate Chriſtiani Hugenii, qui invenit, ſi grave gyret in circulo cum velocitate, quam acquireret cadendo per altitudinem æqualem quartæ parti diametri, habiturum vim centrifugam æqualem gravitati ſuæ. Porro id ipſum theorema demonſtravimus in ſupplementis tomi 1 num. 232, & determinatio propoſita conſentit cum iis, quæ de problemate inverſo virium centralium expoſuimus ibidem

Æqualem circum ſemper raperetur in orbem,
Continuoque via a tangente rediret in arcus.
Nonne vides, fiat quod ſaxi in pondere jacto,
Prorſus & in Luna fieri? ſi ſcilicet illud
Projiciatur ea, qua dixi mobilitate,
Aura neque obſtet, iter tum detorquebit in arcum
A tangente via deſcendens; ut quoque motu
Deſcendit Luna acta ſuo; ſin Luna ferentes
In diverſa illos perdat ſibi reddita motus,
Queis nunc torquetur, ſolis properabit ad imam
Tellurem recta delabens, acceleranſque
Viribus, ut ſaxum quoque labitur, acceleratque.
Hæc ergo paria inter ſe cum prorſus, & æqua
Sint, atque idcirco cauſa producier una
Poſſint; produci par eſt, fateamur, ab una,
A gravitate igitur, quæ Lunam, ut corpora cuncta
Hìc gravia inter nos, ſemper deflectere cogit.
Quapropter gravis eſſe in terram Luna videtur,
Haud minus, ac lignum, lapides, ac dura metalla.
Æqua [1] ſed an Lunæ gravitas, majorne, minorne
Harum ſit rerum gravitate, age, perſpice mecum.

A Terra

dem num. 264. Eam velocitatem facili calculo determinabimus in ſupplementis.

Quod vero tum illi globo gravi ita projecto accideret, id ipſum ad Lunam transferri debere docet, ut nimirum & Luna circularem ſuum motum peragat velocitate quadam per ſpatium non reſiſtens ad ſenſum, & vi perpetuo urgente in Terram, quæ utroque caſu idem præſtet, effectura in utroque deſcenſum rectilineum, ſi velocitas illa deſit; unde infert utranque vim ejuſdem generis eſſe, & Lunam itidem gravitare in terram, ut cetera omnia gravia corpora, quæ hìc habemus.

1 Illud jam hìc inquirendum proponit, an hæc Lunæ gravitas ſit æqualis gravitati terreſtrium corporum, an, & quanto major, vel minor; ac ejuſdem quæſtionis ſolutionem ſubjicit eam ipſam, quam Nevvtonus propoſuit Princ. lib. 3. pr. 4, ſed numeris utitur integris tantummodo, carmini nimirum aptioribus. Sic autem progreditur. Cum ſit nota diſtantia Lunæ a Terra, innoteſcet & tota peripheria orbitæ habitæ pro circulari, & ob notum converſionis integræ tempus, erit notus etiam arcus debitus ſexageſimæ parti unius horæ, ſive uni minuto primo. Hinc innoteſcet etiam intervallum, quo extremum ejus arcus punctum diſtet a tangente ducta per punctum primum. Per id intervallum Luna gravitatis ſuæ vi deprimitur ab ipſa tangente ad arcum curvilineum. Porro inito calculo id intervallum invenitur pedum proximè 15; quo nimirum intervallo noſtra corpora gravia in ſuperficie Terræ delabuntur tempore unius minuti non primi, ſed ſecundi, juxta ea, quæ dicta ſunt tomo 1 lib. 3

ver-

A Terra quantis jam tractibus illa recedat,
Cum notum tibi ſit, cognoſces, quanta ſit orbis
Illius via circum; & cum ejus tempora noſcas
Circuitùs pariter, quantus quoque prodeat arcus
Parte horæ decies in ſexta, ſcire licebit.
Proinde etiam quanto pars arcùs ultima tractu
A tangente via diſtet, quæ parte ſit ejus
Producta a prima, communi ſcilicet ortu.
Sola parit gravitas tantum illo tempore lapſum
Deducens Lunam; hunc inita ratione videbis
Ter quinos æquare pedes; quot nempe deorſum
Corpora per noſtras regiones concita currunt,
Sed tamen æquali non tempore, ſimplicis horæ
Nimirum decies non ſexta parte, ſed hujus
Partis item decies quoque ſexta parte minuto,
Ut ſupera certo nixus tentamine vici.
Nunc prius a dictis deduces, cum quoque partem
Horai per eam, bis quæ trigeſima tantum eſt,
Hic grave deſcendet corpus; debere cadendo
Id peragi ſpatium, quod non, ut tempore tempus,
Sex decies, ſed tot toties ſit partibus illo
Longius; hæc ſiquidem lapſus ſpatia uſque neceſſe eſt
Cre-

verſu 614. Jam vero cum ſpatia a gravibus libere decidentibus percurſa ſint, ut quadrata temporum (tomo 1 lib. 2 a verſu 918); erit ſpatium, quod noſtra gravia libere percurrunt unius minuti primi tempore, ſexagies ſexaginta vicibus majus, quam id, quod uno minuto ſecundo percurrunt. Quare effectus gravitatis in Terram in ſuperficie ipſius Terræ eſt ſexagies ſexaginta vicibus major, quam ibi, ubi eſt Luna. Cum igitur etiam diſtantia Lunæ ſit ſemidiametrorum terreſtrium ſexaginta, & ſuperficies a centro diſtet per unam ſemidiametrum; decreſcet gravitas uſque ad Lunam in ea, quæ dicitur ratio reciproca duplicata diſtantiarum, nimirum in eadem ratione, in qua creſcunt diſtantiæ in ſe ipſas ductæ, ſive diſtantiarum quadrata.

Porro ſpatium, per quod noſtra gravia cadunt uno ſecundo temporis, non eſt accuratè pedum 15, ſed pedum $15\frac{1}{12}$, ſive pedum 15, & unius digiti, & eo ſpatio Nevvtonus utitur, ac invenit id ipſum in Luna pro uno minuto primo; aſſumit autem diſtantiam Lunæ a terra itidem ſemidiametrorum 60, menſem periodicum dier. 27 hor. 7 min. 43, & ambitum terræ pedum Pariſienſium 123249600. Sed nec hi ipſi numeri penitus accurati ſunt, & fractiones inde erutæ ſunt minus aptæ verſibus. Præterea ad calculum accuratum oporteret habere rationem plurium aliarum cauſarum, quæ inæqualitates aliquas pariunt: conſiderare nimirum vim centrifugam motus diurni, & eam ſeparare; conſide-

Creſcere, uti repetita in ſeſe tempora creſcunt.
Quapropter gravitas, quam pellere multa videmus
Hic prope, major erit Lunæ gravitate remotæ
Non niſi jam toties tot partibus; eſſe minorem
Nempe illic videas, ad eam majora quot extant
A medio ſpatia in ſeſe repetita viciſſim.
Hinc tibi jam patefit, vires gravitatis, ut in ſe eſt,
Integræ pro non æque diſtantibus eſſe
Diverſas, variaſque locis; decreſcere ſemper
Plus, loca diſtando quam disjungantur; eiſdem
Scilicet a ſpatiis, in ſeſe ſi repetantur
Mutuà, metiri, quantæ ſint, poſſumus illas,
Nimirum quanto loca per majora minores.
Utque [1] fidem minus his renuas adjungere dictis,
Protinus exemplo multarum conſtabilire
Ipſe queas legem hanc rerum, quas cernimus uno
A puncto circum exire, & diffundere vires,
Scilicet ut lux eſt, quam fulgida lumina jactant;
Tractibus hæc etenim duplis, bis duplice debet
Parte ſui minui, pariter ter triplice ternis,
Et denis dena decies, proin in minuendo
Reſpondens ſemper repetitis tractibus in ſe,

In

ſiderare diverſas Terræ non prorſus ſphæricæ ſemidiametros, & invenire ſpatium, quo gravia caderent in Terram, ſi ea eſſet ſphærica; habere rationem perturbationum, quas in lunarem motum inducunt vires Solis; conſiderare non integram diſtantiam Lunæ a Terra, ſed diſtantiam a centro communi gravitatis, circa quod Terra, & Luna convertitur. Hæc omnia debuiſſent diligentius conſiderare nonnulli, qui Nevvtonum carpunt idcirco, quod non penitus accuratiſſimam inveniant rationem quadrati diſtantiarum in effectu gravitatis terreſtris, & lunaris. Sed de iis itidem in ſupplementis.

1 Quo minorem pariat admirationem ejuſmodi lex decrementi reſpondentis quadrato diſtantiæ reciprocè, proponit hìc multo generaliorem ejuſdem legis extenſionem ad ea omnia, quæ a certo puncto diffunduntur in gyrum circumquaque ita, ut rectilineo, & uniformi motu progrediantur, ac proponit exemplum in luce, cujus intenſitas decreſcit itidem in ratione reciproca duplicata diſtantiarum ita, ut in dupla, tripla, decupla diſtantia ſit bis duplo, ter triplo, decies decuplo minus intenſa: id ipſum demonſtrat hoc pacto. Dum lux progreditur, diffunditur ſemper magis, nam quæ in minore diſtantia erat collecta in ſuperficie minore, eadem in diſtantia majore diſtenditur per majorem ſuperficiem, adeoque eo minus denſa eſſe ibi debet, quo amplior eſt ſuperficies. Sunt autem ſuperficies in diverſis ſphæris in ratio-

ne

In quos excurrit diffuſa per ampla locorum ;
Quandoquidem lux illa eadem , quæ non ita diſtans
Ante globi brevioris erat ſtipata minorem
Per faciem , ſeſe faciem diffundit in amplam ,
Fingere quam poſſis , majoris deinde pilai .
Vivida propterea minus hìc , denſataque tanto ,
Eſt opus , ut lux ſit , quanto magis ampla rotundi
Eſt ſpatii facies ; facies ſed creſcere certum eſt
(Augentur cum mole globi) ratione profecto
Non alia , quam qua tractus a lumine ſemper
Scilicet in ſeſe repetiti creſcere debent .
Quare quo tractus puncto a flammante ſit ipſe
Major , eum repetas in ſe ſe ubi ſcilicet , illa
Rarior hoc certe lux , languidiorque meabit .
Subjicere hanc oculis rationem ſic quoque poſſis ;
Lampade per noctem ſuccenſa longius adſta
Te retrahens , ægre dum verba inſcripta papyro

Poſſis

ne reciproca duplicata ſemidiametrorum , adeoque diſtantiarum a puncto radiante . Quare & luminis denſitas decreſcit in ratione eadem .

Proponit autem & methodum eandem legem deprehendendi per experimenta . Per noctem te retrahe in eam diſtantiam ab una lampade , in qua vix poſſis librum legere , ſed tamen poſſis . Adde alias tres lampades priori prope ipſam , & ſi recedas ad diſtantiam , in qua itidem ægre legere poſſis , ſed poſſis ; invenies diſtantiam prioris duplam, & diſtantia tripla novem lampades, decupla centum æquales requiret , quod oſtendit intenſitatem luminis ſingularum eſſe in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, cum intenſitas ſingularum , ubi lumen omnium ſimul eſt idem , debeat eſſe in ratione reciproca ſimplici numeri lampadum , & numerus harum aſſumptus ſit in directa duplicata diſtantiarum .

Hæc quidem demonſtratio vim ſuam habet in iis omnibus , quæ a dato puncto diffunduntur in gyrum circumquaque motu rectilineo , & uniformi , quam conditionem Noſter jure expreſſit . Nam ad denſitatem determinandam non eſt ſatis conſiderare ſuperficies in geometrico rigore acceptas ſine craſſitudine ulla ; ſed oportet adhibere ſpatium trina dimenſione præditum , adeoque orbes quoſdam , utut tenuiſſimos, clauſos binis ſuperficiebus ſphæricis concentricis , qui , ſi æque ſint craſſi , ſunt ut ſuperficies ipſæ , quibus terminantur . Hinc ſi ejus ſubſtantiæ progredientis id , quod erat in uno orbe minore , idem ſit deinde in majore , denſitas in ſecundo caſu erit ad denſitatem in primo , ut primus orbis ad ſecundum, adeoque ut ſuperficies ad ſuperficiem , ſive reciproce ut quadratum majoris diſtantiæ ad quadratum minoris . Ut autem idem ſit in majore orbe , quod fuerat in minore , debet quidquid erat in minore pertingere ad majorem , & debet celeritas per craſſitudinem utriuſque eſſe eadem ; ut nimirum deveniente ad ſuperficiem ulteriorem orbis majoris eo ,

quod

Poſſis perlegere, at poſſis tamen; adde priori
Lampada tum triplicem, ut bis duplo lumine tectum
Floreat; invenies expertus non niſi duplo
Inde recedere te ſpatio debere, papyro
Demum ut vix poſſis perarata agnoſcere ſenſa;
Accenſa ſed deinde novena lampade, terno
Tantùm intervallo decedes; denique deno
Si libeat retrahi tractu, quot lumina poſces,
Vix legere ut poſſis, velut ante? Sat ulla profecto
Non prius eſſe, micent donec centena, videbis.
Ergo ita diffundi a puncto cum debeat uno
Lux, aliæque etiam res, quæ ſe parte propagent
Ex omni circum; in mentem facile inſinuabis
Non alio fundi gravitatis per loca pacto
Vires; ipſa licèt non res ſit, quæ moveatur,
Corporea, aſſimilis luci, tenuive vapori.
Verum [1] hanc diffuſæ gravitatis noſcere legem

Cer-

quod devenerat ad ulteriorem minoris, deveniat ſimul ad citeriorem illius id, quod ſimul devenerat ad citeriorem hujus.

Hinc errant ii, qui hanc demonſtrationem transferunt ad ea, quæ non progrediuntur motu rectilineo, & uniformi, nec progrediuntur illæſa. Eum errorem admiſit Keillius eandem theoriam aptans effluviis odoriferis, quæ nec omnia, nec motu uniformi, & rectilineo progrediuntur, uti ego quidem demonſtravi in diſſertatione de lumine parte prima, ubi & alium ejuſdem, ſanè merito celeberrimi, Authoris errorem deprehendi in computanda eorundem effluviorum ſumma. Ea de cauſa hìc Noſter hanc non adhibet tanquam demonſtrationem aliquam decrementi intenſitatis virium gravitatis in diverſis diſtantiis, ſed tanquam exemplum quoddam ejuſdem legis in re ſimili, quæ eam reddat faciliorem captu; atque idcirco monet etiam illud in fine, gravitatem non eſſe vim quandam, quæ motum realem habeat, & e centro virium velut excuſſa egrediatur, ſed cum pertineat quoddammodo ad illud centrum, quod reſpicit, & pertingat ad majores diſtantias, utut ingentes, habeat itidem eandem legem decrementorum reſpondentem reciproce quadratis diſtantiæ. Demonſtrationem pro diſtantiis noſtrorum corporum, & Lunæ a centro Terræ deſumit a curvatura orbis lunaris comparata cum noſtrorum gravium deſcenſu, uti ſupra vidimus.

1 Gravitatem decreſcentem in ratione reciproca duplicata diſtantiarum huc uſque deprehenderat Noſter cum Nevvtono in binis tantummodo diſtantiis ab unico centro, nimirum in noſtris gravibus, & Luna gravitantibus in Terræ centrū; nunc progreditur ad confirmandam legem eandem multo ampliore inductione, petita nimirum a Planetis. Sunt autem Planetæ, qui dicuntur Primarii, qui quidem gyrant circa Solem. Deinde ſunt alii, qui dicuntur Secundarii, qui nimirum gyrant circa quoſdam e primariis.

pro-

Certius ut poſſimus, opus conſcendere & ultra eſt;
Nam quoniam circa Solem vaga multa feruntur
Aſtra, feruntur item vario cingentia gyro
Aſtrum errans aliquod, proin quæ dixere Secunda,
Et flectunt quandam vim propter continuatam
Continuò curſus, nobis vidiſſe neceſſe eſt,
Primùm vis ea quo nitatur, deinde locorum
Pro ſpatiis, quali vel creſcat, vel minuatur
Ordine; ſed paulum nobis ante omnia motus
Aſtrorum varii, facies luſtrandaque Cæli
Omnis, ut eſt magno demum detecta labore,
Ante tuos quam tu Cæli trans nubila curſus
Conciperes, Newtone, adiens procul avia Mundi:
Hoc tibi ſæcula iter ſervando multa parabant.
  Principio [1] immani numero lucentia magna

Cor-

Proponit autem hìc determinandum centrum illud, in quod gravitant, & legem gravitatis pro diverſis diſtantiis, quæ demum obvenit illa ipſa reciproca duplicata diſtantiarum.

Verũ ut id præſtare poſſit, præmittit brevem notitiam motuũ, qui ante Nevvtonum ipſum deprehenſi fuerant in cæleſtibus his corporibus, & leges quaſdam, quæ ipſi Nevvtono fuerant quædam veluti baſis ad totam admirabilem illam mechanicæ cæleſtis molem educendam: nos in ſupplementis ea, quæ huc pertinent, quanto contractius fieri poſſit, ſed accurate ſimul expoſita producemus. Interea hic attingemus ea, quæ Noſter perſequitur eodem ordine, quo ab ipſo proponuntur.

1 Primo quidem agit de ſtellis fixis, ac de iis innuit ea omnia, quæ vulgo ſunt cognita: eas eſſe corpora lucentia, nimirum lumen per ſe ſe emittere: eſſe numero immani, & quidem quocumque teleſcopia dirigimus, ingentem earum congeriem cernimus, potiſſimum ubi eſt via lactea, & quo ampliora teleſcopia ſunt, eo plures cernuntur, ultra omnem definitum numerum: eſſe ex eodem genere, ex quo eſt Sol; nam idcirco ita tenue ad nos lumen emittunt, & inſtar puncti apparent, quia remotiſſimæ ſunt: eaſdem eſſe diſperſas per immenſa Cæli ſpatia ad maximas a nobis, & a ſe invicem diſtantias: non quidem infixas alicui ſolido lacunari, ut multi e Veteribus crediderunt, ſed *velut* infixas, quæ nimirum infixæ videantur idcirco, quod poſitionem mutuam ad ſe invicem ſervant. Servant autem ad ſenſum; nam habent quatuor apparentes motus, motum diurnum, motum præceſſionis æquinoctiorum, nutationem axis, & aberrationem luminis; quorum primi tres poſitionem earum mutuam non mutant, quartus mutat quidem, ſed paucis admodum ſecundis. Multo autem adhuc minores ſunt motus quidam veri Fixarum, quos habent ſaltem earum aliquæ, qui vix per longiſſima teleſcopia deprehenduntur.

Solem appellat parentem lucis, & vitæ, hìc nimirum apud nos in toto hoc ſolari ſyſtemate, in quo ſine Sole, & nox haberetur perpetua, & torpor, ac duriſſimum gelu ſine ullo motu, qui ad vitam in primis requiritur. Singulæ autem Fixæ idem officium ſuis ſyſtematibus præſtant.

Corpora, uti Sol eſt, per vaſti concava Cæli
Immenſis diſperſa locis, nimiumque remotis
Stant circum velut infixa, atque immota viciſſim.
De genere hoc igitur Sol eſt quoque, quem loca terris
Non adeo disjuncta, illis longe omnibus aſtris
Majorem oſtentant, lucis, vitæque parentem
Scilicet [1]: hunc obeunt vario famulantia motu
Terna bis aſtra, Deum præclarum nomen adepta,
Diſcurruntque vago curſu in regionibus amplis,
Mercuriuſque, Venuſque vagantur, Veſtaque Tellus,
Et Mars, & major patre Juppiter, & pater ipſe
Saturnus; media fulgens Sol regnat in aula.
Diverſis ſpatiis diverſo tempore volvunt
Illi ſe, & vario tranſmittunt æthera curſu.
Queis [2] quatuor diſtat ſpatiis Cyllenius, illis
Septenis a Sole Venus, ſed Terra recedit
Bis quinis, aliis quinis Mars inſuper; ipſe
Editus at quanto eſt plus Juppiter? huic duo magni
Nempe queas ſpatia, & decies dare quinque receſsùs.
Quanto & plus illo Saturni altiſſimus orbis?
Inter utrumque quater denis loca tractibus æques.
At Maja genitus menſes tres conficit uno
Circuitu, octonos Paphium contundit & aſtrum.
Annuus ingentem eſt Telluris gyrus in orbem;
Volvitur & gemino circum Mars igneus anno.

1 Tranſit ad Planetas, ſive errantes ſtellas. Hos affirmat eſſe quoſdam Solis velut ſatellites, *famulantia* ſidera; qui motibus ferantur variis, nam licet leges habeant quaſdam motuum generales, tamen alii in aliis orbibus, & cum aliis velocitatibus feruntur. Sunt autem ſex, ut exprimit illud *bis terna*, & adepta ſunt *præclara* apud Veteres nomina, Deorum nimirum. Eoſdem nominat eodem ordine, quo a Sole diſtant, incipiendo a proximo: ſunt nimirum Mercurius, Venus, Terra, quam Veteres dixerunt Veſtam, Mars, Jupiter, Saturnus.

2 Subjicit & diſtantias, & tempora, quibus ſuas ſinguli periodos circa Solem abſolvunt, quæ exprimit numeris, ut ajunt rotundis, ſed tamen vero proximis, diviſa nimirum diſtantia mediocri Mercurii a Sole in partes quatuor, earum partium diſtantiæ eodem ordine ſunt 4, 7, 10, 15, 52, 95. Reliquæ ſatis dilucidè exprimuntur; poſtremam exhibet addendo penultimæ ſpatia 40, quo pacto fiunt 92, diſtantia nimirum fit ſatis proxima veræ 95. Tempora periodica adhibet menſium 3, menſium 8, anni unius, annorum duorum, 12, & 30. Numeros multo adhuc accuratiores tam pro diſtantiis, quam pro periodicis temporibus inveniet, qui velit, in ſupplementis.

Ad duo luſtra duas hiemes, Soliſque calores
Æſtivi totidem ſi jungis, tanta obeuntis
Tempora erunt Jovis; it Cælo tardiſſimus alto
Ipſe ſuum Genitor per iter ſex luſtra moratus.
Luna [1] obit ut Terram longe minor, & comitatur,
Quo ſe cumque ferat, Dominam; ſic quattuor ipſum
Alte ambire Jovem Lunas, ſic quinque videmus
Saturnum, varia ſe mobilitate ferentes,
Et ſpatiis omnes, & tempore; prætereaque
Annulus hunc late circumdat magnus ab omni
Parte in ſe nitens tantùm, atque avulſus ab ipſo
Undique Saturno; ſubtilis frons latet, at quæ
Sunt latera hinc illinc, & plana, & lata pateſcunt.
Sæpe [2] videntur item Cælo nova lumina ferri
Stellarum caudas ducentum, aut crine micantum.

Qui

1 Facit hìc gradum ad Secundarios Planetas. Ut Luna multo minor circa Terram convertitur in orbe ſuo, & interea comitatur Terram ipſam delatam circa Solem, ita & quatuor Lunæ circa Jovem, quinque circa Saturnum convertuntur temporibus itidem, & orbibus diverſis. Hos eorum ſatellites appellant, & illos quidem, ubi Galileus deprehendit primo, Mediceas ſtellas appellavit. Præterea circa Saturnum habetur anulus latus, ſed tenuis, qui ab ipſo circum undique disjunctus eſt; eum dicit ſibi ipſi quodammodo inniti, quemadmodum nimirum & pons quidam circularis, qui totam obiret Terram, ſi bene eſſet æquilibratus, nullis indigeret pilis, quibus inniteretur.

Ea autem eſt multorum de anulo Saturni ſententia; ſed ſunt itidem, qui cenſeant, congeriem eſſe quandam ingentem minorum, & ſibi proximorum ſatellitum, quorum ſeries, intervallis ſenſum effugientibus continua videatur.

2 Poſt Planetas commemorat Cometas. Cometarum tria ſunt genera: alii ſunt criniti, alii barbati, alii caudati. Criniti, ubi quædam veluti nebula, quæ caput, ſeu nucleum comitatur, circa ipſum undique in gyrum diffunditur; barbati cum eadem in longum protenditur, & nucleum præcedit motu proprio; caudati, cum in longum itidem protenſa ſequitur nucleum ipſum. Sed barbam etiam caudæ nomine vulgo appellant, & idcirco Noſter crines, & caudam tantummodo nominat. Vocat autem *nova lumina*, quia poſt longa annorum intervalla ita ex improviſo veniunt ſub aſpectum, ut habeantur pro novis.

Porro nondum anni centum effluxerunt, ex quo inventæ ſunt Cometarum orbitæ, & leges, quas in iis ſervant, ac determinamus eam partem orbitæ, quam trajiciunt, dum nobis conſpicui ſunt, & loca, quæ ad data quævis tempora in iis occupare debent, calculo definimus. Bene autem poſt illud *quas trajicit aſtrum* addidit *conſpicuum*; nam Cometarum orbitæ ſunt quædam Ellipſes ita oblongæ, ut earum arcus proximi Soli exiſtenti in altero foco, & idcirco propiores etiam nobis, in quibus nimirum conſpicui ſunt,

ſunt,

Qui motus, quæ forma viæ, legeſque meandi
Illis ſint, patuit demum poſt ſæcula longa:
Cœpimus his aliquam jam certam condere legem,
Orbis & immanis partes, quas trajicit aſtrum
Conſpicuum, numeris ſupponere, menſuriſque,
Proſequimurque diu fugiens, & prendimus alte
Abductum, & ſpatiis longe deducimus amplis.
Ne [1] tamen hæc obducta prius latuiſſe tenebris
Mireris; motus, liceat quoque ſcire, vagantum
Stellarum, atque orbes ignotos ante fuiſſe,
Quanquam conſpicuæ ſervantibus uſque paterent.
Indignum Cælo, & cæleſtibus eſſe putatum eſt
Nempe vias varie curvarier, atque meari
Impetibus variis; proin & debere vagantis
Æquales aſtri motus, orbeſque videri:

ſunt, haberi poſſint pro parabolicis, & ex hac ſuppoſitione computantur, ignota reliqui arcus forma, & longitudine, quod Halleyus præſtitit in Cometis 24, quotquot accurate uſque ad illius tempora obſervati fuerant; nuper autem Caillius poſteriorum omnium ſupplementum exhibuit in ſuis Aſtronomicis lectionibus. Porro etiam ubi ad ſatis ingentes abierunt diſtantias ultra omnes etiam Planetas, vel ex ſatis ingentibus redeunt, ſæpe adhuc Cometam proſpicimus, quod ipſum Noſter innuit per illud *prendimus alte abductam, & ſpatiis longe deducimus amplis*.

1 Jam exponit, cur diu & Cometarum motus, & tota vera Cæli facies latuerit, ac plures proponit cauſas, inter quas, quæ de Telluris motu dicuntur, omnia intelligenda ſunt juxta id, quod diximus in ſuppl. lib. 1. §. 13, ubi de vi inertiæ egimus, & oſtendimus, in quo ſenſu accipi debeant quæcumque in hoc opere de motu Terræ dicuntur, accipiendo ea de motu reſpectivo reſpectu totius mundani ſyſtematis nobis conſpicui, qui motus componi poſſit cum abſoluta quiete, illæſis omnibus Recentiorum cauſis, & theoriis, per ſolam inertiæ vim reſpectivam, ſed cum inter motus nobis cognitos ii minime omnium reſpectivi ſint, dicuntur hic abſolute motus, & vero etiam motus abſoluti.

Prima autem cauſa, quam hic profert, eſt, quod cenſuerint Veteres omnem inæqualitatem & orbitæ, & celeritatis eſſe indignam cæleſtibus corporibus, adeoque iis deberi motum & circularem, & æquabilem. Poſſent ſane, qui etiamnum finales cauſas Philoſophi adhibent ad problematum ſolutionem, & inventionem cauſarum, vel ex hoc uno documento diſcere, quam fallax ea ſit via. Ad contemplationem, & interpretationem quandam Naturæ poſt inventionem, eſt ſane idonea ea philoſophandi ratio, ad inveſtigationem ineptiſſima vel ob ipſam noſtrarum mentium anguſtiam, & hebetudinem, quas nimirum latent innumerabilia finium aptiſſimorum genera, quæ ſibi poſſet Auctor Naturæ proponere.

Secunda erat perſuaſio de eo, quod

Quin etiam immotam Tellurem, cunctaque contra
Sidera converti, Solemque aſcendere currum
Propterea, & circum Veſtæ inſervire vagantem.
At quia erant rerum tunc abſona cuncta, nec ullas
Idcirco quibant certas agnoſcere leges,
Ut tunc eſſet opus, numerorumque ordine clauſas;
Sollicitata aliis ratio ne motibus eſſet
Illa, nec incolumes non orbes, aſſimileſque
Uſque ſibi motus, media horum de regione
Deducta eſt paulum Tellus: num proinde peracta
Omnia? non Cælum diſcors rationibus iſtis
Tum quoque erat? Structi jam protinus orbibus orbes
Magnis exigui, terga ut devexa voluti
Hi ſuper illorum, ſecum unà hærentia ſummo
Margine deferrent errantia ſcilicet aſtra,
Per Terræ ut convexa extantem fert rota clavum.
Quanquam [1] olim at melius multis ſtatione movere

Vi-

Terra immota eſſet centrum omnium ejuſmodi circularium motuum, quos haberent Planetæ circa ipſam.

Cum autem ex iis poſitionibus nullo pacto computari poſſent cæleſtium corporum motus, & obſervationes a locis per eas hypotheſes computatis penitus diſſentirent, alias hypotheſes quæſierunt Aſtronomi, quæ motum & æquabilem, & circularem quodammodo circa Terram cum phœnomenis conciliarent. Harum rationum proponit duas, nimirum eccentricos circulos, & epicyclos. Eccentrici dicti ſunt ii, quorum centrum non congrueret cum centro Terræ: epicycli autem ii, qui haberent centrum in circumferentia alterius circuli ita, ut epicycli quidem centrum ſemper eſſet in peripheria circuli concentrici, & per ipſam moveretur; aſtrum autem interea converteretur in circumferentia epicycli. Porro facile patet ejuſmodi motu deſcribi quoddam cycloidum genus, ſive eſſe ex eodem genere motuum, ex quo eſt motus clavi rotæ progredientis per æqualem ſuperficiem Terræ, nimirum per circumferentiam circuli Terræ maximi. Nam centrum quidem rotæ deſcribit itidem circulum circa centrum Terræ, & interea clavus deſcribit circumferentiam ipſius rotæ.

1 Cum nec epicycli eccentricis ſuperinducti ſatis eſſent; alii Telluri attribuerunt motum quieſcente Sole, in qua ſententia fuerat olim Pythagoras, & Ariſtarchus, uterque Samius. Verum hæc deinde ſententia exoleverat, ubi illud eleganter a Noſtro dictum *ſcilicet obliti ſeſe ſunt ire per altum Æthera Mortales cum Terræ corpore magno*. Ejuſmodi ſententiam exſuſcitavit Copernicus natione Sarmata, ſummus ſanè Aſtronomus, qui circa immotum Solem Planetas, & Tellurem in eccentricis circulis traduxit; Dum Tycho Cimber, qui Uranoburgi ſpeculam illam celeberrimam extruxit, aliud ſyſtema cuderet Terræ quieſcentis, & Planetarum deſcribentium circa Solem eccentricos ſuos circulos tranſlatos deinde cum ipſo Sole circa Terram.

Viſum ſit Terram, atque immotum figere Solem:
Poſt facile effluxit, Samio Sene condita Cæli
Quæ fuerit facies, atque aſtris reddita jura;
Scilicet obliti ſeſe ſunt ire per altum
Æthera Mortales cum Terræ corpore magno;
Id quoniam ſenſus vulgo non afficit ullos;
Donec & e Veterum monumentis protulit oras
Hanc rurſum in ſuperas, Cæli & rationibus artem
Aere Sarmatico quanquam nutritus, & illa
Fruge Vir indigena, mediis tamen eſſet Athenis
Qui decori, circa immotum ſex corpora magna
Convertens illo, quo diximus, ordine Solem;
Dum Cimber, tibi qui ſemotam condidit Urbem
Uranie a vulgo, non inter verſa locaret
Corpora Tellurem, ſed ſola ea quinque juberet
Phœbi ambire ignes, & tanto cum comitatu
Phœbum ipſum Auctorem lucis, rerumque parentem
Impete præcipiti Terram luſtrare manentem.
Hæ [1] tamen illuſtres animæ, ſacrandaque Cælo
Nomina, non æquos curſus, orbeſque movendos
Viderunt Cælo, neque parte hac quærere, clauda

1 Poſt eas ſententias, quæ jam exoleverunt, demum devenit ad eam, quæ adhuc viget, & vigebit, donec inſtrumenta exacta, & Obſervatores extiterint. Keplerus nimirum, quem hic innuit, veros a Planetis deſcriptos orbes invenit, primo quidem conjectando, & poſitiones varias permutando, donec in veram inciderit theoriam, atque id ope Martis, cujus motus maximè inæquales omnem Aſtronomorum induſtriam eludebant, nec unquam cum calculis potuerant conſentire, dum circulares adhibiti ſunt orbes, utcumque variis hypotheſibus, & correctionibus permutati.

Subſtituit autem circulis ovalem figuram, quam Ellipſim dicimus, & eſt una, e tribus conicis ſectionibus; ac idcirco Noſter *Claudos hac parte* Planetas appellat, qui inæquali motu in orbibus inæquali curvatura præditis ferantur.

Keplerum autem vocat *Legiferum Mundi*, alludens ad illas tres, quæ vulgo jam appellantur Keplerianæ leges, & quæ totius Newtonianæ Aſtronomiæ ſunt quædam veluti baſis, & fundamentum. Sunt autem hujuſmodi: Planetas Primarios converti circa Solem in orbibus ellipticis ita, ut ſingularum Ellipſium focum alterum Sol occupet: Areas, quas verrit recta conjungens Planetam cum Sole, eſſe temporibus proportionales: Quadrata temporum periodicorum eſſe in diverſis Planetis, ut cubos diſtantiarum mediarum. Has leges hic explicandas Noſter ſuſcipit. Eas & nos hic in adnotationibus exponemus, quantum ſine Geometria licebit, ipſum ſecuti; ſed omnia evadent magis dilucida iis, qui Geometriam callent in ſupplementis in hunc locum.

Aſtrane ſint, ſubiit. Quis Cæli in ſedibus almis
Conjicere id primus pavido tum pectore poſſet?
Protinus excepit tamen hanc audentior ætas,
Nam, tum qui latuit, dubitando eſt proditus error.
Sic etiam inſidias hoſtiles Induperator,
Cum timuit, detexit, & evitavit; at idem
Securus ſæpe improviſum illatus in hoſtem eſt.
Scilicet ætherii tibi Legifer inclite Mundi,
Dum dubitas, fraudemque times, nova jura per altum
Contigit invehere, & certiſſima figere Cælum.
Mars prius indomitus cunctorum reſtitit auſis;
Devincique repugnavit, nunc e latere hoſtem
Sponte ſuo recipit, captivus & omnia prodit.
 Namque animadverſum tunc eſt, loca, quæ daret æquus,
Circum ſi per eum Mars ſe converteret, orbis,
Servatis diſtare locis, veriſque, nec eſſe
Non alia omnino: nimirum tanta reperta
Hæc diſcrimina, uti manibuſve, ulliſve referri
Uſibus haud poſſent oculorum, artique videndi.
Multos ille modos, ut neſcere cuncta valeret,
Quæ ſuperà fiunt, tentavit; denique ſolers
Non bene res aliis aptari poſſe ſupernas
Orbibus invenit, tantùm niſi habentibus ovi
Et ſpeciem, & nomen, genus illud, quod libuit jam
Effigies ſecto de cono dicere primas.
 Quanquam [1] igitur multa effati nos ante viai
Illius de natura, cum terna per auras
Eductos conos in ſegmina divideremus;
Hic tamen eſt aliquid, ſingillatim addere quod nos,
Quippe opus eſt, debemus, uti pernoſcere poſſis,
Quod doceo; quare mentem huc paulum ipſe reflecte.
 Trames [2] hic in ſeſe quoddam gerit utile longe

Mu-

1 De natura Ellipſeos una cum reliquis binis coni ſectionibus Parabola, & Hyperbola egit Noſter in ſuperiore tomo libro 2, ubi & in adnotationibus, & in ſupplementis libri 2 §. 6 de iis multa diximus. Verum hic de Ellipſi agit iterum ſingillatim exponens ea tantummodo, quæ ad priores duas Kepleri leges intelligendas ſunt neceſſaria.

2 Primo loco proponit proprietatem Ellipſeos primariam, per quam ea curva facile delineatur in plano delineatione accurata ope filorum, qua & fabri murarii utuntur, & villarum, ac viridariorum cultores.

Nimirum Ellipſis habet lineam tranſverſim ductam, omnium, quæ in-

Munus, per quod eum facili ratione queamus
Inflexo ſignare, ſuper lato æquore, filo,
Subjicere & ſenſu verum, atque videre meantem.
Eſt via, quæ medium longiſſima trajicit orbem,
Quam proin tranſverſum, & majorem dicimus axem,
Bina habet hinc illinc æque diſtantia puncta
A medio; punctis ex his educere rectos
Si libeat tractus ad punctum quodlibet unum,
Margine in extremo quod circum ubicumque locatur,
Hos geminos tractus ſimul axem æquare neceſſe eſt;
Tractuum & iſtorum proin eſſe æqualia quæque
Inter ſe paria, & ſpatio protendier æquo.
Hinc [1] quoque, queis labor eſt florentes addere villis
Hortos, circum & humo varias inducere formas,
Hanc ſic inducunt ſola per variata figuram.
Tam longum, quam longus item, voluere, ſit axis,
Filum in acum patulam intrudunt, extremaque fili
Tum capita infigunt terræ diſtantia tractu
Inter ſeſe aliquo majori, ſive minori,
Ut latam minus eſſe velint hanc, pluſve figuram.
Poſt ita circumfertur acus, ſit ut uſque trahentis
Vi diſtenſa manùs pars ipſius utraque fili

intra ipſam duci poſſunt, longiſſimam, quæ idcirco totam ejuſmodi ovalis figuræ longitudinem determinat, & dicitur axis tranſverſus. Medium ejus axis punctum dicitur centrum Ellipſeos: ſunt autem bina puncta hinc, & inde a centro æque diſtantia in ipſo axe prædita hujuſmodi proprietate, ut ſi ab iis punctis ad quodvis punctum perimetri ducantur duæ rectæ lineæ, hæ ſimul ſumptæ æquentur illi axi tranſverſo; ut idcirco, ſi ab iiſdem ad plura perimetri puncta ducantur rectæ lineæ, nimirum ad ſingula binæ, omnia binaria ejuſmodi rectarum æquentur prorſus inter ſe. Ejuſmodi puncta dicuntur foci Ellipſeos ob rationem ponendam paullo inferius.

1 Hic jam exponit ipſam methodum uſitatam delineandi Ellipſim deductam ex ea proprietate. Filum deſumitur ejus longitudinis, cujus eſt axis, cujus caput alterum tranſmittunt per foramen aliquanto amplius acus cujuſpiam *patulæ*, quo nimirum libere poſſit filum ipſum excurrere: tum bina capita deſigunt in illo plano, in quo delineanda eſt Ellipſis, in diſtantia minore, vel majore a ſe invicem, prout Ellipſim volunt latiorem, pinguioremque, vel graciliorem, & tenuiorem; ac filo tenſo per acum, circumducunt acum ipſam, ut filo excurrente, pars ejus altera minuatur tantum, quantum altera creſcit, cujus acus acies foramini, & filo proxima *ſubtus* poſita, nimirum applicata ad planum, quod in villis eſt humus, deſcribit Ellipſim,

Continuo per acum proin tranſcurrentis, & illa
Quantùm increſcentis, tantùm hac de parte minuti.
Sic per humum circum ſpecies ſignabitur ovi
(Subtus acùs acies ſignabit), ſcilicet illa,
Quam libuit ſecto de cono dicere primam.
Sed capita hæc fili ſi non disjuncta fuiſſent
A ſeſe, ſed fixa ſimul, vertiſſet in orbem
Seſe acus æqualem prorſum, & ſignaſſet eundem.
Ergo inter ſeſe quanto magis illa recedent,
Hoc orbis magis æquali diſtabit ab orbe,
Atque ea forma magis gracilis, compreſſaque fiet.
Quod ſi concipias unum evaneſcere demum
Extremum, velut in ſpatia infinita remotum;
Naſcetur coni ſpecies tunc altera ſecti:
Tertia proveniet, ſi, poſtquam evanuit illud,
Poſt infinitos percurſos denique tractus,
Parte ex oppoſita claras reddatur in oras.
Illæ igitur quoque tres formæ hæc diſcrimina habebunt,
Ut, genus hoc, duo puncta gerat, quæ tertia forma eſt,
Partibus oppoſitis tamen, unum ut nempe receptet
Intra ſe, teneatque ſinu, ſit id alterum at extra,
Nimirum oppoſiti concluſum limite rami:

At

pſim, cujus bina illa puncta ſint foci; nam binæ rectæ ab iis ductæ ad quodvis punctum perimetri ab acu delineatæ æquantur longitudini fili, adeoque conſtantis magnitudinis ſunt. Facile autem patet & illud, maximam longitudinem figuræ evadere, ubi acus jacet in directum cum focis hinc, vel inde, & quoniam filum eo caſu procurrens ultra focum alterum applicatur ad ſe ipſum, duplicaturque, atque id ipſum æque a parte utralibet, debere totam ejuſmodi longitudinem, ſive axem, æquari longitudini ipſius fili.

Si bina capita fili coeant, patet, haberi circulum, in quem nimirum abit Ellipſis, ubi foci coeant inter ſe, & proinde etiam cum centro, qui foci, quo magis diſtant a ſe invicem, eo magis tenuem, adeoque magis a circulari forma diſtantem Ellipſim exhibent, atque ipſa demum in rectam lineam abit, ubi ipſi foci tantum diſtent inter ſe, quanta eſt longitudo totius fili, quod proinde in ipſa capitum deſixione maneat diſtentum.

Innuit autem & transformationem quandam ſectionum conicarum in ſe invicem, quæ Geometriam ſublimiorem callentibus eſt notiſſima, cum nimirum ſi concipiatur, alterum Ellipſeos focum abire in infinitum, Ellipſis, quam lib. 2 verſu 1321 appellavit primam coni ſectionem, abeat in Parabolam, quam appellavit ſecundam, qui focus ſi, poſteaquam in infinito veluti demerſus quodammodo evanuit, per ipſum infinitum

quo-

At coni ſpecies proſciſſi, aut forma ſecunda
Tantùm unum interius recipit cava; denique, primum
Quod genus, in cono ſimulantes ova figuræ,
Circumſepta tenent intra ſeſe utraque puncta.
Percipe [1] nunc aliud munus, quod nomina punctis
Certa dabit, pulchrumque, & multis utile rebus:
Ex illis ſi nempe vias ad quodlibet unum
Marginis inflexi punctum deducere rectas
Inſtituas, utramque ejuſdem ad marginis arcum
Æquo inclinari flexu cognoſcere poſſis.
Inde fit, ut ſpeculi ſi frons hanc nempe cavetur
Prorſus in effigiem; genus hoc, & perſtet in uno
Per cunctas vibrans ſua partes lumina puncto
Aurea lampas; in objectam radiantia frontem
Spicula quæ circum veniunt, exinde remitti
Omnia cum ſit opus, flexuque remiſſa redire,
Quo venere, pari candente a fronte; fit, inquam,
Altero ut in puncto coeant, in eoque coacti
Corpora comburant ignis vi, conficiantque;
Proin ea puncta a re nomen ſortita focorum.
His [2] tibi ſubjunctis, eſt illius arte repertum,
Ponere qui Cælo proin viſus jura, focorum
Sem-

quodammodo traductus ad partem oppoſitam abeat; oriuntur bini rami Hyperbolæ, tertiæ nimirùm ſectionis coni, in cujus altero ramo utrovis ſit alter focus, altero exiſtente extra ipſum in ramo oppoſito; atque idcirco hoc etiam ſit diſcrimen inter tres conicas ſectiones, ut Hyperbola habeat duos focos, ſed alterum intra alterum ramum, altero poſito extra ipſum, Parabola unicum, Ellipſis binos, & utrumque intra ſe.

Hæc itidem uberius exponemus in ſupplementis, ubi innuemus aliquid etiam de geometrica continuitate in tranſitu per infinitum, & ipſius Geometriæ myſteriis quibuſdam in ipſa continuitate ſervanda.

1 Hic aliam focorum Ellipſeos proprietatem exponit, quæ ipſis & nomen dedit. Nimirum binæ illæ rectæ a focis ductæ, ad quodvis punctum perimetri inclinantur ambæ ad ipſam perimetrum in angulis æqualibus hinc, & inde. Quamobrem cum radius luminis, ubi reflectitur, ſemper in regreſſu faciat angulum reflexionis æqualem angulo incidentiæ, ſi in altero foco ellipticæ figuræ levigatæ ita, ut regularem pariat luminis reflexionem, conſtituatur punctum radians, ut candelæ flammula, omnes radii in ipſam ellipticam perimetrum incidentes debent poſt reflexionem dirigi ad focum alterum, ibique colligi in unum, & ignem etiam excitare, ſi lumen applicatum ad focum alterum ſit ſatis vividum.

2 Præmiſſa focorum notione, jam

Semper in alterutro Solem conſtare, ſuaſque
Errabunda vias circum aſtra, ut diximus, orbis
Haud æqui facere; haud æquo proin impete ferri,
Sed citius, cum ſunt orbis propiore locata
Parte, meare; magis cum contra a Sole recedunt,
Serius, hanc ſemper motùs ſervantia legem;
Nempe ut clauſa arcu, quem ſignet tempore corpus
Quolibet, & rectis quoque clauſa, a limite utroque
Arcùs ad Solem medium quos tendere fingas,
Tramitibus, conſtet par area quælibet areæ
Arcu alio clauſæ, per quem æquo tempore corpus
Procurrat, rectiſque itidem quoque ductibus; illis
Denique temporibus ſemper reſpondeat omnis
Area, queis agitur corpus quoſcumque per arcus,
Prodeat ut duplex a duplice, ternaque terno,
Cumque illo ratione pari paria augmina ſumat.
Hinc [1] patuit, cur Mars aliis magis avius erret,
(Ex-

jam hìc progreditur ad explicandam primam e tribus illis Keplerianis legibus, quas propoſuimus in nota ad verſum 449, &.cum ea conjungit ſecundam.

Prima igitur eſt, Solem eſſe in altero e binis focis cujuſvis Ellipſeos pertinentis ad Planetam quemvis deſcribentem circa ipſum ejus generis curvam.

Secunda autem lex arearum tempori proportionalium in eo ſita eſt, quod per ejuſmodi Ellipſim non ferantur Planetæ motu æquabili, ſed ubi magis a Sole diſtant, retardato, ubi minus, accelerato, atque id ita, ut area ſectoris, ut vocant, elliptici ſit ſemper æqualis æqualibus temporibus.

Hanc æqualitatem arearum tempori proportionalium expoſuimus etiam tomo I l. I ad v.1709. Concipiatur arcus Ellipſeos deſcriptus aliquo tempore dato, a cujus extremis punctis ducantur binæ rectæ lineæ ad Solem in foco poſitum: iis rectis, & illo arcu curvo terminabitur figura quædam, quæ dicitur ſector: area ſectorum ejuſmodi contenta iis lineis, ac extenſa in longum, & latum, ſi ſectores pertineant ad arcus deſcriptos æqualibus temporibus, erit ſemper magnitudinis ejuſdem, amplitudine majore anguli in foco, & celeritate in arcu, compenſante minorem in minoribus diſtantiis productionem ipſius ſectoris. Ejuſmodi aream quodammodo veluti verrit recta conjungens Solem, & Planetam, quam nimirum motu continuo percurrit, & perradit. Æqualitas autem æqualibus temporibus reſpondens trahit ſecum proportionalitatem pro inæqualibus utcumque; nam ex æqualitate facile deducitur, fore duplam aream duplo tempore, triplam triplo, & ita porro.

1 Martis orbita omnium maxime recedit a forma circulari dempta unica Mercurii orbita, quem raro admodum obſervare licet. Quare in ipſo Marte facilius potuit Keplerus primas ſuas leges invenire, quam

(Excipe Mercurium, nobis quem cernere raro eſt)
Ejus nempe foci multum inter mutua ſeſe
Diſtant, & gracilis via, longaque ducitur alte,
Proin & ab æquali multum diverſa meatu.
Aſt aliis minus eſt, genus hoc, diſcrimen in aſtris,
Sed varium tamen, ut varie duo puncta focorum
Inter ſe ſita ſunt; vaga pergunt aſtra per orbes
Proin varios, magis hæc æquis contermina gyris,
Illa minus, quædam ut ferri videantur in æquos.
En [1] geminæ Cæli leges; prior illa profecto eſt,
Orbis nempe via haud æqui; porro altera ſurgit,
Undique temporibus reſpondens area lapſis.
Præterea conferre aſtrorum mobilitates
Si libeat, toto quas gyri a tempore pronum eſt
Eruere, & ſpatiis medio de Sole petitis,
Lex alia inventa eſt; ſed quæ mihi, forſitan ulla
Quam res, difficilis magis eſt, ſcrupoſaque dictu,
Exque plicatu; etenim vix nomina ſuppeditantur
Carmen ad ingenuum; nam barbara verba peroſæ
Nil niſi more ſuo comptum, ornatumque Camœnæ
Suſcipiunt, tolluntque loca ad ſublimia Pindi,
Et ſibi res, non ſe rebus ſubmittere tentant.
Non ſocias artes adſciſcunt, excipiuntque
Hoſpitio, veteri Perſarum more, ſuo ni
Indutas habitu, notoque colore nitentes,

quam in ullo alio Planeta. Ejus enim obſervationes habebat plurimas, quæ cum hypotheſi circulari, & motu æquabili nullo pacto conciliari poterant, cum nimirum, quo magis a circulari forma diſceditur, eo majus habeatur diſtantiarum diſcrimen, adeoque eo major motuum etiam obſervatorum inæqualitas; & eo majus diſcrimen ab inæqualitate illa, quam Eccentrici, & Epicycli, & aliæ hypotheſes quæcumque circulo innixæ requirunt.

1 Concludit hic binas exprimens, quas expoſuimus, priores Kepleri leges. Ad tertiam tranſiturus, monet Lectorem ſuum de difficultate ſumma, quam experitur in ea exponenda ob vocabulorum inopiam apud Veteres. Et quidem jure omnino affirmat, non licere in Poëſi etiam barbaras admiſcere voces, utut jam receptas in ſcholis, cum nimirum Muſæ ſummum leporem, & venuſtatem requirant ab ipſa vocabulorum proprietate petitam. Utique ſi Noſter etiam cenſuiſſet, licere ſibi illa adhibere: *Quod ſi quadrata cubaveris, cumque Copernicio ſyſtemate*, & alia ejuſmodi, quæ occurrunt in poſthumo opere celeberrimi Poetæ noſtri ævi, multum ille quidem laboris declinaſſet, ſed tantundem ſimul, immo etiam multo magis, de ſui venuſtate poematis detraxiſſet,

Et non externa, & peregrina voce ſonantes.
Virgineas pedibus ſoleas aptare neceſſe eſt
Quantumvis nimium per dura, per aſpera ituris;
Aſſuevi tamen, & ſum plurima doctus ab uſu.
Quæque [1] ſuis hæc temporibus diſtantia confert
Lex loca; nam ſi tu numeros, qui tempora ſignant,
Queis duo ſe totum vaga vertunt aſtra per orbem,
Si numeros ſumas itidem, interjecta notando
Sic ſpatia amborum, medio queis Sole recedunt,
Illorum & repetas ſemel in ſe quemlibet, addens
Se toties ſibi nempe, quot extat partibus unis
Compoſitum: at repetas in ſe bis quemlibet horum,
Se ſibi cum toties, quot conſtat partibus unis,
Scilicet addideris, toties, quod prodiit inde,
Rurſum addens; ita formatos ratione videbis
Reſpondere pari primos, qua deinde ſecundos
Inter ſe numeros, atque ordine ſtare viciſſim
Seu duplo pariter, ſeu triplo, dimidiove,
Aut quocumque alio magno, parvove, ſed æquo.

1 Lex tertia hic exponenda eſt hujuſmodi: in diverſorum Planetarum orbitis ſunt quadrata temporum periodicorum, ut cubi diſtantiarum mediarum. Medias hic quidem Noſter non exprimit; ſed eas adhibendas eſſe monet paullo inferius. Ad eam legem explicandam exponendum eſt, quid ſint tempora periodica, quid diſtantiæ mediæ, quid illarum cubi, quid harum quadrata, quid ſit illos eſſe, ut hæc.

Tempora periodica ſunt ea, quibus integræ periodi abſolvuntur. Sic tempus periodicum Terræ eſt unus annus. Diſtantiæ mediæ ſunt eæ, quæ inter maximas, & minimas mediæ ſunt: æquatur autem diſtantia media dimidio axi illi tranſverſo Ellipſeos. Quadratum numeri habetur, cum is toties ſumitur ſibi ipſi additus, quot unitatibus ipſe conſtat, ſive, quod idem ſonat, cum multiplicatur per ſe ipſum; cubus autem eſt, cum ipſum quadratum numeri multiplicatur per ipſum illum eundem numerum. Sic cum decies decem ſit centum, & decies 100 ſit mille; centum eſt quadratum decem, & mille eſt ejus cubus. Eſſe autem duos numeros, ut ſunt alii duo, ſignificat ita illorum priorem continere poſteriorem, vel contineri ab ipſo, ut horum prior continet horum poſteriorem, vel ab ipſo continetur. Hæc omnia etiam in primo tomo ſunt abunde explicata.

Patet jam igitur ſenſus tertiæ legis; quem hic Noſter ſatis dilucide expreſſit. Capiantur duo numeri exprimentes duo tempora periodica, & alii duo exprimentes diſtantias medias a Sole duorum Planetarum: fiant illorum quadrata, & horum cubi, & uti ſe illa quadrata continebunt, ita itidem continebunt ſe & hi cubi.

Sic [1] poſcit quia Mars, ut ſe circumferat, octo
Tempora, Mercurius quorum uno volvitur ales,
In ſeſe numerum ſemel iſtum poſt repetitum
Protinus inſilies ad quattuor, & decies ſex.
Quattuor at porro plus, quam ipſe Caducifer, extet
Cum prope Mars ſpatiis erectus, quattuor in ſe
Fac ſemel ut repetas, ut fiant ſexque, decemque;
Tum ſibi deinde quater conjungens ſexque, decemque,
Quattuor, & decies ſex agglomerabis in unam
Componens ſummam, ut nuper, quater ipſe quaternus
Quo numerus toties ſibi junctus ſurgat, oportet.
Quapropter numerus manet idem hac parte, vel illa;
Proin utroſque modus ſimilis, quos diximus, inter
Eſt numeros, ratioque una, & par mutuus ordo.
Attamen [2] ut poſſint peragi bene cuncta, caveto,
Ne ſpatia hìc capias tu quælibet unius aſtri
Errantis, non æqua ſibi ſunt omnia circum:
Utere ſed mediis tantùm, inter maxima quæ ſunt
E cunctis, interque breviſſima; dimidiatis
Ipſa æquantur enim tranſverſis axibus apta
Illarum, peragunt circum quas aſtra, viarum.
Jam [3] tribus his, quas nunc doceo, tibi ſena teneri
Legi-

1 Illuſtrat legem exemplo petito a Marte, & Mercurio. Martis tempus periodicum eſt proxime octuplo majus tempore periodico Mercurii, cum illud ſit proxime annorum duorum, hoc menſium trium: diſtantia vero media Martis a Sole eſt circiter quadruplo major, quam diſtantia media Mercurii. Exprimi igitur poſſunt tempora per 8, & 1, diſtantiæ per 4, & 1. Illorum quadrata ſunt 64, & 1, horum cubi itidem 64, & 1, nam octies octo ſunt 64, & quater quatuor ſunt 16, tum quater 16 itidem 64. Igitur & temporis primi quadratum quadratum ſecundi, & cubus diſtantiæ prioris cubum poſterioris æque continet, nimirum vicibus 64, in quo ſtat, quod quadrata temporum ſint, ut cubi diſtantiarum mediarum.

Porro hìc omnino illud diligenter notandum eſt, quam dilucide, & tamen eleganter, ac latine ſimul expreſſerit Noſter multiplicationes illas, quæ ad efformandum quadratum, ac cubum requiruntur.

2 Hic monet aſſumi debere diſtantias non quaſcunque, ſed medias; quod nos quidem paullo ſuperius expoſuimus.

3 Jam vero has leges, quas Keplerus in primariis Planetis deprehendit, monet Noſter, ſervari itidem a Satellitibus Jovis, & Saturni, qui quidem poſtea inventi ſunt per teleſcopia; ſed tertiam potiſſimum; nam priores duæ ſatis accuratè ibi obſervari non poſſunt, ob ingentem diſtantiam a nobis orbium, qui cum appareant perquam exigui, eorum diſcrimen a circulis, & fo-

Legibus aſtra, nec unquam illis exſolvere ſeſe
Servatum eſt; quin & ſimul ipſa ſecunda cieri
His itidem, Comites Saturni his ire, Joviſque.
Tertia præſertim hìc mage lex deprenſa vigere eſt;
Namque duæ vix comparent, illa omnia gyros
Cum circum tenues invertant, tamque remotos
A noſtris oculis, ut & inter puncta focorum
Vaneſcat ſpatium, & volvi videantur in æquis
Orbibus, exempto prorſus diſcrimine motùs.
Lunai [1] pariter via ſe convolvit in ovi
Effigiem, Telluſque focum media occupat unum.
Mille tamen vicibus ſubjecta eſt proxima Phœbe,
Inſtabiles motus ut nulla lege refrænet
In ſpeciem. Fuit ante labor proin irritus omnis
Indocile hoc numeris vincire, & ſubjicere aſtrum,
Exibat facile, & frangebat vincula quævis;
Nam via circuitùs, ovum quæ viſa referre eſt,
Nunc gracilis, nunc ſe pandit latiſſima contra
Perpetuo immutans media intervalla focorum;
Quod fieri nequeat ſex in primoribus aſtris.

Sem-

& focorum diſtantia inter ſe vix poteſt ſub ſenſus cadere, dum diſtantiarum integrarum, & temporum periodicorum ratio inter ſe multo facilius determinatur.

1 Ad Lunam hìc iterum redit, quæ itidem ellipticum orbem habet Tellure in altero foco ſita, ſed inæqualitatibus plurimis eſt obnoxia, quæ quidem ſub ſenſum cadunt ob ingentem viciniam, atque id ita, ut idcirco nullam Aſtronomi per ſolas obſervationes, & erroneas theorias ſuas inire potuerint rationem eas accurate definiendi. Earum inæqualitatum præcipuas hìc Noſter innuit: ſunt autem hujuſmodi: ſpecies Ellipſeos mutatur ita, ut ea, jam, recedentibus a ſe invicem binis focis, contrahatur, jam, accedentibus, dilatetur, & ad circuli formam accedat magis; quod quidem in Planetis Primariis non accidit, quorum Ellipſes ejuſdem ad ſenſum ſpeciei manent: axis tranſverſus Ellipſeos jam longior fit, jam brevior: idem etiam jam alias aſpicit Cæli plagas, jam alias, directione mutata, quæ itidem in Primariis Planetis manet fere immobilis. Is motus dicitur motus Apogei, vel motus lineæ Apſidum; nam extrema puncta axis tranſverſi appellantur Apſides, alterum quidem Apſis ſumma, & Apogeum in Luna, Aphelium in Planetis Primariis, alterum vero Apſis ima, & ibi quidem Perigeum, hìc vero Perihelium: Planum orbitæ lunaris, quod in Planetis Primariis eſt ad ſenſum immobile, poſitionem ſuam mutat, ac ad diverſas Cæli ſiderei partes obvertitur, tum quod ipſa ejus inclinatio ad planum orbitæ terreſtris, ſive Eclipticæ mutatur, tum etiam magis, quod poſitionem ſuam mutat

ipſa

Semper eis ſpeciem gyri retinentibus unam;
Axis item nunc eſt brevior tranſverſus, & idem
Longior, haſque plagas Cæli nunc reſpicit, atque
Nunc illas, ſervent cum ſex ea ſidera ſemper,
Ut fuit, axem, unaque fere in regione locatum:
Præterea, velut illorum, non conſtat in una
Semper planitie Lunæ orbita, nutat in oras
Sed Cæli varias, diverſaque ſidera ſpectat:
Et, qua planitiem Terræ ſecat ipſa meantis,
Vertitur hæc regio, & reperitur tempore longo
Semper in occaſum promotior; omnia demum
Semper, uti dico, varie mutantur ibidem.
Nil erat idcirco magnis conatibus ante
Deprenſum, niſi poſſe vias has forſitan omnes
Pendere a Terræ poſitu, Lunæque viciſſim
Ad Solem; patuere aditus ad cætera nulli.
Jam [1] quoque erat jungi Solis, Lunæque notatum,
Præcipue Lunæ cum motibus, æquoris æſtus:
Tum quoque conſpectum, patrio cum Juppiter aſtro
Eſſet jam propior, ſimul hunc in motibus ipſis

Tur.

ipſa illa, quam Aſtronomi appellant lineam nodorum, in qua planum orbitæ lunaris interſecat planum Eclipticæ, quæ linea poſt longiora temporum intervalla ſemper in occidentem regreditur contra ſignorum ordinem.

Porro hi motus ipſi omnes ſunt admodum inæquales ita, ut videantur nulla certa lege ea omnia jam augeri, jam minui, jam regredi, jam progredi, atque id ipſum per multas vices. Ac tanta eſt harum omnium viciſſitudinum varietas, ut nihil aliud poſſent Aſtronomi ſtabilire, niſi fortaſſe illud unum, pendere omnia a diverſa Terræ, & Lunæ poſitione ad Solem; quin liceret definire ſingillatim ea, quæ ad ejuſmodi nexum pertinerent.

1 Congerit hic alia multa, quæ ad NewtonianamAſtronomiamMechanicam ſternunt viam, & eandem plurimum commendant, explicata nimirum per ipſam: maris æſtum, de quo illud tantummodo innotuerat in genere, ipſum pendere a Solis, & Lunæ ſitu; aberrationes Jovis, ac Saturni, & eorum ſatellitum, ubi ad ſe invicem accedunt magis, quas ad Veterum Mythologiam eleganter, ac venuſte Noſter hic refert: tabularum aſtronomicarum viciſſitudines, quæ poſteaquam per aliquod tempus utcumque ſatis accurate exhibuerant motus Planetarum, corrigendæ erant ſubinde, ac immutandæ: formam globoſam Planetarum detectam poſt detecta teleſcopia, & vertiginem circa proprium axem obſervatam in Sole, Marte, Venere, ac Jove, ſed in ipſo Jove, qui omnium celerrimè, nimirum horis minus quam decem convertitur circa proprium axem, figuram ad polos com-

Turbari, ſimul & Saturnum; forte Vetuſtas
Inter vivere eos odia illa antiqua putaſſet,
Imperiique avidos & adhuc contendere velle;
Nam comites utriuſque etiam turbantur, ut ipſi
Præſidio qui ſunt Regi, & defendere debent.
Ipſas præterea, queis Cæli condimus acta,
Tempore poſt longo fidas non eſſe tabellas;
Nam prius aſtrorum monſtraſſent certa vagantum
Cum loca, poſt ſenio lapſæ velut, immemoreſque
Monſtrantes eadem errabant; rurſuſque novare
Sæpe neceſſe fuit, Cæloque aptare recenti.
Adjice, cum primùm proſpectum vitra dederunt,
Et propius domus alta acceſſit, templaque Divum,
Parte rotundari ex omni palantia viſa
Sidera, more globi, circumque inflexa tumere;
Viſum itidem Solem, & Venerem, Martemque, Jovemque,
Haud ſecus ac Terram proprio ſuper axe revolvi,
Aſt illis, Terraque Jovem velocius; horis
Namque decem in ſe integrum circumplicat orbem;
Atque ipſum geminis compreſſum a partibus eſſe
Hinc illinc, medius qua ducitur axis utrinque, &
Surgere plus oris circum diſtantibus æque.
Denique non axem Terrai ſemper eaſdem
Reſpectare plagas Mundi, ſed tempore longo
(Parva etenim a ſæclis diſcrimina percipiuntur,
Accumulantur ubi, & coaleſcunt multa, remotis)
Paulatim poſitus mutarier illius; orbem
Nam ſinuat circum, nec jam ad loca prima revertit,
Biſcentum niſi poſt, decies & ſæcula ſena;
Propterea quæ verna, vel autumnalia puncta
Affigunt Cælo, regredi, & ſimul omnia ſigna
Exinde adverſo motu provecta videri,
Sed tardè, cum tot ſint gyro ſæcula in uno.

Hæc

compreſſam nonnihil: motum illum aſtrorum omnium, quem Aſtronomi appellant præceſſionem æquinoctiorum, quo motu aſtra omnia apparent promota in Orientem per circulos Ecliptica parallelos ita lente, ut vix poſt 26 annorum millia unicam abſolvant periodum, qui quidem pendet a motu axis terreſtris regredientis e contrario in Occidentem.

Hæc [1] Cæli facies, hic magnis conſtitit ordo
Corporibus demum; at peragentes omnia cauſæ
Deerant, & diam jungentes cuncta per artem;
Tum verò patuere, ex quo poſt condita Cæli
Legifero ſacra jura Viro, Vir lampade lucem
Major ab ætheria Terras deduxit ad imas.
Ergo age, protulerit quod Divum nectare paſta
Mens illa inventum Mortalibus, unde videmur
Omnia ſubjicere, & victum dare jura per Orbem,
Suavidico conor dum protinus edere verſu,
Et Latiis, quantum fas eſt, vulgare Camœnis,
Da mihi te vacuum curis, rerumque, docebam
Quas ſupera, non immemorem, nimiumque ſagaci,
Et volucri vi mentis in omnia pervadentem,
Tecum unà ut poſſim tam grandem evolvere ſummam.

Tertia [2] lex (ſi non inſpectes acriter, atque
Si fingas motus aſtrorum, orbeſque vagantum,
Quod licet hìc, æquos, nam ſunt diſcrimina parva)
Protinus oſtendet vires, quibus aſtra ferantur
Ad medium Solem, & pariter quibus aſtra Secunda
Non minus ad Solem contendant, ad ſua quæque
Quam Prima, excurrunt quæ circa, ſeque revolvunt.
Nimirum vires, genus hoc, ſi corpore ſpectes
In gemino quovis, medium quod tendat ad unum,
Lex eadem oſtendet decreſcere, cum removentur,
Imminuique magis, quam ſint ſpatia aucta, recedunt
Per quæ de medio, nimirum pro repetitis
In ſeſe ſpatiis, ut diximus ante trahenti
In Terræ gravitate etiam, atque in luce profuſa.

1 Expoſitis Kepleri legibus, & aliis Cæli phœnomenis addit, eorum omnium cauſas latuiſſe penitus humanum genus uſque ad Newtonum, qui hanc Naturæ partem patefecit primus, ad cujus inventa præclara quidem, ſed explicatu difficillima cum faciat gradum, jure attentum animum exigit. Exponemus hìc ea omnia ipſum itidem ſecuti ſine Geometria, ſed eadem multo clariora fient in ſupplementis, ubi Geometriam in ſubſidium vocabimus.

2 Primo quidem affirmat illud, e tertia Kepleri lege, ſi Planetarum orbes habeantur pro circulis, a quibus parum admodum diſtant, derivari illud, Planetas omnes Primarios gravitare in Solem, & Secundarios in ſuos Primarios in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, quam rationem ſuperius explicavimus.

Quod [1] tibi poſſit ut hìc aliquo clareſcere pacto,
Ante cape hæc animo vera, interiuſque reconde,
Quæ revoluta prius, ſupera collataque dictis,
Cum de compoſitis generatim viribus actum,
Corpora quæ retrahunt, & cogunt ire per arcus,
Tutemet agnoſces, & certa fateberis eſſe:
Primum diverſos ſi corpora tempore eodem
Conficiant orbes; vires, quibus ipſa trahuntur,
Quo mage de medio diſtant, mage creſcere ſemper
Eſſe opus, haud alia, quam qua ratione locorum
Augentur ſpatia a medio diſtantia puncto:
At ſi deinde pares, vel eoſdem corpora in orbes
Tempore procurrant non æquo, eſſe ordine verſo
Vires, in ſeſe eſt repetitum ut tempus utrinque.
Ergo ubi perſpicuas rationes videris horum;
Aude, age, mecum animo gemina ad vaga ſidera ſcande
Quævis, Mercurii velut, & Mavortis ad aſtrum;
Jamque aliud quoque finge aſtrum, quod Martis in orbem
Raptetur, non tam diuturno at tempore, ſed quo
It Maja Genitus: Vis, qua foret iſtud in orbe
Inflexum, raptumque ſuo, magis exſuperaret
Tanto Mercurii vim, quanto majus ad ipſum
Solem illinc eſſet ſpatium, vi nempe quaterna;
Mars ſiquidem mage tanta per intervalla receſſit.

At

1 Ut id ipſum demonſtret, adhibet bina theoremata pertinentia ad ea, quæ expoſuit lib. 1, ubi poſteaquam egit de vi compoſita delapſus eſt ad motus curvilineos viribus quibuſcumque factos, & ad motus curvilineos factos viribus ad idem centrum directis. Ea deducuntur ex generali theoremate, quod propoſui in ſupplementis tomi 1. num. 264, uti patebit hìc in ſupplementis in hæc loca. Sunt autem hujuſmodi: ſi duo corpora deſcribant binos circulos eodem tempore, vires, quibus urgentur in centrum, erunt, ut circulorum radii, ſive ut diſtantiæ ab ipſo centro: ſi autem in circulo eodem diverſis temporibus ferantur, vires erunt reciprocè, ut quadrata temporum, ſive eo minor erit vis, quo majus fuerit quadratum temporis.

Sint jam bina corpora, quæ moveantur circa idem centrum in diverſis circulis diverſis temporibus, ut Mars, & Mercurius, ita, ut quadrata temporum ſint, ut cubi radiorum, ſeu diſtantiarum, & oporteat demonſtrare, eſſe vires reciproce, ut quadrata diſtantiarum. Concipiatur tertium corpus, quod deſcribat circulum eundem, quem deſcribit primum, ſed tempore alio, nimirum illo, quo ſuum circulum deſcribit ſecundum corpus. Vires ſecundi, & tertii erunt directè

At Martis vis eſt minor illa, quæ trahit aſtrum
Conſictum, quanto minus in ſeſe repetitum
Hujus erit tempus (quod idem quoque diximus eſſe
Mercurii tempus) repetito tempore Martis;
Nempe quater, ſex & decies opus eſſe minorem eſt:
At toties minus eſt (quod jam lex tertia præfert)
Mercurii ſpatium repetitum protinus in ſe
Et ſemel, atque iterum Mavortis ſic repetito
Ad medium Solem ſpatio; quater eſſe quaternis
Tractibus illius concretum ut noſcere poſſis,
Atque iterum quater hoc ſpatium. Quapropter ineſſe
Quæ debet vis in rubicundo Marte locata,
Mercurii vi major ab una parte reperta eſt,
Ut ſimplex ſpatium eſt ad Solem majus ab illo,
Quam ſit ab hoc aſtro (vis illa eſt nempe quaterna),
At minor ex alia parte eſt, ſpatia ut ſua conſtant
Majora, in ſeſe repetita bis; inde neceſſe eſt,
Elliſa oppoſita, vis tota in Marte ſuperſit
Tanta, ut pro ſpatiis decreſcat non repetitis
Ni ſemel in ſeſe; nempe hæc quater ordine quarto
Depreſſa eſt præ vi, qua ſe Cyllenius infert.
Hac vaga item ratione queas diſcurrere in aſtra
Cætera, quas floret lex tertia cumque per oras,
Atque videre, quod hic in Martis, Mercuriique
Viribus inter ſe collatis conſtat apertum.

ctè ut diſtantiæ a centro, ex theoremate primo, cum circulos illos deſcribant æqualibus temporibus: vires tertii, & primi erunt reciprocè, ut cubi diſtantiarum, quia cum deſcribant eundem circulum diverſis temporibus, erunt per theorema ſecundum vires reciprocè, ut quadrata temporum, & quadrata ipſa temporum ſunt ex hypotheſi, ut cubi diſtantiarum. Quare comparando primum cum ſecundo, & componendo idcirco ejuſmodi rationes, erunt eorum vires in ratione compoſita ex directa ſimplici, & reciproca triplicata diſtantiarum; adeoque erunt in ratione tantum duplicata reciproca diſtantiarum ipſarum.

Retinendo ſuperiores Martis, ac Mercurii diſtantias, & tempora, erit vis novi Planetæ concepti quadruplo major vi Mercurii ob quadruplo majorem diſtantiam, & tempus idem: erit autem vis Martis 64 vicibus minor vi ejus Planetæ concepti, cum tam quadratum temporis Martis quadrato temporis Mercurii, & novi Planetæ, quam cubus diſtantiæ illius cubo diſtantiæ hujus ſit major 64 vicibus. Quare vis Martis vi Mercurii erit minor 16 vicibus tantummodo, aſſumpta numeri 64 parte quarta dumtaxat; & eadem eſt methodus pro reliquis Planetis omnibus.

Aſſiduiſne [1] vides igitur vaga viribus aſtra
Ad Solem medium urgeri, pariterque Secunda
Præterea ad ſua Prima rapi, nec legibus iſdem
Non agere has vires, gravitas quibus ipſa propinquam
Hìc agit in Lunam, atque in cætera corpora circum,
Scilicet ut decreſcat, & imminuatur eundo
Pro ſpatiorum, in ſe ſi tum repetantur, adauctu.
Ipſa [2] huc temporibus reſpondens area ſemper,
Ut docui, nos jam propius quoque duxit, ut aſtri
Eſſe videremus vires cujuslibet ejus
In medium Solem directas: namque ubi curvi
Corpore ſignantur circum properante meatus,
Sic ut quæque ſuis mutatis area ſemper
Æquè temporibus mutetur; corpora, quæ tum
Detorquent vires, punctum nituntur in illud,
Undique quo coit, & conjungitur area quæque.
Quin [3] etiam vires, quibus unum quodlibet aſtrum
Vertitur, in Solemque locis ex omnibus errans
Urgetur jam non illinc diſtantibus æque,
Si conferre velis, & noſcere, num minuantur,
Qua dixi, ratione; hoc natura ipſa meatùs,
Quo properatur, erit, ſinat ut deprendere curvi.
Hæc tamen haud facilis ratio, nec pervia cuique,
Sed cui volvendis ingentibus incita curis

Vis

1 Concludit hìc demum vim omnium Planetarum Primariorum in Solem, & Secundariorum in ſuos Primarios ſequi rationem reciprocam duplicatam diſtantiarum illam eandem, quam ſupra invenimus in gravitate Lunæ comparata cum gravitate noſtrorum gravium in ſuperficie Telluris collocatorum.

2 Progreditur adhuc, & a lege prima arearum, quæ ad Solem terminantur, proportionalium temporibus deducit ſingulos Planetas urgeri in Solem; cum nimirum lib. 1 a verſu 1769 oſtenderit corpus, quod cum ea arearum lege orbitam quampiam deſcribat, urgeri vi quadam in ipſum centrum arearum ejuſmodi.

3 Quod ſi quæratur ratio, in qua variantur ejuſmodi vires, quarum directionem determinant illæ areæ temporibus proportionales; id, ait, definiri a natura orbitæ deſcriptæ, ſed rem ſine Geometria, & quidem ſublimi admodum determinari, & & explicari omnino non poſſe, ac proinde rem eſſe Muſis prorſus imperviam. Quamobrem ſe hìc, affirmat, ejuſmodi determinationem omittere, ubi ſapienter admodum obſequitur celeberrimo illi Horatiano præcepto; *& quæ deſperes tractata niteſcere poſſe, relinquas*. Adhuc tamen pollicetur ſe indicaturum methodum illam, qua in ejuſmodi perquiſitione Newtonus eſt uſus.

Vis animæ eſt, uſu & jamdudum exercita longo
Rerum in menſuris, quas noſtro in carmine non eſt
Dicere, tractatas non vocibus utpote noſtris,
Plus ubi cognoſci, quam dici denique poſſit:
Difficili proin abſiſtens procul ipſe labore
Longe iter oſtendam tamen, &, quam repperit, artem,
Naturæ Interpres, quo non ſolertior ullus.
Primò [1] infinitè diſtenſum tenuiter arcum
Siſte tibi ante oculos, illius nempe meatùs,
In quem inquirendum eſt; extremis ejus ab oris
Duc medium ad punctum, quo tendunt undique vires,
Rectos hinc illinc tractus; ſic area certa
Certo ut tempori item reſpondens clauſa ſit intus.
Ex uno libeat tunc arcùs limite parvi
Tangens ducere iter; tractum quoque ducere rectum
Ex alio tunc fine, viæ tangentis ad oras,
Qui diſtans æquè intervallo curreret illi,
Limite quod rectum a primo diſtenditur arcùs
Ad medium punctum, tenuans quo ſe area finit.
Illa via eſt certe, quæ, quod vis efficit illic,
Metitur, prorſuſque refert, atque exprimit æque.
Ipſe viam hanc igitur variis in flexibus arcùs,

1 En methodum, quam hìc proponit. Conſideretur arcus infiniteſimus orbitæ, quæ deſcribitur: a binis ejus extremis ducantur ad centrum virium binæ rectæ, ut ſimul cum arcu concludant areolam, quæ ſi dato cuipiam tempuſculo reſpondeat, erit conſtans: ex altero extremo arcus ducatur ejus tangens, & ex altero uſque ad tangentem ducatur recta parallela illi, quæ a priore tendit ad centrum virium, in quo areola illa terminatur velut in cuſpidem tenuata. Hæc lineola intercepta inter arcum, & tangentem utique metitur vim; nam ſine vi centrali mobile abiiſſet per rectam tangentem, a qua ad arcum deducitur ab ejuſmodi vi per intervallum æquale illi lineolæ.

Si igitur conſiderentur ejuſmodi lineolæ pertinentes ad quoſvis arcus deſcriptos a dato quovis Planeta, vel ad arcum etiam quemvis unius Planetæ cum arcu Planetæ alterius, invenientur eæ majores, vel minores in ratione reciproca duplicata diſtantiarum a foco communi, nimirum a Sole: contra vero ſi comparentur inter ſe binæ orbitæ binorum Planetarum, nimirum ellipticæ, & ponantur in iis ejuſmodi lineolæ in ratione reciproca duplicata diſtantiarum [1], ac inde comparentur inter ſe tempora periodica, & diſtantiæ mediæ [quod quidem qua ratione fieri poſſit, patebit in ſupplementis], invenietur illud, quod in tertia Kepleriana lege eſt propoſitum, nimirum eſſe quadrata temporum periodicorum, ut cubos diſtantiarum mediarum.

Inque locis variis expendens, quodlibet aſtrum
Queis errat, ſpeciem dum circum terminet ovi,
Creſcere, vel minui cernes, velut ordine verſo
Imminui debet repetitum ſcilicet in ſe,
Creſcere vel contra ſpatium, quo parvulus arcus
Eſt procul a medio puncto rapiente remotus.
Nunc verſa ſi forte viæ ratione ſubire
Ad verum, atque illuc, diſceſſum eſt unde, reverti
Si cupias, geminos ſi ſcilicet ipſe meatus,
Hoc genus, inter ſe tentes conferre viciſſim
Per Cælum ſpatio quantumvis impare ductos,
Aſpicies, illa, qua dico, ſi ratione
Vis in utroque trahens etiam collata viciſſim
Decreſcat ſpatiis, legem te protinus eſſe
Deducendum ad eam, quæ circum tertia Solem
Floret de numero ternarum, qua referuntur
Tota ad dimidios tranſverſos ſcilicet axes
Tempora, vel media ad ſpatia, ut jam diximus ante.
Nonne vides, certo ut junguntur fœdere vera?
His [1] veluti gradibus ſi progrediaris & ultra,
Jam pateat, ſecti e ternis, quæcumque ſit, unam
Per ſpeciem coni ſi pergat corpus, eodem
Illic vim fieri variam quoque more; neque ullos
Poſſe alios generis cujuſviſcumque meatus
Corpore ſignari, quod vis ea ſcilicet urget,
Quæ ſpatiorum in ſe repetito carpitur auctu.
Proin [2] circa Solem vis Solis in omnia late

Diffuſa

1 Hic innuit generalem determinationem problematis directi, & inverſi virium centralium reductam ad caſum peculiarem virium decreſcentium in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, de quibus egimus tomo 1 in ſupplementis a num. 254, quod vis centralis decreſcat in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, ubi deſcribatur quæcumque e tribus conicis ſectionibus, ſi nimirum terminentur areæ æquales ad focum alterum, & viceverſa ſi vis centralis decreſcat in ea ratione, non niſi conicam ſectionem aliquam poſſe deſcribi, quod memorato loco in ſupplementis accurate demonſtravimus.

2 Percipit jam hic totius perquiſitionis moleſtiſſimæ fructum deducendo illum, circa Solem haberi vim, quæ urgeat corpora in Solem ipſum, circa Saturnum, & Jovem itidem vim, quæ in ipſos urgeat, prorſus ut circa Tellurem habetur noſtra gravitas, & illas decreſcere in eadem ratione reciproca duplicata diſtantiarum, in qua decreſcit hæc.

Diffuſa eſt ſpatia, & Saturni vis quoque circa
Saturnum, circaque Jovem Jovis, ut gravitas eſt
Hìc Terræ circa molem. Quocumque locorum
Jam quodvis ſtatuas ſi corpus, debet idipſum
Percipere has vires, atque ad cujuſque vocari
Regna ſimul; magis ire illuc, pollentius unde
Urgetur: Quanquam magna intervalla relinquas
In medio, quanquam tentes latera omnia circum,
Vires effugies has nuſquam, nullaque conſtet,
Contendant illæ non extrahere unde, latebra.
Proin ſimili jam ſunt natura prorſus, & una
Hæ vires, gravitaſque, atque una lege vigentes,
Ut gaudere etiam communi nomine poſſint.
En [1] igitur ſemper Mortales unius eſſe
Telluris quod crediderant, hanc quippe videbant
Et trahere, & ſolam gravitatis fonte potiri,
Nempe ut non alio, grave quod ſit, corpus agatur,
Hoc decus, hanc laudem largitam cernimus eſſe
Saturno quoque Naturam, Solique, Jovique,
Aſtris fors aliis itidem, & fors omnibus, uſquam
Quæ ſunt, corporibus, quod poſt manifeſta patebit.
Anne ideo noſtris his eſſe ſimillima rebus
Multa alibi attoniti, & mirantes excipiamus?
At neque Paſtores ſi Solem, & ſidera noctis
Audivere aliis Terrarum fulgere in oris,
Mirantur, nec prata alibi non eſſe, neque herbas
Credunt, aut liquidos ſola per ridentia fontes,

hæc. Quamobrem ejuſdem generis ſunt illæ etiam, & eodem gravitatis generalis nomine appellari poſſunt: nimirum protenditur longiſſime ad maximas diſtantias vis ejuſmodi, & corpus, quod in hæc omnia virium centra urgetur, obtemperat potiſſimum illi vi, quæ eſt validiſſima, ad quam nimirum accedit maximè vis ex omnibus compoſita.

1 Innuit jam hinc analogiam Naturæ, quæ apparet, ubi vis gravitatis, quam indocti homines ſolius Terræ propriam cenſuerant, traducta eſt ſuperioribus argumentis ad Jovem, Saturnum, & Solem. Quid ni inde etiam conjectando eadem transferatur ad reliqua omnia aſtra, & quidem etiam ad omnia corpora generatim? Id inferius ſe facturum adhuc aliis argumentis pollicetur; interea tamen vim ipſam analogiæ proponit ob oculos exemplo ipſis etiam paſtoribus maximè rudibus manifeſto, qui nimirum, quas apud ſe herbas vident, & frondes, & fontes, ac fluvios, alibi quoque in remotis etiam regionibus reperiri non dubitant.

Nec rapidis alas ventis, nec frondibus umbras.
Præterea [1] corpus gravitatis viribus iſtis
Perceptis, ſeu Solis ea eſt, Terræve, Joviſve,
Falciferive Patris, ſi tum loca projiciatur
In vacua, obliquaque via contendat abire,
Segminibus coni debebit de tribus unum
Signare, atque illo deferri ſemper eodem:
Quodque ſit, ex ipſa regione, & mobilitate,
Qua jacias, ſimul & gravitatis ab impete certo
Cognoſces, es ſi rebus non hoſpes in iſtis.
Atque hoc, quod facile eſt, generatim concipe verum
Diſcrimen; nam ſi, cœpit qua currere corpus,
Mobilitas minor eſt ejuſdem mobilitate,
Quæ foret in medio jam puncto, denique vires
Qua coeunt, illuc ſi tum cecidiſſet ab alto
Inde loco celerans æqualibus incrementis
Ejus, quam primò ſenſit, gravitatis ob ictus;
Secti forma prior coni ſignabitur oras

Per

1 Stabilita lege gravitatis decreſcentis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, proponit jam theoremata nonnulla pertinentia ad motus corporum projectorum, quæ ſollicitentur ejuſmodi vi, quæ quidem omnia demonſtravimus accurate in ſupplementis ad lib. 1 § 19. Nimirum ſi corpus quodpiam ejuſmodi vi ſollicitatum in datum centrum projiciatur utcumque in ſpatio non reſiſtente, debet perpetuo deſcribere unam e ſectionibus conicis, cujus ſpecies determinabitur data directione, & velocitate projectionis. Determinationem ſimpliciſſimam ſane ibidem exhibui, ut & illud, quod inveni jam olim, & propoſui in diſſertatione de motu corporis projecti in ſpatio non reſiſtente viribus decreſcentibus in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, & quod hìc Noſter exprimit, pertinens ad determinandum, an orbita futura ſit Ellipſis, an Parabola, an Hyperbola; quod quidem a ſola velocitate pendet, nulla habita ratione ad directionem projectionis.

Nimirum concipiatur illa velocitas, quam acquireret corpus ſibi ſine ulla projectione relictum in illo puncto, ex quo projicitur, ſi acceleraretur uniformiter vi ea, quam initio habet manente ſemper, & nihil mutata. Velocitatem is quidem ſemper augeret, & in appulſu ad centrum ipſum haberet quandam velocitatem determinatam. Si velocitas, qua projicitur, ſit minor ejuſmodi velocitate, deſcribet Ellipſim, ſi æqualis Parabolam, ſi major, ramum Hyperbolæ citeriorem, habentem centrum virium pro foco intra ſe ipſum poſito. Quod ſi vis non urgeret corpus in centrum, ſed ipſum a centro repelleret, & tamen eandem ſervaret rationem reciprocam duplicatam diſtantiarum, tum vero deſcriberetur Hyperbolæ ramus ulterior convexitatem obvertens ipſi virium centro extra ſe poſito.

Per ſuperas; ſed ſi fuerit par illa, neceſſe eſt,
Altera ſignetur; ſin major, tertia fiat.
At ſi de medio gravitas ſe denique puncto
Convertat, removentem & tranſeat in levitatem,
At ſervans legem, a ſpatiis quæ pendet, eandem;
Tertia tum coni effigies tranetur, oportet,
Proſciſſi, ſed qua ramus contrarius ibit.
Ex [1] his nonne vides, curvos quos noſtra meatus
Corpora conficiunt vacuas projecta per oras,
Qui coni effigiem ſciſſi ſimulare ſecundam
Nempe videbantur, primarum ex ordine tantùm
Eſſe, nimis noſter cum conſtet debilis omnis
Projectus: ſed pars horùm ſuprema putatur,
Parvaque cum ſpecie confundi nempe ſecunda;
Nam nimis & longi, & graciles ſunt, utpote quorum
In media Tellure focus tam diſtet, & ipſi
Alterius prope ſint proin ad confinia formæ.
Nam [2] conum ductus nimis inclinare ſecantes

Utrin-

1 Ut a Planetis ad Cometas gradum faciat, obſervat hic primum, quod e ſuperius expoſitis conſequitur, noſtra gravia, quæ, ubi oblique projiciantur, vulgo cenſentur, Parabolas deſcribere juxta Galilei doctrinam, revera deſcribere Ellipſim, cujus focus ſit in centro Terræ, cum nimirum velocitas, qua projiciuntur, ſit nimis exigua; ſed eandem haberi pro Parabola, quia cum Ellipſis abeunte altero foco in infinitum deſinat in veram Parabolam, eadem foco longiſſime abeunte ita, ut ſit alteri axis vertici proximus ipſe focus, attenuata plurimum, ſit Parabolæ proxima, & ab illa nihil ad ſenſum diſcrepet.

Et quidem Galilei doctrina innititur gravitati agenti niſu conſtanti, & ſecundum directiones parallelas, in qua gravitatis lege illa ejus Parabola locum habet: ea lex obtinet proxime non accuratè in terreſtribus corporibus, quorum gravitas & varia eſt, & agit directionibus convergentibus ad centrum Terræ. Sed revera nec Ellipſim accuratè talem noſtra gravia deſcribunt etiam abſtrahendo animum a reſiſtentia aeris, quæ ipſam quoque Parabolam Galileanam plurimum turbat. Gravitas nimirum non dirigitur accurate ad centrum Terræ, quæ non eſt ſphærica, nec decreſcit accurate in ratione reciproca duplicata diſtantiarum ab eodem tum ob ipſam formam non accuratè ſphæricam, ſed compreſſam, tum ob inæqualem textum partium internarum Terræ, & montium, ac collium procurſum, intra quorum limites noſtræ projectiones fiunt. Et hoc diſcrimen eſt multo majus, quam illud, quod parit mutatio diſtantiarum, & directionum tam exigua, præter quam quod & vis centrifuga rem turbat. Inde autem & continuitati virium, ac motuum conſulitur mirum in modum, ut patebit in ſupplementis in hunc locum.

2 Ut oſtendat Ellipſim longe pro-

ductam

Utrinque, ut docui, ſi pergas, tranſitus extat
Hic celer; ante ideo quam tranſeat, incipit eſſe
Forma prior ſimilis nimium, nimiumque ſecundæ;
Ut nequeas prima præſertim in origine ſenſu
Prendere diſcrimen, neque, ſi tum vertere cœptes
Forte vices, primæque ſecundam ſufficere, erres.
Sic [1] quoque quo nocti committitur excipienti
Alma dies, tempus, poſſis ad utrumque referre
Scilicet aut finem lucis, noctiſque ruentis
Principium; nam lux crepera eſt, & mixta tenebris:
Ultima ſic quæ ſunt hiemis, tu prima tepentis
Tempora item veris dicas; ætaſque virilis
Sic poſtrema coit cum ſubrepente ſenecta.
Inde etiam facili ratio tum prodita pacto
Vera [2] Cometarum; nam legibus ire Cometas
Inventum eſt illis etiam, vireſque trahentis,
Pluſve, minuſve, tamen certas ſentiſcere Solis.
Sed dum te motus illorum, orbeſque, viaſque
Edoceo, patere interea, quæ credita nempe
His ſuper anteacto jam tempore, multa doceri,
Erro-

ductam nihil ad ſenſum differre a Parabola, ut proinde pro ſe mutuo promiſcue accipi poſſint in arcu proximo alteri foco, conſiderandum proponit conum, qui ſecetur oblique, & concipiat, ipſum ſectionis planum ita inclinari, ut ab Ellipſi fiat per Parabolam tranſitus ad Hyperbolam. Tranſitus quidem ipſe fit momento temporis, cum unica Parabola in unica plani ſecantis poſitione interjaceat infinitis numero hinc Ellipſibus, inde Hyperbolis. Ante quam deveniatur ad illam unicam Parabolam, ad eam utique planum ſectionis accedit ita, ut infinitæ numero ſint ejus poſitiones, quæ ab ipſius plano diſtent minus, quam ut diſtantia in prima origine ſenſu percipi poſſit. Quare & Ellipſes illæ, quæ ejuſmodi planis reſpondebunt, nihil ad ſenſum diſcrepabunt in ipſa origine ab illa Parabola, licet deinde receſſu continuo planorum ſecantium ab ea plurimum in maximis diſtantiis diſcrepare debeant.

1 Hunc tranſitum acceſſu facto per differentias utcumque exiguas, qui pertinet ad geometricam continuitatem, illuſtrat pluribus exemplis pertinentibus ad continuitatem phyſicam, diei migrantis in noctem per crepuſculum, hiemis ſenſim, & per gradus intermedios abeuntis in ver, ac virilis ætatis in ſenectutem, in quibus omnibus, quæ limiti ſunt proxima, ad utrumvis terminum referre licet.

2 Incipit hic agere de Cometis, qui quidem eaſdem Keplerianas Leges obſervant, & eadem gravitate in Solem, qua Planetæ, feruntur circa ipſum Solem in Ellipſibus habentibus focum in Sole ipſo; ſed Ellipſes Cometarum productæ plurimum
rimum

Erroreſque virum varios, fixa, atque refixa
Judicia, ambiguas rationes; omnia donec
Conſtiterunt tandem, ſublata vi gravitatis
In Cælum, circumque ſuis vaga legibus aſtra,
Proptereaque ſuos etiam cohibente Cometas
In gyros. Ipſi [1] ſunt ſcilicet aſtra Cometæ,
Quæ Cælo interdum comparent, obſita circum
Crine, & lucentem plerumque trahentia caudam:
Motu hos raptari, quo ſidera cuncta, diurno,
Præterea & proprio, velut aſtra errantia, ferri
Suſpicimus: ſed quod nova dent ſpectacula ſemper,
Nec diuturna ſui Terris, cum ſidere raro
Æquipares illos, cujus lux fulgere ſæpe
Ex improviſo viſa eſt, obtectaque rurſus.
At cauda, & Cæli partes excurſus in omnes
Liber, & haud ullo ſignatus limite certo
(Quamvis continuum, quodcumque eſt, nec ſine lege
Ipſorum ſit iter) certe eſt propriumque, ſuumque,
Ut diſtent aliis hoc uno ſcilicet aſtris.
  Fulgentes [2] veluti ferali luce Cometas,
Præ-

rimum accedunt ad Parabolas ita in arcubus Soli proximis, & nobis conſpicuis, ut pro Parabolis aſſumi poſſint. Sed ante quam veram earum theoriam Newtonianam exponat, rem totam altius repetit, & errores etiam præcedentium Philoſophorum proponit nonnullos.

1 In primis Cometas eſſe, ait, quædam aſtra, quæ interdum apparent in Cælo, cum quodam crine circa caput, & plerumque cum cauda. Caudam nunc quidem vocare ſolent illam etiam, quam Philoſophi dicebant barbam, ductum nimirum nebuloſum quendam longiorem, qui ſi a nucleo protenditur in eas partes, in quas motu proprio Cometa tendit, dici ſolebat olim barba, ſi in partes oppoſitas, cauda; ut idcirco tria Cometarum genera diſtinguere fuerint ſoliti Philoſophi Barbatos, Caudatos, Crinitos.

Addit, in ipſis obſervari motum diurnum comunem aſtris omnibus, & proprium, ut præter communem habent itidem proprium motum Planetæ. Illos autem affirmat convenire cum Stellis novis, quæ inter Fixas etiam obſervatæ quandoque ſunt, quod ex improviſo appareant, nec perpetuo conſpicui ſint, ſed quodam tempore plerumque admodum exiguo, quanquam & ab iis, & ab omnibus tam Fixis, quam Planetis differant in eo, quod caudam habent, & nulla certa Cæli plaga cohibeatur motus ipſorum quoquoverſum excurrentium, utut non ſine certa lege. Et quidem Dominicus Caſſinus certum Cometis quoque Zodiacum deſtinaverat, quem tamen egreſſi ſunt deinde plurimi ita, ut nulla ſit ipſis conſtituta certa Cæli plaga.

2 Refert communem vulgi, &
Pſeu-

Præſagaque mali perterrita pectora quondam
Indicium irati credebant lugubre Cæli,
Divorumque minas: populis immittere peſtes,
Nec non ſanguineo Martis præcurrere ludo,
Regnorum excidiis quoque, funeribuſque Potentum.
Attamen ærumnas, atque infortunia noſtra
Omnia ſi Mundo, genus hoc, per ſigna liceret
Noſcere, quando foret, non diram ut ſuſpiceremus
Per Cælum lucem? Cur tam rara illa micaret?
Semper an inſuetum vis ſæva ſecuta malorum eſt
Lumen, & id nunquam pavitantia corda fefellit?
Nunquamne uberior, longeque ſalubrior annus
Succeſſit, vel compoſito pax læta tumultu?
Scilicet inſuetis, quæ præceſſere, ſolemus
Ignari rebus, qui ſunt tum deinde ſecuti,
Eventus triſtes præſertim, luctificoſque,
Quique premente malo noſtros percellere poſſint
Plus animos, veluti cauſis, ſigniſve referre,
Cum nullo prorſus jungantur mutuà nexu.
Ante [1] videbantur Cæli ſtatione teneri
Hi prope Terram humili, & terreſtri ab origine naſci,

Nem-

Pſeudophiloſophorum, Veterum in primis, errorem, qui Cometas cenſuerunt eſſe funeſtorum eventuum vel cauſas, vel ſigna prævia; qui quidem error apud cultiores Europæ imprimis regiones jam exolevit. Ipſum egregie refellit ex eo, quod ſi mala etiam ingentia ejuſmodi ſignis prænunciari deberent, fere ſemper Cometas haberemus, cum nullum ſit tempus, quo alicubi miſeri Mortales ingentibus malis non premantur: addit & illud; ſæpiſſime multo minus funeſta extitiſſe tempora, quæ adventum Cometæ cujuſpiam ſubſecuta ſunt, quam ea, quæ nullus Cometa præceſſerat. Addit demum, & cauſam, cur imperiti potiſſimum homines in eum errorem prolapſi ſint, quod nimirum in eorum, quæ minus uſitata repente accidunt, & quorum cauſas ignorant, admirationem rapti, iis & alia attribuunt, quæ eorum animos maxime percellunt, ut ſunt potiſſimum eventus infauſti, quibus premimur, & afficimur multo magis, quam aliis quibuſcumque; licet nullus inter ea nexus habeatur.

1 Tranſit ad alium errorem eorum, qui cenſuerunt Cometas eſſe Telluri proximos, & proinde etiam naſci e Terræ vaporibus, atque exhalationibus, ut cætera ignea metheora. Horum errorem refellit ex eo, quod illa careant, quam Aſtronomi vocant *parallaxim*. Cum aliquam nubem, vel vaporem Terræ proximum ſuſpicimus in aere, alii idem illud corpus ad Boream vident, alii ad Auſtrum, vel ad aliam Cæli plagam; & in eo diſcrimine locorum, ad quæ referimus idem

obje-

Nempe a condenſo, nubes velut ipſa, vapore;
At quoniam a Terra ſpatia horum magna reperta
Sunt porro, ruit hæc ratio; nam tempore eodem
Partibus a variis illos, longeque remotis
Aſpiciunt homines ſub eodem ſidere Cæli;
Quod fieri nequeat, ſi ſint regione locati
Terræ in vicina, qua ſunt regione vapores.
Sic nubem, vel cum loca per ſublimia longe
Denſat ſe, cernunt alii devergere ad ortum,
Aſt alii haud multis diſtantes millibus atram
Surgere ab occaſu, a gelida vel mittier Arcto.
Propterea [1] nimis a Terræ regione Cometæ
Cum diſtent, opus eſt ingenti corporis auctu
Eſſe; quod apparens, ut lata eſt, indicat ejus
Frons etiam; haud ideo concreſcunt rebus ab illis,
Quas vaga, uti fumos, exhalent aſtra (quod ipſum
Noſce alios docuiſſe), vagis non eſſe minores,
Inveniuntur enim, at majores ſæpius aſtris,
Et plerumque ab eis immaniter eſſe remoti.
Quin ipſi errantum fumi, eductique vapores
Corpore ab aſtrorum, ſua rurſus in aſtra revertunt

Deci-

objectum e diverſis locis viſum, conſiſtit parallaxis. At Cometas quicumque eodem tempore e remotiſſimis Terræ partibus obſervant, intuentur omnes in eadem Cæli plaga, & ſub iiſdem Stellis Fixis, quod quidem ſine immani diſtantia a Terra fieri non poteſt. Tycho jam olim ex defectu parallaxeos ſenſibilis Cometæ diligenter ab ipſo obſervati deduxit ingentem Cometarum diſtantiam a Terra, & ipſos ſupra Lunam evexit inter Planetas.

1 Aliam erroneam itidem aliorum ſententiam refellit, qui Cometas cenſuerunt coaleſcere ab exhalationibus reliquorum Planetarum. Imprimis cum adeo remoti ſint, & tamen magnitudinem ſuam apparentem habeant (Planetarum enim diametris apparentibus ſæpe multo majores ſunt Cometarum apparentes diametri) oportet ingentis veræ magnitudinis ſint; & menſuris rite captis inveniuntur quandoque ipſis Planetis Primariis majores. Quamobrem ab eorum exhalationibus oriri non poſſunt. Præterea Planetarum exhalationes, & vapores in ipſos recidunt gravitate ſua, ut vapores Terræ decidunt in Terram. Et quidem tam obſervationes nonnullæ, quam ipſa analogia, & multo magis utrumque ſimul ſuadet utique Planetas Primarios quoſque ſuas habere atmoſphæras, & in iis ſuas pluvias, & nives. Inde autem conſequitur, Cometas non oriri ab exhalationibus, & vaporibus Planetarum, quæ a Planetis non avelluntur, atque id quidem vim habet maximam idcirco, quod fere ſemper Cometæ apparere incipiant in maxima diſtantia a Planetis.

Decidui; pluviaſque ſuas, Martique putandum eſt
Eſſe, Jovique ſuas, canaque Senem nive ſpargi
Saturnum, aut dura contundi grandine ſæpe.
At [1] neque, Solis uti maculæ, de Sole Cometæ
Concreſcunt, adeo diſtant nam ſæpe, repelli
Tam procul ut nequeant tam denſa mole vapores
Retrorſum aſſidua Solis gravitate trahente.
Reſtat [2] ut antiqua cunctarum ab origine rerum
Ipſi etiam æterno ſint corpore, qui moveantur
Certis per Cælum, ut circumvaga legibus aſtra.
Qui [3], quot luce ſua flammantia ſidera fulgent,
Turbineos voluit ſtipatos eſſe tot orbes,
Senaque proin pelago velut aſtra natantia vaſto
Materiæ a Solis raptari vortice circum,
Accidere interdum, maculis ut fixa coortis
Sidera denſentur quædam, velataque circum
Et lucem amittant, & vires, credidit idem,
Nec proin tuta ſuo remanere in vortice poſſe,
Aſt a finitimis ſorberier, inque aliorum
Tranſire arbitrium veluti captiva, nec unquam
Ceſſare, inque alios fugitiva, alioſque meare,

Et

1 Sunt, qui putant Cometas oriri ab exhalationibus Solis, ut ejus maculas. Hos refellit ex eo, quod Cometæ ſæpiſſime apparere incipiant in maxima a Sole diſtantia, quo vapores adeo denſi, & craſſi aſcendere non poſſunt, obſtante nimirum gravitate, qua in Solem retrahuntur.

Eſt autem & argumentum petitum a poſitione orbitæ ipſorum, quod & hanc evertit ſententiam, & aliam nihilo minus erroneam eorum, qui cenſent Cometas, immo & Planetas eſſe particulas Solaris maſſæ inde avulſas, & ejectas. Nimirum quidquid e Sole projiciatur, debet ad ſenſum deſcribere vi gravitatis ſectionem conicam tranſeuntem per ipſum projectionis punctum, nimirum per Solem, cum tamen & omnium Planetarum, & omnium fere Cometarum Orbitæ in ipſa minima a Sole diſtantia ſive Perihelio, ab eodem Sole diſtent longiſſime.

2 Rejectis ſententiis reliquis concludit demum, Cometas debere eſſe corpora Mundo coæva, ſuis delata per Cælum motibus, ut Planetas.

3 Carteſii ſententiam hic commemorat, & refellit. Is quidem cenſuit, Fixas omnes ſuos habere vortices, ut Solem, qui circa ſe in ipſo vortice ſuo ſex Primarios Planetas circumagat. Ubi earum aliquæ maculis oneratæ, ac penitus coopertæ extinguantur, tum & vortices ipſarum a vorticibus proximis abſorberi; ipſas vero ab ipſis proximis vorticibus abripi, & errare ex alio in alium temere tranſlatas, quarum aliqua ubi ad Solarem

Et ſine lege viæ, & ſine motùs ordine certi,
Et Solem Dominum procul aſpectare Cometas,
Saturnique altos ultra conſiſtere fines
Propterea voluit nequidquam, namque vagantum
Plerique aſtrorum in regiones conſpiciuntur
Demitti, Solis luſtrantes cominus ignem.
Ultra [1] Saturnum geminis de Fratribus alter,
Quos ut Tyndaridas quondam fama extulit ingens
Pugnaci ingenio claros, magniſque repertis,
Eſſe ait errantum de gente, & volvier aſtrum
Immenſo circa phœbeam lampada gyro
Ob ſpatia haud oculis deprenſum immania noſtris;
Præterea Comites, ut Saturnumque, Jovemque
Circumſtant, quocumque abeant, hoc cingere multos,
Atque ſequi; noſtra qui cum ſe parte meantes
Demiſere, videntque propinquius ora comantis
Solis, & a vultu jacientis lucida tela,
Uſurpari oculis, pariterque audire Cometæ
Cœptant; in ſpatia abducti ſe cætera condunt.
Horum ille & ſpatia, & motus, & tempora, tantùm
Nota ſibi, quia ficta, docet; ſed protinus auſo
Cælum adverſatum eſt reditus prædicere vati.

Veſti-

rem verticem devenerit, ſupra Saturnum feratur in eodem in ipſo ejus margine, donec in alium tranſeat aliquem, & longe fugiat.

Hanc ſententiam refellit inde, quod plures Cometas ſciamus longe infra Saturnum, immo & infra Mercurium aliquos deſcendiſſe. Verum tota illa arbitraria verticum hypotheſis jam exolevit, quæ quidem penitus labefactata poſt Mechanicam, & Aſtronomiam diligentius excultas, ita corruit, ut erigi omnino non poſſit.

1 Jacobum Bernoullium fratrem Joannis hic innuit, qui aliam hypotheſim propoſuit adhuc junior: Planetam quendam remotiſſimum ultra Saturnum circa Solem deferri, qui ob ipſam immanem diſtantiam oculos fugiat Terricolarum. Hunc habere circa ſe ſuos ſatellites, qui ubi ad nos propius acceſſerint in inferiore parte orbitæ ſuæ, magis etiam ſimul illuſtrati a Sole ſub aſpectum cadant. Ille quidem & motus ipſos definivit, quibus tamen ſtatim phœnomena Cometarum contraria obſtiterunt, quæ cum ejuſmodi hypotheſi, præterea etiam penitus arbitraria, conciliari omnino non poſſunt. At ii juveniles extiterunt conatus hominis ſummam deinde, & meritiſſimo quidem famam adepti cum ipſo fratre, ut adeo uterque ſummis laudibus, quibus eos Noſter hic exornavit, meritiſſimus ſit, qui quidem ejuſmodi laudem propagarunt in totam familiam, in qua ſuam quodammodo veluti perennem ſedem videtur Matheſis ſublimior defixiſſe.

Veſtigatorem [1] magnum in cæleſtibus oris,
Altrici Italiæ rapuit quem Gallia civem,
Scimus in immenſos orbes, & forſitan æquos
Tractus per Cæli vaſtos egiſſe Cometas,
Uſque adeo, ut poſſent recti apparere meatus,
(Parvula cum pars ſint orbis) quos ingrediuntur
Illi, cum noſtris expoſti ſenſibus errant,
Et docuiſſe modum, quo tu prænoſcere poſſis
Servatis tribus ante locis, quæ ſidera adibit
Præterea, & quo ſe feret unuſquiſque videndum.
Fors fecit perſæpe fidem; feliciter iſta,
Cum procul arderent illi nimis, eveniebant;
At, prope cum Solem luſtrarent, cuncta ruebant,
Namque intorquebant curſum, obliqueque meabant.
Sic [2] etiam inventis aliorum obſiſtere viſum eſt
Cælum; ſemper enim poſt ſervabatur ibidem,
Rebus quod poſitis adverſaretur; ab omni
Nunquam parte poteſt veram res ficta imitari.
Ipſa at vi Veri poſt irradiante, quod alte
Extulit Inventor gravitatis in omnia fuſæ,

Vidi-

1 Ad Dominicum Caſſinum hic delabitur, qui ex Italia, in qua & ortum habuerat, & Mathematicarum diſciplinarum, atque in primis Aſtronomiæ fama inclaruerat, in Galliam a Ludovico XIV evocatus ſedem Pariſiis fixit, & ad filium ſuperiore anno nobis ereptum, ac nepotem nunc maxime eadem fama florentem quodammodo velut hæreditariam tranſmitit Aſtronomiæ ſcientiam. Is cenſuit Cometas deferri in orbibus maximis, & fortaſſe etiam circularibus, quorum exigua portio, in qua nobis, ubi ad nos accedunt magis, conſpicui ſunt, haberi poſſit pro recta linea, habito itidem motu pro æquabili. Is quidem docuit etiam, quo pacto ex tribus obſervatis Cometæ locis in hypotheſi motus rectilinei, & æquabilis, definiri poſſet totus reliquus apparens curſus. Et quidem res non infeliciter ſuccedebat, ubi ſatis a Sole diſtarent Cometæ; ſed ubi ad ipſum accedebant magis, & curvatura viæ, & receſſus ab hypotheſi motus æquabilis ſatis magnus hypotheſim ipſam penitus evertit.

Hypotheſim motus rectilinei, & æquabilis, ad quam Cometæ accedunt plurimum, ubi a Sole ſatis diſtant, excoluit & Newtonus, proponendo in Arithmetica univerſali methodum determinandi etiam diſtantiam ejus orbitæ a Terra per quatuor obſervationes; quam tamen in ea etiam hypotheſi ineptam eſſe ad rem perficiendam demonſtravi in mea diſſertatione de Cometis, qua de re, ut & de aliis nonnullis ad Cometas pertinentibus agam hic in ſupplementis.

2 Ad Newtoni theoriam tranſiturus illud hic generatim enunciat;

omnes

Vidimus in tenebras nativas cunčta relabi,
Quæ ſteterant prius; ut Lunam pallere tuemur
Ad Solis jubar, & nitidos compeſcere faſtus.
Ille igitur ſola gravitate, ut cætera, vinxit
Æthera luſtrantes motu variante Cometas,
Orbibus & variis, ſpatiiſque coercuit idem
Lege rata, & prorſum in comunia fœdera flexit.
Principio [1] apparent cum nobis, eſſe Cometas
Scire licet ſæpe aſtrorum in regione vagantum;
(Ultra vel ſi ſint quandoque, prope eſſe profecto)
Ipſiſque interdum plus Soli accedere multo
Aſtris, & nimium radios haurire propinquos:
Tutemet ex ipſo poſſis quod noſcere motu
Illorum inter ſe collato, & lumine, quo ſunt
Perfuſi, pariter collato errantibus aſtris,
Si varias rerum menſuras ſcilicet, atque
Si numeros tentare auſos cæleſtia calles.
Proin veluti, quicumque aliqua in ditione moratur,
Cogitur illius leges, & jura ſubire
Imperii, rituque pari cum civibus uti,
Sic quoque, nonne vides, oculis mortalibus ipſi
Deprenſi cum ſunt ſpatio in propiore Cometæ,
Scilicet in noto Solis diſcurrere regno,
Nonne vides, inquam, vaga ut aſtra coercita certa
Sunt gravitate, atque invicta vi Solis aguntur
In Solem, quoque vimque, poteſtatemque Cometas

omnes alias hypotheſes, ſi quid determinati attulerant, quod cum obſervationibus comparari poſſet, ab obſervationibus ipſis fuiſſe everſas, quod falſæ hypotheſes cum veris phœnomenis conſentire penitus, & conſpirare non poſſint. Id veris tantummodo theoriis accidere, ut omnibus phœnomenis ſatisfaciant; atque id ipſum accidiſſe theoriæ Cometarum Newtonianæ, qua evulgata reliquæ conciderint, illa una jam per omnes Europæ Academias recepta.

1 Pro fundamento theoriæ ipſius ponit Noſter illud, quod & Newtonus poſuit, nimirum Cometas deſcendere in regionem Planetarum, & plerumque etiam infra ipſos Planetas deprimi: Id quidem, affirmat, erui ex eorum motu, & luce. Qua ratione id Newtonus inde deduxerit, exponemus in ſupplementis.

Cum igitur in Planetarum regione verſentur, ubi conſpicui ſunt, oportet, inquit, gravitatem habeant in Solem, ut Planetæ, adeoque deſcribant circa ipſum conicam aliquam ſectionem, quod neceſſario fieri debet juxta ea, quæ ſuperius dicta ſunt in adnotatione ad verſum 815.

Debere illius, niſuſque audire trahentis,
Nec proin incerta cum libertate vagari,
Intorquere ſuum ſed iter, velut aſtra, per oras
Sublimes, & de coni ſignare figuris
Unam proſciſſi, quod ſcilicet ante probatum eſt,
Ipſe foci cujus punctum Sol occupet amplus,
Et ſedeat velut in ſolio rutilante Tyrannus.
Sed [1] quæ ſemita erit proſciſſi hæc denique coni?
Non etenim æqualis parti queat orbis ab omni
Eſſe, nec æqualem pariter qui accedit ad orbem;
Illos quandoquidem prope ſemper templa per alta
Volvier aſpiceremus, ut & vaga cernimus aſtra,
Quæ tum dumtaxat nobis obtecta lateſcunt,
Prætereunt ſupra cum Solem, infraque micantem;
Aſt, illi quia parva ſui ſpectacula præbent,
Cumque abiere, diu conduntur, nonne neceſſe eſt
Parte iter ex una demitti Solis ad ignes,
Atque oculos ſimul ad noſtros, contraque reflexos
Ex alia longe ſpatiis diſcedere magnis?
Quare erit aut coni primo de ſegmine nata,
Sed nimium obliquo ductu longiſſima forma,
Altera vel ſpecies, vel tertia. Sed quia ramo
Hæ conſtant geminæ haud in ſe redeunte, nec unquam
Brachia in immenſos ceſſant protendere tractus,
Credibile eſt per eas ullum non ire Cometam:
Nam per eas ullus ſi pergeret, integer unquam

Non

1 Quærit jam hìc, quæ coni ſectio debeat eſſe Cometarum orbita: nam theoria gravitatis permittit quamcunque incipiendo a circulo, & per totam omnium Ellipſium ſeriem, ac Parabolam abeundo ad ſeriem omnium Hyperbolarum.

In primis excludit circulum, & Ellipſim accedentem ad formam circularem; quia tum fere ſemper conſpicui eſſent, ut ſunt Planetæ dempto nimirum exiguo tempore, quo Soli conjungerentur ſupra, vel infra ipſum.

Quoniam igitur Cometæ brevi tempore conſpicui ſunt, & diutiſſime latent; oportet illorum orbitæ pars exigua ſit Soli, & nobis proxima, reliquo omni arcu longiſſimè recedente. Hìnc ea vel debet eſſe Ellipſis, ſed maximè attenuata, vel Parabola, vel Hyperbola. Sed quoniam poſteriores duæ recedunt in infinitum, credibile eſſe dicit, neutram eſſe orbitam Cometarum, qui ſi in iis moverentur, ne unicum quidem unquam gyrum integrum abſolverent, nec ſemel digreſſi a Sole redirent unquam, ſed in infinitum recederent in loca æterno frigore torpentia, velocitate ſemper imminuta.

Non ſieret circum gyrus, Solemque videre,
Ni ſemel, haud poſſet propius; cum protinus inde
Aufugeret, ſemperque magis diſcederet alta
Per loca, mobilitate adeo tamen uſque minuta,
Ut torperet iners æterno tempore demum,
Nec poſſet vitæ extinctum renovare calorem,
Adventuque novo ad Solem diſpellere frigus
Corpore perpetuum, tepidumque haurire vigorem
Partibus, aut fœtus unquam, indigenaſque ſovere.
Prima [1] igitur ſupereſt, ſed quæ eſt longiſſima coni
Proiciſſi effigies, cujus duo puncta focorum
Magnum intercipiunt tractum; ſic denique multos
Poſt annos curſus ut flectens, & ſua priſca
Flectendo relegens iterum veſtigia gyros
Inſtauret longos, Titaniaque ora Cometa,
Longius, aut propius, ſed ab omni parte reviſat.
Certius hoc geminam conjectes ob rationem:
Primò, cum nimium procul editus ille, meatum
Ejus, ut eſt, recto ſimilem deprendere poſſis;
Si vero acceſſit, cernes iter illud in arcum
Flecti, & dimidium prope flexu hoc cingere Solem.
Illi præterea qua Cæli parte videntur
Crebrius? an qua Sol medius micat? oppoſitave?
Nimirum oppoſita vix quintus quiſque videtur
A nobis parte, aſt alia in regione prope omnes,

1 Excluſis reliquis binis conicis Sectionibus relinquitur, ut Cometarum orbita ſit Ellipſis. At, Ellipſim hujuſmodi, hìc affirmat, debere eſſe maxime oblongam, remotiſſimis a ſe invicem ejus focis. Id quidem patet ex eo, quod ſuperius dictum eſt, quod nimirum diutiſſime lateant Cometæ, ſed hìc alias binas ejuſdem rei conjecturas addit, ex quibus id primo quidem Newtonus eſt ſuſpicatus. Nimirum ita fit, ut arcus a Sole ſatis remotus ad rectam lineam accedat plurimum, Soli autem proximus plurimum incurvetur, quod obſervationes oſtendunt. Tum vero inde etiam illud perſpicuum fit, cur Cometæ plerumque appareant in illo Cæli hemiſphærio, in quo eſt Sol, diſtantes ab eo minus, quam integro quadrante, & multo rariores viſi ſint in hemiſphærio oppoſito. Nam in Ellipſi in immenſum oblongata non poſſunt apparere niſi in arcu proximo Soli occupanti focum, quod non accideret, ſi alterius formæ eſſet orbita.

Quod autem appareant tantummodo, ubi ſunt propiores Soli, & non longe ultra Saturnum, Newtonus ſic probat in corol. 2 lemmatis 4 lib. 3 Principiorum. *Si cernerentur in regionibus ultra Saturnum, deberent*

Quamvis in Solis radiis ibi ſæpe lateſcant,
Nec cerni poſſint, quod porro haud accidit illic:
Reveraque novis offuſo Sole tenebris
Objectam ob Lunam, & ſummum ſubeunte laborem,
Cum ſtellis aliis, media quæ luce diei
Intempeſtivo ſurgebant tempore ſæpe,
Interdum quoque viſus erat pallere Cometa
Haud a Sole procul, terrebat & anxia corda.
His ita judiciis firmatis, deinde meatus,
Qui [1] ſint, in veros ſervando inquirere cœptum eſt;
Servatis loca nempe locis deprendere paucis
Omnia tentarunt numeris gravitatis, adiret
Tempore conſpicuus toto quæ deinde Cometa;
Nam viſum, ſi congruerent his vera, fore, ingens
Momentum ut poſitis rationibus adjiceretur,
Atque ibi phœbeæ gravitatis certa vigerent
Jura etiam, atque uno retinerent omnia nexu.
Difficilis tamen, & prorſum inſuperabilis omnes
Terrebat labor hic, quoniam non puncta locorum
Ultima cognita ſunt, ſed, quo directa, videntur
Tantùm, & qua Mundi perſtant de parte locata.

Tan-

ſæpius apparere in partibus Soli oppoſitis. Forent enim Terræ viciniores, qui in his partibus verſantur, & Sol interpoſitus obſcurat ceteros. Verum percurrendo hiſtorias Cometarum reperi, quod quadruplo, vel quintuplo plures detecti ſunt in hemiſphærio Solem verſus, quam in hemiſphærio oppoſito, præter alios procul dubio non paucos, quos lux ſolaris obtexit.

1 His in genere conſtitutis de forma orbitæ Cometicæ, affirmat, cœptum deinde inquiri in determinationem ſingularum orbitarum ad ſingulos Cometas pertinentium, per obſervationes nimirum, & gravitatis theoriam; nam dato certo numero locorum per obſervationes accuratas determinatorum, definiri poteſt tota orbita elliptica, potiſſimum ſi adhibeantur theoremata, quæ locum habent, ubi ab eadem gravitatis lege determinentur orbitæ ejuſmodi, a qua pendent Planetarum Ellipſes, quod quidem multo magis problema determinat. Plurimi nimirum intererat videre, an eadem gravitas vigeret etiam in Cometis omnibus, quæ in Planetis; Sed ejuſmodi perquiſitio erat admodum ardua pro orbe elliptico, & fere penitus inacceſſa. Facilis eſſet Ellipſeos determinatio, ſi præter focum darentur tria puncta curvæ. Datis iis tantummodo invenirentur omnia reliqua. Verum per obſervationes Aſtronomicas non definiuntur determinatè ipſa Cometæ loca, ſed tantummodo directiones rectarum, quæ ad ipſa tendunt.

At illud Newtonus vidit, longe facilius eſſe rem perficere pro orbe Para-

Tandem animadverſum eſt, cum ſit longiſſimus orbis
Proſciſſo primæ de cono nempe figuræ,
Illa parte, ſoco propior quæ conſtat, eandem
Eſſe viam prope, quæ fieret via nempe ſecunda
E ſpecie, veraque parum re diſcrepitantem:
Toto propterea, quo cernimus eſſe Cometas
Tempore, nos eadem prorſum omnia cernere, quæ, ſi
Formæ iter alterius fiat, videamus ibidem:
Difficile & non tam numeris hos eſſe ſecundos
Subdere, & ad rectos, notoſque referre meatus;
Nam queiſcumque aliis illi miteſcere poſſunt
Ductibus incurvis magis, atque pateſcere menti.
Sic quæſita via eſt, loca quæ deferre Cometas
Per ſervata queat, radiorum & fila ſecare,
Scilicet ex oculis rectà quæ tendere ſingas,
In regione foci conſiſtat ut ignivomus Sol,
Temporibuſque ſuis reſpondeat area quæque.
Protinus eventu res eſt luſtrata ſecundo,
Viſaque ſunt poſitas rationes cuncta ſubire.
  Tempore [1] jamque illo lux Cælo dira refulſit,
Quo non major erat, neque viſa minacior ulla,

Parabolico, quæ curva eſt admodum facilior tractatu, & arcum Ellipſeos Cometicæ a nobis obſervatum pro parabolico aſſumi poſſe. Inveſtigavit igitur orbem parabolicum, qui ita ſecaret rectas e Tellure ad eum abeuntes, ut radiis inde ductis ad Solem in foco poſitum areæ reſpondeant temporibus, quibus percurruntur, nimirum ſint ipſis proportionales, & præterea magnitudinem eam habeant, quam requirit gravitas Cometæ comparata cum Planetarum gravitate nobis cognita. Et ea inveſtigatio eſt ſatis ardua, ſed Newtonus difficultatibus omnibus ſuperatis eo pervaſit demum, ut per tres ſolas obſervationes orbitam parabolicam definiverit partim per attentationem, & falſæ poſitionis methodum, partim per directas determinationes.

Ego quidem in mea diſſertatione de Cometis oſtendi methodum, qua per finitam algebram id problema ſolvi poſſet, deveniendo ad unicam determinatam æquationem; ſed ejuſmodi æquatio ita eſſet ardua, & calculus ita implexus, ut omnem omnino humanum conatum effugeret. Quamobrem omnes, qui poſt Newtonum idem problema redegerunt ad uſum, attentationibus ſunt uſi, quæ quidem ſuccedunt, & approximationes exhibent, quantum libuerit accuratas.

1 Orbitæ calculo erutæ ex tribus obſervationibus exhibent loca pro reliquis omnibus temporibus, quæ comparata cum obſervatis theoriam vel confirmant, vel penitus evertunt. Porro omnes obſervationes Cometarum, quotcumque ſatis accurate

Nec magis immani loca Cæli vaſta terebat
Diſcurrens cauda, ſævum quo tempore bellum
Europæ populos concuſſit, ſanguine multo
Danubii fluctus cum tingeret, imperiique
Urbs Caput intremeret, qua non auguſtior ulla.
Illa ferum Martem tum pertulit una, ſuaſque
Totum Orientem in opes ire, & diſperdere velle
Omnia, & horribili vidit ſua quaſſa fragore
Mœnia tum prope jam minitantes ultima Lunas
Excipere. At verſis poſt quæ fuga barbara fatis!
Quæ cædes! quantum prædæ, laudiſque relatum eſt!
Non ita magna quidem primò lux viſa Cometæ
In Solem fuit ire; ſua ipſum Scorpius inter
Brachia cum Solem verſaret prætereuntem,
Condita poſt paulo eſt; per brumam lumina rurſus
Extulit, ad vernos Zephyrorum & perſtitit ortus
Diffugiens Solem; cumque omnes mole viderent
Diverſa in ſpeciem, motuque, & lumine, nuper
Quam quo viſus erat, diverſum hunc eſſe putarunt.
Sed via poſterior demum hac expenſa recenti
Ut ratione fuit, molem aſtri nempe prioris
Continuaſſe via, quæ poſt quoque trita, repertum eſt,
Legibus haud aliis nimirum, quam quibus una
Quæviſcumque orbis pars a palantibus aſtris

Signa-

curate ſunt habitæ, miro conſenſu Theoriam Newtonianam confirmarant. Ante omnes alios id præſtitit Cometa celeberrimus anni 1680, & 1681, de quo hìc Noſter loquitur, qui Viennenſem obſidionem, & Turcicam illam immenſam cladem haud ita multo anteceſſit. Is apparuerat primum Novembri menſe anni 1680, quo tempore Sol eſt in Scorpio, deſcendens ad Solem; tum Decembri, Januario, Februario, ac Martio menſe cauda in ipſo acceſſu ad Solem in immenſum aucta apparuit iterum, a Sole regrediens. Is quidem a multis Aſtronomis creditus fuit duplex Cometa, non unicus: Sed Newtonus determinata orbita Cometæ in ſecunda ſui oſtenſione viſi, non ſolum invenit cum ea congruere loca omnia eorum menſium, ſed etiam loca illa omnia, in quibus ſuperiore Novembri fuerat viſus, quod evicit ſimul & illud, Cometam utrumque fuiſſe unicum, eundemque, & illud, veram eſſe theoriam, quæ cum ejus motibus maxime ad ſpeciem irregularibus tam belle conſenſerit.

En quæ Newtonus in eam rem habet Princ. lib. 3, ubi fuſe agit de hoc Cometa, quem locum Noſter hìc habuit ob oculos. *Pergebat hic Cometa per ſigna fere novem, a Virginis ſcilicet duodecimo gradu ad principium Geminorum præ-*

ter

Signatur, ſive a ſervatis ante Cometis.
Proin non diverſas, geminaſque fuiſſe, ſed unam
Tum patuit lucem reflexam a corpore eodem;
Pluſquam dimidium quod trajeciſſe notatum
Cum fuerit Cælum curſu variante, viciſſim
Nunc celerante, moras nunc longas ſæpe trahente,
Attamen hoc ad iter dein, ad notoſque reductum
Calles, conſtabat ſibi protinus; ibat in una
Nam ſciſſi effigie coni, legemque tenebat
Unam, temporibus qua conſonat area notis.
Quare tam varius, tam diſcors iſte Cometæ
In ſpeciem motus, tam porro legibus arctis
Nexus, & adſtrictus, tam certo denique conſtans
Fœdere, communique repertus jure teneri
Tam bene, tam invicte, velut aſtra vagantia quæque,
Auctori certam rationem hanc eſſe probavit,
Errandique metu procul omni, & ſuſpicione
Tum demum ſolertem animum, cautumque retraxit.
 Proin [1] fuit in cunctos animum qui verteret acrem,
Quorumcumque prius via erat ſervata, Cometas,
Et loca vulgatis proſtabant tradita chartis,
Nempe quater ſenos elegerat ad ſua viſos
Tempora, & inventam rationem his omnibus aptans
(Proh quantus labor, & numerorum denique quantæ

 Amba-

ter ſignum Leonis, per quod pergebat, antequam videri cœpit, & nulla alia extat theoria, qua Cometa tantam Cæli partem motu regulari percurrat. Motus ejus fuit maxime inæquabilis; nam circa diem vigeſimum Novembris deſcripſit gradus circiter 5 ſingulis diebus; dein motu retardato inter Nov. 26, & Dec. 12 ſpatio ſcilicet dierum 15 cum ſemiſſe deſcripſit gradus tantum 40, poſtea autem motu iterum accelerato deſcripſit gradus fere 5 ſingulis diebus, antequam motus iterum retardari cœpit: & theoria, quæ motui tam inæquabili per maximam Cæli partem probe reſpondet, quæque eaſdem obſervat leges cum theoria Planetarum, & cum accuratis obſervationibus aſtronomicis accurate congruit, non poteſt non eſſe vera.

1 Addit hîc Noſter incredibilem illum, ſed feliciſſimum, & utiliſſimum laborem Edmundi Halley, qui perculſus tanto illius Cometæ conſenſu, collegit obſervationes omnes, quas obtinere potuit Cometarum uſque ad ſua tempora accuratè obſervatorum, quos invenit 24, & omnium orbitas determinavit, ac in tabellam compegit, in qua ſingularum habentur elementa, quæ Noſter hîc exprimit: nimirum determinat planum orbitæ, determinando ejus inclinationem ad planum Eclipticæ, & nodos, in quibus

Ambages!) numeris loca repperit omnia prorſus
Conſentire ſuis, cum de tribus illa relatis
Erueret queiſcumque locis, & cuncta videret
Haud quidquam diverſa prius prodire notatis.
Ipſe Cometarum proin horum elementa tabella
Inſcripſit, doctumque etiam evulgavit in orbem:
Planitiem, Cælique plagam cujuſque viai
Edocet, & qua quæque ſecet regione meantis
Terræ iter (extremas Mundi quod finge per oras
Diſtendi quoque, ſi ſit opus), ſpatiumque, quod extet
A Solis medio minimum, & qua parte locetur
Converſum, vertex tranſverſi ſcilicet axis,
Quoque hìc trajicitur, momentum temporis ipſum.
Hæc elementa tibi cum monſtrent puncta ſecundæ
Omnia, quæ a cono eſt, formæ, primæ quoque partim
Monſtrant, conſpicitur dum cælo lux nova labens
Illa Cometarum, &, quo tum directa videri
Nobis debuerit quocumque in tramite, certum eſt.
Conſtitit e poſitis id legibus; unde neceſſe
Cum fuerit motus inter ſe mutuà quorum-
Cumque Cometarum necti, illæ e parte fuiſſent
Si non prorſum omni veræ, e tot rebus in alto
Æthere ſervatis, rationi cum potuiſſet
Res quævis facile officere haud accommoda falſæ,

Saltem

quibus ipſa orbita Eclipticam ſecat; minimam diſtantiam a Sole, quæ habetur in Perihelio, poſitionem Perihelii ipſius, in quo eſt vertex axis Parabolæ, ac tempus, quo Cometa ad id Perihelium appulit, quibus datis cetera loca omnia ad datum tempus facile determinantur methodo tradita ab ipſo Halleyo. Porro illa orbitæ Parabolicæ pars computata ad ſenſum congruit cum parte orbitæ ellipticæ, quæ verè deſcribitur, & quidem habentur methodi, quas & Halleyus ipſe adhibuit, transferendi loca a Parabola ad finitimam Ellipſim, ubi differentia ſenſibilis oſtendit in majore diſtantia a Sole arcus adhuc perſpicui ſenſibilem receſſum orbitæ ellipticæ a parabolica.

Porro cum adeo inter ſe connexæ ſint omnium Cometarum orbitæ, & adeo cum Planetarum orbitis connexæ, cum quævis etiam unica obſervatio poſſit diſſenſu ſuo totam evertere theoriam, ejuſmodi vero diſſenſus nuſquam in tanto numero obſervationum circa tot Cometas habitarum occurrerit; jure ſane affirmat Noſter, inde ſine ulla dubitatione erui debere, gravitatem ſolarem extendi per omne id ſpatium, in quo Cometæ verſantur, & ejuſmodi gravitate ferri Cometas ipſos in orbitis, quas eadem gravitas requirit.

Saltem aliqua offeciſſet, & una evertere cuncta
Sat foret, atque illam mendacem oſtendere prorſus.
Quare cum numero e tanto nec diſſonet una,
Omnia ſic collecta ſimul ſuffragia firmant,
Quas docui, leges gravitatis in ardua fulæ
Illa etiam ſpatia, excurrunt queiſcumque Cometæ;
Unaque rerum vox Naturæ detegit artem.
Adde [1], quod ex illo dein tempore ad ultima demum
Quotquot fulſerunt hæc tempora noſtra Cometæ,
Et ſervati omnes, numeriſque recentibus omnes
Suppoſiti, atque omnes his conveniſſe reperti;
Proin ut nil Cælo conſtet jam certius omni,
Nec mage quod falſi procul a regione recedat.
Sex [2] velut a ſpatiis aſtrorum, atque ordine noto,
Et motu, ratio percepta eſt ordinis horum,
Motuſque, ſpatiique, ad Solem ſcilicet una
Lege trahens gravitas; ſic a gravitate, ſuaque
Lege Cometarum fieri qui finxerat ipſos,
Quos tum ignorabat, motus, re denique tales
Deprendit vera, motuſque hos limite fixit
Incertos certo, atque errore exemit ab omni;
Hic & opinandi varios ſic ſuſtulit uſus,
Et magis inventos gravitatis conſtabilivit
Undique firmatos ita mores: quin magis harum

Aucta

1 Confirmat hanc tot Cometarum inductionem Cometis omnibus, qui poſt Haleyi obitum apparuerunt, quorum orbitas ſubinde computarunt Aſtronomi, & ſemper iiſdem gravitatis legibus, & Newtonianæ theoriæ conformes invenerunt. Halleyanarum, & ſequentium omnium catalogum cum orbitarum elementis tradidit in ſuis Aſtronomicis lectionibus Caillius vir in Aſtronomia potiſſimum ſummus, quos habet 48, & poſtremi, qui ſuperiore anno 1757 Septembri menſe apparuit, orbitam computatam tranſmiſit Viennam ad P. Scherfferum doctiſſimum e noſtra Societate hominem, qui latinè reddita ibidem edidit lectiones ipſas. Nulla obſervatio e tam multis inſtitutis poſt inventam, evulgatamque theoriam ipſi adverſata eſt, quod quidem caſu accidiſſe, nemo ſibi ſanus facile perſuadebit.

2 Lectorem hic ſuum remoratur Noſter Philoſophica animadverſiuncula quadam hujuſmodi. Newtonus e Planetarum ſitu, & motibus gravitatem generalem deduxit: ex ipſa eruit, cujuſmodi deberent eſſe Cometarum orbitæ, quas tum ignorabat. Aſſumpſit ejuſmodi orbitas, & comparavit loca iis debita cum obſervationibus, quæ cum conſenſerint, fuerunt quidam veluti teſtes, qui quo plures extiterunt

Aucta fides rerum; quidquid ſervatur ubique
Nimirum, numerus teſtantum creſcit id ipſum,
Et nihil eſt, quod diſſideat, prorſuſque repugnet.
Et velut incorrupta, atque optima proinde, fatemur
Judicia eſſe inter Cives, ubi rem neque turbæ
Aut favor, aut odium, nec dives copia ſandi,
At verique ſecant teſtes, mutæque tabellæ,
Reſque ipſæ, quæ ſunt certa ratione peractæ;
Sic itidem nos de Natura recta putandum eſt
Judicia exercere, quibus non jam ulla tributa eſt
Aut blandis commendantum pars vocibus, ulla
Vocibus aut contra pugnacibus adverſantum;
Delatæ partes ſervatis ante ſed omnes
Rebus, & aſſiduo collectis undique ab uſu,
Atque eadem ſemper teſtantibus; & licet inde
Obſcura interdum reddantur, & indupedita,
Quod bene res nequeas vigilanti prendere ſenſu,
Inſincera tamen nunquam, corruptaque conſtant
Reſponſa, ut valeant te ad fraudem cogere flecti,
Mendacique velut fulgore abducere captum.
Propterea [1] jam non, an forte antiqua Virorum
Rebus in his eadem ſteterit ſententia, quæras,
Nec nimis hanc præ Natura, rebuſque moreris;
Quanquam ita multa fides in vulgus conciliatur
Dictis, & priſcis accedit pondus ab annis,
Ut quidam pretium tantis adjungere rebus
Optantes donent ætatibus hæc nova priſcis;
Cum Veteres nil non poſſint docuiſſe videri;
Ambigua in multis qui ſunt ratione locuti.

Hæc

runt, eo magis invento illi fidem conciliarunt. Hæc nimirum eſt vera philoſophandi methodus, in qua nihil auctoritati, & gratiæ, ſed totum obſervationibus tribuitur, quæ quidem ob ſenſuum imbecillitatem ambiguæ quandoque eſſe poſſunt, mendaces eſſe non poſſunt, ſi ſatis accuratè inſtituantur.

1 Infert jure illud, nihil nos hac in re morari debere Veterum auctoritatem, nec ad aſſenſum præſtandum gravitatis generalis theoriæ, debere inveſtigare, an Veteres Philoſophi illam agnoverint, atque docuerint. Adhuc tamen eſſe affirmat quædam, quæ quibuſdam videantur indicia, quibus denotetur etiam Veteres agnoviſſe legem gravitatis decreſcentis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, quæ Planetas circa Solem circumduceret, ac id ipſum per quædam velut ænigmata poſteritati prodidiſſe.

Sunt

Hæc igitur rentur Veteres noviſſe reperta,
Qui Sene cum Samio quondam excepiſſe feruntur
Concentus Cæli divinos, harmoniamque,
Si non auribus, at ſenſu interiore ſtupentes,
Et mira penitus mentis dulcedine capti.
Propterea, Phœbum chordas agitare trementes,
Et canere ad cytharam, fictum, circumque choreis
Exultare leves, & in orbem plaudere Muſas.
Duxiſſe ex vera nempe hoc ratione fatentur,
Verborum obſcuris atque involviſſe latebris.
Diverſæ inter ſe ſi vi non impare chordæ
Tendantur, varios percuſſæ pectine reddent
Illæ, quod tentans facile experiere, ſonores:
At ſi diverſis contra tantùm una trahetur
Ponderibus, ſingillatim quæ mutuà ſeſe
Excipiant vario pro tempore, quæque viciſſim
(Sed verſa vice) ſint, ut longi nempe priorum
Chordarum tractus, repetas ſi quemlibet in ſe,
Illa ſonos iterat ſola omnes, prorſus eoſdem,
Nunc hos, nunc illos (iteres ſi ad ſingula pulſum
Pondera) multiplex queis nuper chorda tremebat.
Quare, chordarum referunt quæ pondera tractus,
Quos in ſe repetas, inverſoque ordine nectas,
Unam nimirum extendentia pondera chordam
Efficere harmoniam poſſunt, ſenſumque movere
Suaviter, & dulci perfundere pectora motu.
Conſimile eſt quiddam, ſi circum obeuntia Solis
Extendas vires in ſidera; ſcilicet ipſas
Concipias Solis vires vaga in aſtra, Cometaſque

Inten-

Sunt nimirum, qui credant huc reſpexiſſe harmoniam illam, & concentum cæleſtem, quem a Philoſophis quibuſdam, ut a Pythagora, Samio nimirum cive, exauditum olim Veteres prodiderunt, ut & Phœbi cytharam, ac Muſarum choreas. Nam illud conſtat, chordas æque tenſas diverſæ longitudinis, diverſos ſonos edere, nimirum eo graviores, quo longiores ſunt: quod ſi ad chordam eandem tendendam adhibeantur diverſa pondera alia poſt alia, quæ ſint in ratione reciproca duplicata priorum longitudinum chordarum æque tenſarum, eoſdem haberi ſonos, qui habebantur prius. Hinc arbitrantur vires gravitatis, quæ ſunt itidem in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, ſive intervallorum, quibus Planetæ a Sole, nimirum a mythologico Veterum Phœbo diſtant, illis ponderibus, & diſtantias

haſce

Intendi varie, proin & diverſa referre
Pondera poſſe, minora quidem creſcentibus ipſis
In ſeſe ſpatiis repetitis, quæ videantur
Proin vice chordarum fungi, queis nempe viciſſim
Nexa inter ſeſe mediis ſint aſtraque, Solque.
En igitur ſpecies concentùs, harmoniæque,
Qua Cæli varios per motus conſonat ordo,
En Phœbus vocem inflectens, cytharamque retentans,
Elliciensque melos varium, & diſcrimina vocum
Pluribus e chordis jucunda, jubenſque Camœnas
Ire, redire vias circum, & glomerare choreas
Per varios ductas flexus, pulchroſque per orbes,
Scilicet aſtra quibus circumvaga corripiuntur.
Mos erat hic olim, Veteres quæ multa docebant,
Indoctam plebem celare, animoſque profanos,
Et procul ipſas res, tenuique in parte referre,
Credebant fidis tantùm quas auribus, atque
Tentatis animis per dura, per aſpera longùm,
Scilicet integris vitæ, egregiique ſilentj.
Quamvis hæc igitur ſolers magis eſſe videri,
Quam mihi vera queat ratio, qua creditur ætas
Priſca Virum Solis vires texiſſe trahentes
Voce ſub harmoniæ, quam deſuper æthere ab alto
Demiſſam in terras jactabant cominus illi
Seſe, dum Cælum convertitur, exaudire,
Inter & eſſe choris, vulgo admirante, Deorum,
Haud nimium pugnem, rem tantam auctoribus illis
Tu quoque ſi dones, neque tum latuiſſe rearis.
Quidquid [1] id eſt, alios uſus, moremque ſequuti
Nos,

haſce illis longitudinibus expreſſas, quæ ſonorum diſcrimina exhibent ad harmoniam neceſſaria; has eſſe chordas Phœbeæ cytharæ, & Planetarum orbiculares motus eſſe illas Muſarum choreas.

Et quidem agnoſcit ultro Noſter fuiſſe hunc Veteribus morem, ut abſtruſiora quæque, & ſublimiora Philoſophiæ arcana ſymbolicis quibuſdam notis, & vulgo imperviis obtegerent, revelanda ſtudioſis tantummodo, & Philoſophiam appetentibus; adhuc tamen ingenioſior illi videtur, quam ſolidior hæc conjectura de Veterum notitia gravitatis decreſcentis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum.

1 Improbat hic jure eum morem tradendi Philoſophiam involutam myſteriis ejuſmodi, & Naturæ arcana ſatis per ſeſe abdita, & abſtracta, magis adhuc obducendi caligine, & obruendi, per ſymboli-
cas,

Nos, quæcumque datum eſt reperire, ſuiſque latebris
Eruere inteſtum, claris evolvere dictis
Conamur, ſuperaſque palam proferre ſub auras.
Naturam ſatis eſt variis ſe obducere formis,
Prætentaque ſuas artes caligine velle
Sepire, in cæcos atque abdere ſponte receſſus;
Quid tenebris tenebras, nocti juvat addere noctem?
Quæve hæc ambitio eſt, minus, intellecta, morari,
Noſtra ut ſint, aliî quam ne ſecreta locutos
Non admirentur, ſtudioque ſequantur inani
Propterea, Phœbi quaſi cæca oracula captent?
Suſpecti tibi ſint certe, qui oſtendere Verum
Dum ſpondent, famæ magis inſervire videntur;
Illud enim qui vidit, idem proponere vulgo
Protinus, oblitus jam tum famæque, ſuique,
Exundante animi mira dulcedine, geſtit,
Illius & late prolatam expandere lucem.
Sed [1] jam ad finitima, & veluti cognata reperta
Progrediamur ab his paulatim, ad cetera porro
Multa; retectarum procul eſt quippe ultima rerum
Meta, & adhuc longi curſùs pars magna relicta eſt.
Ergo hinc indicium certum eſt, in Sole receptas
Non tantùm vires, quibus ad ſe cuncta reducit;
Munus at hoc omnis late, quæcumque ſit, eſſe
Materiæ, partes ad ſeſe illius ut omnes
Contendant, omneſque trahant, pariterque trahantur,
Sintque graves omnes, quotquot ſunt, undique in omnes,
Pluſve, minuſve, velut ſunt intervalla minora,
Seu majora, in ſe repetita, ut ſæpe tibi ante

Dixi-.

cas, & intellectu difficiles expreſſiones. Claritati in primis debere operam dare eum, qui Philoſophiam docere velit, ſolidum univerſi humani generis fructum exquirendo, non vanæ gloriolæ inanem fumum captando.

1 Confirmata per Cometas gravitate in Solem ulterius progreditur, ut demonſtret, gravitatem ipſam eſſe generalem, & mutuam inter omnes particulas materiæ, ut omnes particulæ æquales æque ſe mutuo trahant in iiſdem diſtantiis, & in diverſis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, quam rationem reciprocam duplicatam intelligi vult, ubicumque de gravitate agens eam dixerit reſpondere diſtantiis, licet id ipſum aperte non exprimat per illud ſuum diſtantias in ſe repetitas, ſpatia in ſe repetita.

Diximus, & ſæpe eſt dicendum, & omittere ſi ſors
Contingat quandoque, vide, ne prorſus omittas
Percipere ipſe animo, & ſenſa hæc adjungere verbis.
Argumenta [1] probent, genus id, tibi plurima verum,
Sed longum nitidis, durumque evolvere verbis
Cuncta ſit, ipſe legam pauca, & potiora docebo.
Aſtrorum quæ forma vagantum eſt? nonne globoſa?
Nonne Cometarum pariter? prælata ſit una
At cur hæc aliis? qua ſe ratione tueri
Contra omnes queat, & nunquam decedere victa?
Nempe trahit pars una aliam, trahiturque viciſſim
Aſſimili vi, noſtra trahit qua corpora Tellus,
Tellurem qua Sol trahit, & vaga ſidera circum.
Ulla ſit an ratio, partes qua pergere molis
In latus hoc potius, quam poſſint illud? oportet
Quapropter totum tendendi in corpus oriri
Vires a junctis nimirum viribus, omnes
Queis ſingillatim in partes connititur omnis
Undique pars, quocumque loco ſita quælibet extet,
Dextrorſumve, ſiniſtrorſumve, extrave, vel intra.
Mutuus in cunctis proin niſus partibus extat.
Poſſis [2] hunc etiam cognoſcere, corpora quæque

Oppo-

1 Proferre incipit ea, quæ probent, gravitatem eſſe mutuam inter particulas omnes. Primum eſt figura globoſa aſtrorum. Ea oritur in noſtra Tellure a vi gravitatis, qua quævis particula tendit in Terram, & ex principio actionis, & reactionis æqualium, tota Terra in quamvis particulam, quemadmodum oſtendimus lib. 2 ad verſ. 359. Igitur & ibi a ſimili vi mutua oritur ejuſmodi figura, quæ nec orta fuiſſet, nec tam conſtanter conſervaretur ſine ejuſmodi vi mutua. Eſt autem ea vis ejuſdem generis, ac vis, qua in Solem gravitant Tellus, & Planetæ, ac Cometæ. Nimirum hæc gravitas dirigitur ad omnes Solis particulas, & eſt omnium particularum Terræ, aut alterius Planetæ; non unius potius, quam alterius, in unam, quam alteram. Transferatur particula Terræ in Solem, adhuc ibi in alias gravitabit, ut prius gravitabat, adeoque & reliquæ partes materiæ exiſtentis in Sole in ſe invicem gravitant, & ſic de reliquis. Hoc jam eſt quoddam validum indicium gravitatis mutuæ, & ad idem pertinentis genus virium.

2 Progreditur inde, & infert, gravitatem eſſe mutuam etiam inter Solem, & Terram, inter Solem, & Planetas Primarios, ac inter Primarios, & ſuos Secundarios: ut itidem inter Terram, & Lunam exemplo nimirum particularum globoſæ figuræ in ſe mutuo agentium vi, quæ, cum poſſit, debet ad idem virium genus referri.

Oppoſitis quod agunt æqualiter, & quod aguntur
Frontibus inter ſe; quæ corpora proinde trahuntur,
Ipſa etiam trahere, & contra, fateamur, oportet.
Mutua propterea Solem vis aſtra trahentem
Viribus oppoſitis gravitatis in aſtra viciſſim
Efficit adniti conſurgere, quæque Secunda
Saturnumve, Jovemve petunt, ſimul aſtra neceſſe eſt
A Jove, Saturnove peti, & quoque vincere victa.
Noſtraque Terra etiam, dum Lunam adducere tentat,
Atque gravem facit, in Lunam gravis ipſa feratur,
Eſt [1] opus: hoc vario tumor æquoris indicat æſtu,
Qui ſequitur Lunæ curſus, auditque moventem.
Sena [2] quoque inter ſe nituntur viribus aſtra;
Proin turbare ſuos curſus vicina videntur:
Quod noſcas, ſubter propior cum Juppiter aſtat
Saturno, comitumque agitantur utrinque cohortes.
Mutuus hic amor eſt, coeant, junctique ferantur,
Abripiat vis invitos vi major in orbem
Quemque ſuum, procul & cognato a lumine flectat.
Illis proin paulum Cæli, quas diximus ante,
Legibus a ternis decedere quemque notamus;
Quin [3] vaga cætera ab his decedere tempore longo
Aſtra

1 Gravitatem Terræ in Lunam confirmat argumento petito a maris æſtu, quo maria intumeſcunt, & verſus Lunam aſſurgunt; cujus quidem phœnomena quam accuratè reſpondeant gravitati partium omnium Terræ in Lunam, ac Solem, patebit inferius.

2 Mutuam eſſe gravitatem etiam inter Planetas primarios illud indicat, quod hic addit, Jovem, ac Saturnum, cum ad ſe invicem accedunt, turbare motus ſuos, & Satellitum ſuorum, ac illud etiam, quod in omnibus Planetis apparent aberratiunculæ quædam a tribus Keplerianis legibus, unde oritur etiam illud, quod Aſtronomicæ tabulæ, poſteaquam aliquo tempore ſatis accurate conſenſerunt cum obſervationibus, incipiant diſſentire. An non hæc omnia proveniant ab actione mutua perquam exigua illa quidem, reſpectu gravitatis in Solem, cujus moles eſt tanto major, ſed non aut penitus nulla, aut etiam effugiente omnem ſenſum.

3 Huc uſque omnia illa Naturæ phœnomena, quæ initio hujus libri præmiſerat, adhibuit pro determinatione gravitatis generalis per analyſim quandam inveſtigata, & e phœnomenis deducta. Hic jam adhibet analogiam, & ſimplicitatem Naturæ, & ejus vi, quæ inventa ſunt in tot corporibus, & corporum particulis, transfert ad omnes particulas materiæ, eas etiam, circa quas experimenta, & obſervationes immediatas non habemus,
vel

Aſtra (moventur enim paulum turbata viciſſim),
Ut Tabulæ illorum loca, tempora, mobilitates,
Et ſpatia, & curſus referentes ordine certo
Incipiant ſæclis confectæ errare vetuſtis,
Mutato Cælo haud mutatæ ſcilicet ipſæ,
Poſcere & incudi ſe reddier, & renovari,
Atque iterum ex obitu florente ætate renaſci.
Simplice nitatur porro cum pergere ſemper,
Quidquid agit Natura, via, nec in omnibus unam
Non ſpectet rebus rationem, conſimilemve;
Jam fateare, opus eſt, proprium quoque materiai
Scilicet hoc omnis munus trahere eſſe, trahique,
Cum quæ ſubjecta eſt nobis, trahat, atque trahatur,
Quo poſſunt ſenſus pertingere cumque, trahentem,
Tractam & materiem ſervantibus undique nobis.
Nonne ſat eſſe queant proin tot ſervata, videri
Cunctis corporibus gravitas ut poſſit ineſſe,
Quorum in ſe partes nitantur viribus æquis
Æquis in ſpatiis; ſed cum ſunt impare tractu
Diſtantes illæ, vires minuantur eundo
Non alio, quam quo firmatum eſt, more? videtur
Quandoquidem par eſſe, ut, quidquid poſſit ab ipſo
Munere deduci, cum tu deduxeris, atque id
Deductum porro ſervatis congruat apte,

Res

vel etiam circa quas habere non poſſumus. Id quidem jure, ex principio inductionis, cujus vim expoſuimus in ſupplementis ad lib. 1 §. 11.

Ille quidem eodem analogiæ principio addit vires ejuſmodi ſervare rationem reciprocam duplicatam diſtantiarum, quam invenimus in gravitate Planetarum Primariorum in Solem, Secundariorum in Primarios, ac Lunæ, & noſtrorum gravium in Terram. Ego ejuſmodi rationem cenſeo etiam in majoribus diſtantiis, adeoque in iis etiam caſibus non eſſe accurate talem, ſed ad eam accedere quamproximè, ita tamen, ut in minimis diſtantiis, in quibus particulæ ſibi quam proximæ in ſe invicem agunt, recedat plurimum ab ea lege, cum aliam generaliorem ſequatur, quæ ad reciprocam duplicatam diſtantiarum accedat in majoribus tantummodo diſtantiis, quam ſententiam & Noſter exponet pluribus tomo quarto. Verum id nihil turbat ea omnia, quæ in hoc tomo pertractabuntur, & quæ pertinet ad vires agentes in ejuſmodi diſtantia, in qua illa lex quadrati diſtantiæ reciprocè ſumpti ſervatur quam proxime.

Poſteaquam ad legem gravitatis generalis evaſit per analyſim cum Nevvtono, jam ea aſſumpta, ut

per

Res quoque, quæ nequeant ſervarier, eſſe rearis
Conſimiles aliis, deductas utpote eadem
Duntaxat ratione; ſuper quia nulla profecto eſt
Præterea ratio, atque aditu præcludimur omni.
Tanti proinde Viri veſtigia fixa premendum eſt,
Ire, redire vias Naturæ ſimplice filo
Qui novit, textumque hoc grande retexuit omnes
Scrutatus vires, ſua nec veſtigia flectens
Uſquam alio, quam quo detectæ denique ducunt
Vires, ipſa viget per quas fœcunda, novando
Incubat & fœtu Natura, auctumque miniſtrat.
Sic etiam invento capiuntur ſæpe cubili
Per nemus hirſuta teneri cum matre catelli.
Quare age, materia cum mutua conſtet in omni
Undique vis, quid jam fieri tum debeat, & quæ
Plurima ſint exinde orientia munera, noſce.
Principio [1] punctum ſi conducatur in unum
Moles materiæ quævis, pariterque receptet
Alterum item in punctum ſe corporis altera moles,
Aſt impar, quacumque velis ratione, priori;
Illa prior rapietur in hanc, rapietur in illam
Hæc quoque; viſque, prior qua nititur, eſt opus æqua
Alterius ſit vi nitentis, nam manifeſtum eſt
Æqualem vim vi, cum ſeſe mutua raptant.

per ſyntheſim delabatur itidem cum Newtono, & ad illa, unde ipſam derivaverat, & ad alia, quæ prius non innotuerant, proponit hic inveſtigandum, quid ex eo virium principio conſequatur.

1 Primo quidem deducit illud: ſi binæ maſſæ utcumq; inæquales concipiantur per compenetrationem reductæ ad bina puncta, ſingulæ ad ſingula; tota vis, qua tota maſſa prior tendet in totam ſecundam, erit quidem æqualis toti vi, qua tota ſecunda tendet in totam primam; cum nimirum, ſi concipiantur omnia binaria, quæ poſſunt conſtituere ſingulæ particulæ maſſæ alterius, cum ſingulis alterius, eæ vires componantur ex æquali numero binariorum virium æqualium, quæ in binas quaſque æquales particulas æque agunt: ſed vis, qua quævis particula primæ maſſæ urgebitur in totam ſecundam non erit æqualis vi, qua quævis particula maſſæ ſecundæ urgebitur in totam primam, ſed major, vel minor in ea ipſa ratione, in qua e contrario numerus particularum maſſæ ſecundæ eſt itidem major, vel minor, quam numerus maſſæ primæ. Nam illa quidem componitur e tot viribus æqualibus, quot ſunt particulæ maſſæ ſecundæ, hæc a tot viribus, quot ſunt particulæ maſſæ primæ. Erit igitur vis puncti cujuſvis maſſæ tendentis in aliam maſſam pari diſtantia, ut maſſa, in quam tenditur, non ut maſſa, quæ tendit.

Singula ſed quæ vis punctum unumquodque prioris
Materiæ raperet, ſic puncta & in altera ferret,
Par foret haud illi contra vi, quodlibet iret
Qua punctum alterius ſtipata ad puncta prioris,
Sed tanto major, quanto puncta altera plura.
Vis, in congerie quapropter quodlibet una
Qua rapitur punctum, debet pendere trahentis
Punctorum a numero; numerus nihil hic ſuus addit
Punctorum; properat quoniam unumquodque ſua vi.
Et [1] quia mobilitas oritur vi, non ea certe
Materiæ raptæ reſpondet, ſed rapienti.
Sic ſuperà æquali lapſu celerare probatum eſt
Scilicet in terram parva, atque ingentia eandem
Pondera. Quapropter gemina ratione neceſſe eſt
Mutari vim poſſe, hæret quæ in corpore tracto,
Mutato aut numero punctorum nempe trahentum
(Quo creſcet creſcente, minutoque imminuetur),
Interceptorum mutato ſive locorum,
Quo diſtant, ſpatio, veluti jam diximus ante.
Sic ab inæquali gemino ſi corpore moles
Una trahatur (at intervallum utrinque ſit æquum)
In majus major tendet vis, dupla, quaterna,
Denave, vel centena; illud duplove, quaternove,
Aut ſi ſit deno, aut centeno corpore demum.
Sin [2] tum ſint ſpatia imparia, imminuetur ibidem

Pro

1 A vi puncti cujuſvis maſſæ tendentis tranſit ad celeritatem genitam in ipſa maſſa. Celeritas genita in quovis puncto erit proportionalis vi ipſum urgenti. Sed celeritas totius maſſæ dicitur ea ipſa, quam habet quodvis ejus punctum. Igitur & maſſæ tendentis totius celeritas erit, paribus diſtantiis, proportionalis maſſæ, in quam ea tendit, quin ejuſmodi determinatio ullo modo reſpiciat maſſam ipſam tendentem.

Hinc autem oportebit diſtinguere in maſſa quavis tendente duplex virium genus, vim motricem, quæ in noſtris terreſtribus gravibus eſt idem, ac pondus, & ea eſt proportionalis, pari diſtantia, tam maſſæ, quæ tendit, quam maſſæ, in quam tenditur; ac vim acceleratricem, quam plerumque intelligimus ſolo nomine vis gravitatis, & ea paribus diſtantiis eſt proportionalis ſoli maſſæ, in quam tenditur, quin ad ejuſmodi determinationem pertineat ullo pacto maſſa, quæ tendit.

2 Addit, quid accidat, ubi diſtantiæ ſint inæquales; nimirum ſunt vires præterea in ratione reciproca duplicata diſtantiarum. Gravitet punctum in unam maſſam, & aliud in aliam quadruplo, ſeu

cen-

Pro ſpatiis in ſe repetitis ; quæque quaterna ,
Aut centena foret vis , unum cum removetur
Seu bis , ſeu decies corpus , ſit non niſi ſimplex ,
Exæquatque alii ſeſe , atque hinc plurima tute
Ire per exempla , & vim quamque putare valebis .
  Si [1] vero non ſint , ut finximus , utraque nuper
Corpora denſata , & geminum facientia punctum ,
Revera ut non eſſe videmus , nec queat eſſe ;
Majus opus , majorque labos , ars major ibidem eſt
Quærere vim , in molem qua moles altera tendit .
Eſſet opus primo vim quærere , quodque prioris
Qua punctum in molem rapitur , celeratque ſecundam ,
Viribus e totidem conſtantem , compoſitamque
Nimirum , ſunt alterius quot ſingula puncta ;
Colligere hinc primæ vim totam , viribus omnium
Unà a punctorum conjunctis exorituram ,
Quæ quia ſeſe inter vicinos puncta , valenteſque
Ob raptus corpus coaleſcunt omnia in unum ,
Mutuum ob auxilium præſenſque ut conficit urbem
Unam conjunctus populus , debere fatendum eſt
Unum hærere alii , dum pellitur , & ſimul una
Omnia mobilitate moveri , quæque minorem ,
Majoremque inter media eſt : nam quodlibet unum
Non æque punctum a punctis raptantibus extra
Cum diſtet , non æquam itidem vim percipit illinc ;

centuplo majorem , ſed poſitam in dupla , vel decupla diſtantia : eorum gravitates erunt æquales : nam ſecunda gravitas ratione maſſæ deberet eſſe quadruplo , vel centuplo major , & ratione diſtantiæ itidem quadruplo , vel centuplo minor , adeoque vires ejuſmodi æquales remanent . Facile eſt alia ejus generis exempla ſibi deligere, quot libuerit .

1 Hæc , quæ dicta ſunt , pertinent ad maſſas , quæ concipiantur compenetratæ ſingulæ in ſingulis punctis : quod ſi particulæ aliæ extra alias poſitæ ſint , ut debent eſſe , & aliquam molem conſtituant , res eſt multo operoſior . Oportet determinare ſummam virium , quibus quodvis punctum maſſæ tendentis tendit in omnia puncta maſſæ alterius , habita etiam ratione directionum diverſarum , quæ ad eandem quandam communem reduci debent : tum colligere ſummam virium , quas habent ſingula puncta maſſæ tendentis conſtantes ex prioribus illis ſummis , facta hic etiam reductione ad medi-am directionem communem : nam ob nexum punctorum eam maſſam conſtituentium oritur in ea velocitas reſpondens ejuſmodi vi mediæ collectæ ex ſummarum ſumma ,

Cumque plagæ varient etiam, in quas quodque agitatur,
Conſit diverſis regio regionibus una
In medio, qua puncta ſimul connexa ferantur.
Verum [1] has ad vires generatim perſpiciendas,
Et, quæ ſint, omnes cenſendas cominus ire
Difficile eſt pluſquam poſſint contendere Muſæ,
Celſior exſurgit Permeſſi vertice mons hic,
Et longe diviſus, & invius extat ab illo:
Difficile eſt etiam hunc jam prima ab origine fontem
In varios huc, atque illuc deducere rivos:
Accedam ſed jam ad deductos, ac per apertum
Aggere dimoto veluti telluris euntes,
Quos & trajicere, & vada pertentare queamus,
Et quemque a proprio metiri, & noſcere fundo.
Intra [2] ſi cruſtam quavis de parte globoſam
Punctum ubicumque loces unum, quod lege trahatur
Jam tibi ſuppoſita, immotum perſtabit ibidem,
Sentiet & vires, nec victum viribus ibit,
Librantur quoniam oppoſitæ, officiuntque viciſſim.
Hoc [3] fit item, primam coni ſi cruſta figuram
Proſciſſi referat, ſimilem utraque, ſcilicet intra
Et quæ clauſa latet, quæque extra inflectitur, atque
Inter ſe quibus eſt punctum commune relatis
In medio; interno ſiquidem vicinius uni

Tum

1 Jure affirmat hanc perquiſitionem eſſe maximè arduam, & Muſis penitus inacceſſam; adeoque pollicetur tantummodo, ſe enunciaturum quædam jam ab aliis inventa, & demonſtrata. Generales methodos cum aliquot præcipuorum theorematum deductione proferemus in ſupplementis.

2 Primo loco profert theorema hujuſmodi. Si punctum materiæ locetur intra cruſtam ſphæricam, ſive orbem ſphæricum terminatum binis ſuperficiebus ſphæricis concentricis; id punctum ibi nullam vim ſentit, viribus oppoſitis ſe mutuo deſtruentibus hinc, & inde. Id theorema, ut & ſequentia, quæ hìc profert, a Newtono demonſtratum fuit non pro orbe tantummodo, ſed etiam pro ſimplici ſuperficie ſphærica.

3 Idem affirmat etiam in orbe elliptico accidere, clauſo nimirum binis ellipticis ſuperficiebus concentricis ſimilibus, & ſimiliter poſitis. Innuit & rationem; quod nimirum ſi punctum illud accedat ad alteram orbis partem magis, quam ad alteram, quanto plus vivida ſit vis punctorum propiorum trahentium in unam plagam, quam punctorum trahentium in oppoſitam, tanto itidem accuratè minor ſit horum numerus, quam illorum. Inde autem deducit illud; punctum in ſpatio

vacuo

Tum lateri atque axi ſtatuas ſi ductile punctum ,
Parte venit propiore vigor mage vividus urgens ,
Languidior parte ex alia , at numeroſior inſtat ,
Materiæ magis eſt tantundem namque trahentis ;
Utraque proin momenta æquo conamine pollent ,
Nec ſtatione ſua poſſunt deducere punctum ,
Ejus nec poſſunt motum turbare receptum
Fors alia a cauſa , nec demere , & addere quidquam ,
Quin ratione una peragatur , qua fuit ortus .
Obſtabunt [1] tamen his , ſi non hæc cruſta ſit æque
Circum denſa ; at eam ſi veſtiat altera cruſtam
Extra , aut interius diverſa , atque altera porro
Cortice diſſimili , & condenſo pluſve , minuſve
Obtegat ; ille ſtatus puncti haud mutabitur , ut ſi
Una ſinu quævis ex illis claudat inani :
Propterea neque erit , queat ut mutarier una
In cruſta , quæ , qua craſſa eſt , hoc ordine eodem ,
Quo multæ a medio , fiat mage denſa , minuſque .
Extra [2] materiæ faciem nunc pone rotundæ
Punctum , raptus erit mediam illius in regionem ,
Acſi materies denſata ibi tota coiſſet ,
Directus ; quanquam ſunt puncta trahentia multa
Materiæ hanc citra regionem , proin magis ad ſe
Adducentia , & ultra itidem ſunt plura locata ,

vacuo conſtitutum intra ejuſmodi orbes debere perſeverare in ſtatu quietis , vel motus uniformis in directum , in quo forte ſit poſitum ab alia cauſa quacumque , tanquam ſi ille orbis non adeſſet .

1 Hic monet illud , hujuſmodi æquilibrium turbari , ſi materia intra eum orbem conſtituta non ſit ubique denſitatis ejuſdem , quod quidem patet ; ſi enim æqualis denſitas æquilibrium inducit , inæqualis jam ipſum tollit . At ſi alii , atque alii ſint orbes ejuſmodi incluſi orbibus , & denſitas ſit quidem eadem in orbe quovis , ſed in diverſis orbibus utcumque diverſa ; adhuc æquilibrium idem fore ; quod itidem patet ; ſi enim ſinguli orbes nullam inducunt vim , nec omnes ſimul ullam vim poſſunt inducere , cum nihilorum ſumma quævis ſit nihilum .

2 Conſiderat jam hic punctum poſitum extra ſuperficiem ſphæricam . Affirmat autem , id punctum debere attrahi ab omnibus ſimul eadem prorſus vi , qua attraheretur , ſi omnia ſuperficiei attrahentis puncta eſſent compenetrata in centro ſphæræ . Propiora quidem trahunt magis , quam ſi ibi eſſent , remotiora minus ; quæ ſunt ad latera , trahunt oblique directione reducenda ad mediam ; ſed habita ratione eorum omnium , geometricè

Proptereaque minus rapientia; quæque jacebunt
Hinc illinc puncta, obliqua ratione movebunt,
Proin vis conſpirat partim, & partim perit ipſa.
His e principiis ſi ſummam educere motùs
Jam cupies omnem, noſces vim prorſus eandem
Eſſe, acſi media facies regione coiret;
Proin huc extrorſum punctum contendat, oportet.
Fiet idem, ſolidus ſi ſit globus, & varianti
Natura, ut libeat, repletus materiai,
Tractibus e medio tamen ut denſetur in æquis
Æque, nec ſpatio varietur, ni variato.
Rebus [1] ab his facili poſſis cognoſcere niſu,
Si duo ſeſe orbes, ſolida vel mole viciſſim
Hinc, atque inde globi raptent, ut quodlibet unum
Unius punctum nitatur quodlibet unum
Ad punctum alterius, queis dixi legibus ante;
Non agere hanc aliter gravitatem mutuam utrinque,
Quam ſi utrinque ſuam conducere ſe regionem
In mediam fingas ea corpora, nec niſi bina
Ut perſtent totas vires ſervantia puncta.
Legem igitur, duo quam ſeſe inter puncta trahendi
Servant, materiæ vel magna a mole neceſſe eſt
Servari, in geminos ea ſi conflata ſit orbes,
Pro ſpatio, ut dico, media a regione utriuſque.
Propterea vaſti palantia ſidera Cæli

Cum

tricè demonſtratur ita omnia compenſari, ut exſurgat eadem vis, quæ haberetur punctis omnibus in centro ſphæræ conſtitutis.

Hinc autem conſequitur illud, quod ſubdit, ſi globus conſtet materia, quæ circumquaque in eadem a centro diſtantia eandem habeat denſitatem, utcumque eandem mutet in progreſſu a centro ad ſuperficiem; adhuc tamen punctum poſitum extra ipſum debere attrahi, uti attraheretur, ſi ea omnis materia eſſet collecta, & compenetrata in centro ſphæræ.

1 Illud ſtatim infert, quod inde facile colligitur, nimirum ſi duo globi adſint, quorum puncta ſe mutuo trahant in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, ac in pari a centro diſtantia circumquaque habeant ſingula eandem denſitatem quamvis, etiam alterum globum ab altero debere trahi ita, ut traheretur, ſi omnis materia in ſuo utriuſque centro compenetrata coiret; adeoque in hac gravitatis lege globi integri ingentes eandem ſervant legem, quam particulæ minimæ, ſive ſingula puncta, nimirum itidem reciprocam duplicatam diſtantiarum. Quamobrem cum aſtra ſint formæ ad ſenſum globoſæ; vim ipſorum mutuam debere eandem pariter legem ſequi.

Cum ſint, ut ſenſu deprendis, fronte rotunda,
Horum hac ſi partes raptentur lege, viciſſim
Hac ipſa debere trahi quoque tota fatendum eſt.
Hoc [1] aliis in mille, velis quas fingere cumque,
Materiæ fieri non poſſit legibus; ergo
Scrutantes quidam; quid Mundi illexerit ipſum
Artificem, legem ut voluiſſet materiai
Ponere, quam doceo; multis rationibus addunt
Hanc etiam, totis communem ſcilicet iſtam
Corporibus legem, queiſcumque & partibus eſſe
Illorum exiguis, &, quo libet, uſque minutis.
  Præterea [2] duo puncta globorum fulta duorum
Frontibus externis ſi ſuſtineantur (ut ipſi
Materia ſimili, non æqua mole ſed extent),
Quantum diſtabit media a regione pilai
Quodque ſuæ, tanta vi connitetur in ipſam;
Et quamvis tum forte globo includatur in uno
Tantùm materiæ, quanta conflare minores
Hos alios octo poſſes; non major ibidem
Tanto vis erit ipſa, at duplo ſcilicet; illud
Ut duplo a media punctum regione receſſit
Plus quam aliud. Ratio eſt horum manifeſta profecto;
Namque rotunda trahunt duo ſic ea corpora, punctum
Quodque ſuum, veluti traherent, utriuſque coacta

 Un-

1 Hìc innuit illud, quod Maupertuiſius protulit ad finales cauſas pertinens; nimirum cum hoc ſoli conveniat rationi reciprocæ duplicatæ diſtantiarum inter infinita numero legum aliarum genera, idcirco hanc legem perfectiſſimam eſſe, & ab Auctore Naturæ debuiſſe aliis anteponi.

Id quidem Noſter commemorat tantummodo, nec probat, nec reprobat. Ego quidem nec video, cur debeat cenſeri omnium perfectiſſima ea lex, in qua globi eandem habeant legem virium, quam puncta, cum nec ea mihi quidem videatur ingens perfectio per ſeſe, & eo ipſo, quod habeatur in globis, haberi in reliquis figuris non poſſit; nec arbitror idcirco eam eligi debuiſſe, aut electam eſſe, cum non niſi in globis continuis perfectis, & pari a centro diſtantia homogeneis habeatur, globi autem ejuſmodi in Natura nulli ſint etiam in communi ſententia de continua extenſione materiæ. Et quidem in mea theoria hæc ipſa lex decreſcendi in ratione reciproca duplicata diſtantiarum nuſquam accuratè obſervatur, ſed in magnis diſtantiis ad eam acceditur tantummodo quam proxime, in minimis ab eadem in immenſum receditur.

2 Inde illud deducit, ſi duo puncta collocentur in ſuperficiebus bino-

rum

Undique ſi medias introceſſiſſet in oras
Materies; ſed tum majoris quælibet æqua
Particula e medio vis quarta parte vigeret
Tantùm, nam ſpatii diſtaret duplice tractu.
Quare ſi major quater eſſet particularum
Iſtarum numerus, vis tum foret æqua; neceſſe eſt
Ergo ut ſit duplex, ſi bis quater iſte ſit auctus.
Hoc [1], licet, extendas generatim ad corpora quæque
Aſſimilis formæ, & naturæ, ad dura metalla,
Aut lapides geminos in quadrum, pyramidiſque
In ſpeciem ſectos, vel coni, aut forte cylindri,
Vel rhombi, alterius cujuſvis ſive figuræ,
Excurrat quæ in planities quotcumque; locabis
Bino, quodque ſuo, genus id, nam corpore ſupra
Si duo puncta ſitùs parili ratione, trahetur
Quodque ſuo tanta vi, reſpondentibus oris
Metiri quantam, lateriſque excurſibus ipſis,
Cui ſitus aſſimilis proprio ſit corpore, poſſis.
Quandoquidem ſimiles ſi in partes quodque ſecetur
Corpus, & æquali numero, quocumque libebit,
Quæ-

rum globorum homogeneorum alterum in altera, vires non fore ut maſſas, ſed ut diametros; ſeu radios globorum ipſorum; ut nimirum ſi altera diameter ſit dupla alterius, licet ille contineat octuplo plus materiæ, quam hic; adhuc tamen vis in illum non octuplo, ſed duplo ſit major. Nam ſi utriuſque materia coiret in centro, remanente puncto gravitante, ubi prius erat ſuperficies; diſtantia a primo centro erit duplo major, quam a ſecundo, adeoque erit quidem vis ratione maſſæ octuplo major, ſed ratione diſtantiæ quadruplo minor, & proinde compoſitis rationibus major duplo tantummodo. Vis generaliter erit ratione maſſæ directè ut cubus radii, ratione diſtantiæ, quæ æquatur radio, reciproce ut quadratum radii, adeoque ſimul ut radius.

1 Extendit hìc idem theorema generaliter ad omnes figuras ſimiles ſolidas, in quarum ſuperficie ſi capiantur bina puncta homologa, ſive, quæ ſibi reſpondeant æque ad ipſas figuras relata, & in iis collocentur bina puncta attracta hac lege, erunt vires in ſingula ejuſmodi ſolida, non ut maſſæ, quæ ſunt in triplicata ratione laterum homologorum, ſed ut latera ipſa tantummodo. Nam ſi utrumque ſolidum dividatur in eundem numerum particularum perquam exiguarum ſimilium, & ſimiliter poſitarum; erit quidem in ſingulis maſſa, ut ſunt tota ſolida, ſive in ratione triplicata laterum homologorum; erit autem diſtantia ab ipſis in ratione ſimplici eorundem, ut ex ipſa ſimilitudine patet; adeoque ratio compoſita ex directa ſimplici maſſarum, & reciproca duplicata diſtantiarum, erit

Quævis materiem comprendet pars ea tantam,
Excurrens quantam referet latus, ante quod in ſe
Tu repetas ſemel, atque iterum, at diſtabit, ut ipſe eſt
Excurſus lateris; proin punctum quodque trahetur
Vi, quæ materiem reſpectet corporis omnem,
Nempe bis in ſeſe repetito pro latere, atque
Vi ſimul, inverſo repetitum quam ſemel illud
Ordine deſignet; quæ vis facit utraque juncta
Vim, lateri quæ, ſicut id eſt, reſpondeat ipſi.
Propterea binis ſimili ſuper axe figuris
Converſis, quæ ſint primo de ſegmine coni,
Seque inter ſimiles, ſi fiant corpora bina
Haud minus inter ſe ſimili conſtantia forma,
Atque utroque ſuper duo ſi regione locentur
Puncta itidem ſimili; pariter nitetur utrumque
Ovi quodque ſui in medium, niſumque valebis
Quemque ſuis ſpatiis medio ipſo æquare relatis.
Jam [1] facile agnoſcas, cur non grave corpus, ab alto
Vertice ſi turris demittitur, ilicet ejus
Murorum ad moles vicinas, atque trahentes,

Sed

erit compoſita ex triplicata directa, & duplicata reciproca laterum homologorum, adeoque erit ratio ſimplex eorundem. Vis autem in tota, quæ componitur ex iis viribus agentibus ſecundum directiones prorſus homologas, & in eadem ratione, in eadem itidem ratione eſſe debet.

Addit autem idcirco, ſi fiant duæ ſphæroides ellipticæ ex converſione circa proprios axes homologos binarum Ellipſium ſimilium, & collocentur puncta gravitantia in punctis homologis ſuperficierum earundem ſphæroidum, fore vires compoſitas, quibus tendent ad medium, in ratione directa ſimplici diſtantiarum a centro; cum nimirum eæ ſphæroides debeant eſſe ſolida ſimilia, & diſtantiæ punctorum homologorum a centro ſint latera homologa. Porro id habebit uſum ad eruendum aliud theorema ſatis egregium, quod paullo inferius occurret.

1 Interea hic ope ſuperiorum theorematum diſſolvit illud, quod ab imperitis hominibus contra Newtonianam gravitatem generalem objici ſolet, quod eam vim non experiamur in lapidibus decidentibus, qui nimirum non attrahuntur in murum, dum decidunt ſecus ipſum, nec corpora alia in ſuperficie Terræ collocata videamus ad alia tendere, flecti verſus illa, vel coire in cumulum, & acervum.

Nimirum ſi paries trahat lapidem vi tanta, quanta traheret globus craſſus paſſus octo ſive pedes 40, cujuſmodi vim parietes communes utique non exercent; adhuc, poſito, quod is globus eandem mediam denſitatem habeat, quam Terra, vis ejuſmodi eſſet millies mil-

le-

Sed rectà ad Terram, quaſi nil detorqueat, imam
Deproperet; quoniam ſi raptus tantus ineſſet
Parjetibus, quantus, bis paſſus craſſa quaternos
Quem generet pila, Terrai pila tota trahentis
Exæquet decies centenos mille neceſſe eſt.
De genere hoc raptus, centenis mille quod ipſa
Craſſior eſt Tellus jam partibus, utpote mille
Bis quater enumerat quæ millia, nempe profundæ,
Si ſpectes, quantus ſeſe diffundat hiatus.
Proinde etiam magnæ rupes, avulſaque ſaxa
Horribili ſonitu labuntur montibus altis
Interdum; retinere fugam, & conſiſtere dorſo
Devexo nequeunt, licet ipſo a monte trahantur,
At quanto magis a Terra? Super æquore lævi
Magnum ſi magneta loces, multoque minores
Diſpergas circum, ferri globus iret in illum
Exiguus, paulumque licet torqueret eundo
Rectum iter, in latera hinc illinc deductus; at illa
Fragmina ſi longe ſint tenuia, non niſi rectum
Ferri iter aſpicias grandem ad magneta, neque huc atque
Illuc errores oculis deprendere poſſis.
Hinc videas, ratio multorum quam ſit inanis,
Falſaque, queis noſtræ gravitatis mutuus ille

Diſpli-

decuplo minor, quam vis, qua gravia in Tellurem tendunt, habentem nimirum circiter octo millia millium paſſuum craſſitudinis. Vis igitur ejuſmodi reſpectu gravitatis in Terram eſt ita tenuis, ut fere omnem ſenſum effugiat, & gravia, cum deſcendunt, fere nihil ad ſenſum deflectant iter ſuum ob ejuſmodi vim.

Diximus autem *fere nihil*, quod & Noſter expreſſit per illud *quaſi nil*; nam deflectitur nonnihil. Et quidem quid ejuſmodi inclinatio præſtet in quibuſdam caſibus, ubi majores agant moles, ut montium, videbimus infra, ac multo uberius in ſupplementis in hunc locum, ut & quo pacto perquiſitiones Aſtronomicas, & Geographicas nonnullas id ipſum perturbet, & quo pacto ejus ope erui poſſit media denſitas Telluris totius, ſive ipſius hujuſce noſtri globi vera haberi maſſa.

Rem autem Noſter illuſtrat aptiſſimo ſanè exemplo. Sit in plano horizontali ingens magnes, tum per quam exigua quædam magnetum fruſtula hac illac temere diſperſa. Ferri globulus ſibi relictus, licet non ſolum ab ingenti magnete trahatur, ſed etiam ab exiguis fruſtulis; tamen ita tendet in illum, & ad illum abibit tramite ita recto, ut deviatio ſenſus omnes effugiat. Innuit & aliud exemplum luminis Solaris, cujus vi amittimus ſenſum omnem luminis adeo tenuioris, quod ſtellæ etiam interdiu emittunt.

Diſplicuit raptus, nequeant labentia turre
Corpora quod ſubito a muris detorta videre,
Raptaque, & evulſas rupes a montibus altis
Non cadere, in diram & ſemper pendere ruinam,
Vertice deducto nec læta arbuſta, nec herbas
Flectier ad vicina trahentum ſtructa domorum,
Plurima nec molem paulatim pergere in unam
Undique ſaxa, lyræ nec priſca exempla novari,
Quando Amphioniæ cœperunt ſurgere Tebæ.
Inter ſaxa quidem, glebaſque, herbaſque virentes
Mutua vis hæc eſt, & ligna, & dura metalla;
Tellus tota tamen longe, longeque trahendo
Prævalet, abſorbetque leves has undique vires
Ingens, atque illos conatus præpedit omnes,
Ut Sol, cum radios Cælo jaculatur ab alto,
Non extincta licet ſtellarum lumina velat.
Si [1] fieri hoc poſſet, qua ſeſe Terra tumeſcens
Flectit, uti facies pluſquam de marmore lævis,
Perque polita foret, quam nec circumdaret aer,
Aut ullus liquor, unde queant obſtacula naſci;
Tum, ſuper imponas ſi ſaxea qualiacumque
Bina, vel alterius cujuſvis materiai
Pondera, contendent ad ſeſe rapta viciſſim
Illa quidem, lente tamen, ut vix tempore longo
Perciperes motum; cum multo debeat eſſe
Mobilitas minor hæc, ſi ſit cum mobilitate,

Qua

1 Ut oſtendat nihil poſſe concludi contra gravitatem mutuam ex eo, quod gravia circumterreſtria ad ſe invicem non accedant, nec coeant in cumulum, conſiderat, quid accideret, ſi ſuperficies Terræ eſſet prorſus horizontalis alicubi, & perfectè lævis. Duo globi itidem perfectè læves huic ſuperficiei impoſiti deberent illi quidem ſecluſa omni reſiſtentia aeris ob mutuam vim ad ſe invicem accedere, at celeritate ita minore, quam ſit celeritas gravium decidentium in Terram, uti eſt vis illa minor, quam ſit vis gravitatis tota; nimirum celeritate ita exigua, ut longum tempus deberet requiri ad hoc, ut is motus ſub ſenſus caderet. Accedat jam inæqualitas ſuperficiei, & aſperitas, accedat reſiſtentia aeris; & omnis effectus ejuſmodi vis eliſæ evaneſcet. Ineptus ſane ſit, qui inde cenſeat impugnari poſſe gravitatem mutuam generalem, ut eſſet is, qui muſcam non eſſe gravem in Terram cenſeret idcirco, quod craſſum & bene tenſum funem, nihil ad ſenſum videret deprimi ipſa ad eum muſca advolante.

Qua grave deſcendit corpus, collata, minus ſint
Nimirum quam craſſa ea pondera, ſi referantur
Ad Terræ totum, qua ſit craſſiſſimus, orbem.
Nunc paulum immuta faciem hanc, aut adjice quiddam
Aſperitatis, & obſtantes circum aeris auras
Funde leves, tenuis vis protinus illa, neceſſe eſt,
Ullos elliciat ne motus, impediatur.
Nunc quam deſipere eſt, quia non deprendere ſenſu
Poſſis, quod ſenſu certe haud deprendere debes,
Omnis materiæ raptus ſi mutuus extat,
Omnino in rebus jam raptum hunc eſſe negare!
At neque qui triviis nutritus, vel pecus inter,
Ingenium qui pingue gerit, puerique biluſtres
Si videant muſcam diſtenſo inſiſtere funi
A latere, aut ramum ſuper obreptare tenacem,
Nec flecti funem, tenui nec corpore ramum
Intremere, idcirco credant gravitate carentem
Eſſe feram, nullumque in parva pondus ineſſe.
  Indicium [1], genus hoc, at raptùs forſan habere
Poſſis, conſtituas vicinum ſi prope montem
Latum, atque educto penetrantem nubila dorſo,
Pondera ſeu virga, ſeu longo pendula filo;
Debebunt quoniam deduci ea pondera magnum

Pro-

1 Hujus deviationis, quam habet gravitas in Tellurem totam a gravitate in corpora impoſita ejus ſuperficiei, indicium haberi poſſe, affirmat, in deviatione pendulorum verſus montem aliquem ingentem, pro ratione maſſæ ipſius ad maſſam Telluris, & tanto majoris viciniæ. Si ſit mons, cujus vis æquivaleat vi ſphæræ homogeneæ Telluri habentis diametrum duorum circiter milliariorum; deflectetur pendulum circiter per unum minutum primum, quæ nimirum eſt pars gradus ſexageſima; quod quidem in ſupplementis admodum facile demonſtrabitur.

At illud hic addit, rem eſſe admodum difficilem, ejuſmodi deviationem cognoſcere. Eſſet quidem ſine deviatione ipſa directio penduli perpendicularis ſuperficiei terreſtri cuidam regulari, adeoque ſatis eſſet obſervare, quantum ab hac poſitione perpendiculari deflectat pendulum. At ſuperficies Terræ eſt ita aſpera, ut ejus ductum regularem immediate determinare non liceat intra limites tam arctos, quam eſt tenuis deviatio. Sed nec licet ibi, ubi habetur pendulum, adhibere aquæ ſtagnantis ſuperficiem, quæ ad plani horizontalis determinationem adhiberi ſolet; nam ea ſuperficies debet eſſe perpendicularis ipſi directioni gravitatis deviantis, & ob eandem rationem nec archipendulo uti licet, in quo nimirum per ipſam directionem gravitatis deviantis res peragitur.

Protinus in montem, quantum ejus nempe repoſcit
Moles uſque trahens, Terræ collata trahenti.
Siqua tibi moles montis vi polleat æqua,
Ac globus, interius qui qua eſt latiſſimus, ad bis
Excurrat paſſus mille; id deflectere pondus
Debeat in montem prope tanta parte, ſit ipſa
Ut decies pars ſexta gradùs: at qua minus ampli
Sunt montes, qua ſunt valles, qua denſior extat
Interius Tellus, & rarior, inque vacantes
Structa ſpecus, flexus ſuſpenſi ponderis illi
Tam parvi eſſe queant, ut non deprendere poſſis.
Præterea non jam qualis foret, undique lævis,
Terrai poſitus, quique aſperitate careret,
Noſcimus, ut varios deflexus inde petamus.
Scilicet haud aliter, niſi ſtratæ marmore lymphæ
Nos Terræ poſitum finimus; ſternitur unda
Aſt ob eam tantùm rationem, pondera deorſum
Qua ſeſe directa ferunt; hinc ipſa nitentem
Mutet planitiem, ſi pondera pendula notis
Deflectant cauſis, &, quo ſit cumque locorum,
Scilicet excipiat labentia corpora rectà.
  Præſertim [1] at magnos, quos quærimus, inveniendi
Deflexus ratio conſtat non invia nobis.

Diri-

1 Addit tamen methodum, qua cognoſci poſſit, & determinari deviatio orta ab actione montis. In majore diſtantia ab aliquo ingenti monte adhibito inſtrumento aſtronomico, ut ingenti quadrante, vel ſectore, obſervetur diſtantia cujuſpiam ſtellæ fixæ a zenith, dum appellit ad meridianum: tum accedendo ad ipſum montem in directione meridiani fiat altera ejuſmodi obſervatio, & præterea diligenter obſervetur diſtantia duorum locorum, in quibus obſervatio inſtituta eſt. Cum innoteſcat ſaltem proximè figura Telluris, innoteſcet quantam curvaturam, ſive quantam diſtantiam binorum zenith requirat in arcu meridiani terreſtris ea diſtantia; nimirum ſingula ſecunda meridiani cæleſtis reſpondent proximè 16 hexapedis. Si differentia binarum diſtantiarum ejuſdem Fixæ a zenith fuerit major, quam debeatur illi diſtantiæ inter duo obſervationum habitarum loca, exceſſus poterit tribui exceſſui actionis montis ipſius in vicinia, ſupra actionem in loco remotiore, ſive toti actioni montis, ſi diſtantia hujus loci remotioris fuerit ſatis magna; nam in diſtantiis aliquanto majoribus actio montis fere penitus evaneſcit.

Duo hìc notanda cenſeo 1. quidem ſi obſervationes illæ binæ fiant hinc, & inde a monte, methodum fore multo aptiorem; habebitur ſumma

Dirige, cum longe te monte removeris alto,
Uſibus his aptum quod feceris, inſtrumentum
In quodvis, medio cum Cæli eſt culmine, ſidus,
Atque ita, tranſierit qua filum pondere tenſum
Parte inſtrumenti, catus inſpice, quos & in illo,
Ut dixere, gradus ſignarit; deinde nec oras
Prorſus ad occiduas flectens, nec prorſus eoas,
Sed medio pergens, cum monti acceſſeris illi,
Sidus idem tranſlata per inſtrumenta notato,
Quique gradus, Cælo cum ſeſe evexerit alto,
Signati filo ſint a pendente: videbis
Filum ibi, produci ſurſum quod concipis, an ſe
Dirigat id Cæli ad punctum, quod diſtet ab illo,
In quod erat prima producier a ſtatione
Filum itidem viſum, quantum mutata locorum
Hæc Terræ ſpatia expoſcunt; nam cognita moles
Cum Terræ circum, & pars orbis cognita magni
Eſſe queat nobis, ſtationi interſita binæ,
Cognoſces itidem, quo ſcilicet intervallo
Diſtare inter ſe par ſit cæleſtia puncta,
Impendere locis quæ rectà cernimus illis.
Mutatus fili poſitus tum denique ſi plus
Ille tibi ſit, quam quantum debere repertum eſt
Mutari, credas iſtud diſcrimen oriri
A montis, flectunt quo paulum pondera, raptu.
Illos [1] nempe Viros hac uſos novimus arte,

Quos

ſumma actionum in partes oppoſitas: 2. poſſe turbari methodum ab aliis irregularitatibus, quæ habeantur in textu partium Terræ proximarum ſuperficiei infra ipſam. Sic ſi ex parte oppoſita ſit prope primam ſtationem ingens aliquod vacuum, ut hiatus quidam, poterit & ibi pendulum ad partem oppoſitam hiatui flecti verſus montem, & elidi omnis differentia; ac aliquid ejuſmodi poteſt rem turbare etiam in caſu, quo obſervationes fiant hinc, & inde ab ipſo monte. Id quidem accideret, ſi mons non ſit plenus materia, ſed vacuus, ortus ex. gr. ex pura elevatione cruſtæ cujuſpiam terreſtris facta vi ſubterraneorum ignium, quam ego quidem plurium montium originem eſſe arbitror: eo caſu actio montis nulla eſſet ad pendulum deviandum.

1 Hanc methodum ait, adhibuiſſe ad hanc deviationem determinandam Pariſienſes Academicos, qui pro determinanda Telluris figura in Americam ſe contulerunt. Præſtiterunt id quidem Bouguerius, & Condaminius, inveſtigando ope quadrantis pedum

trium

Quos miratus erat nuper novus Orbis euntes
Non venas quæſitum auri, argentique metalla,
Munera nec pelagi, ſed menſum totius Orbem
Terrai circum magnum, & cæleſtium avaros.
Ingenti hi referunt vicino pendula monte
Tum ſibi viſa ſitu deflecti pondera recto.
  Sed [1] jam, quod ſupereſt, ſupera deducere poſſis
E, genus hoc, dictis, deſcendat ſi grave punctum.
Intra ſive globum, ſeu molem a ſegmine primo
Quæ prodit coni alterutro ſuper orbe voluto,
Viribus haud aliis medii fore tendat ad oras,
Quam quæ reſpondent ſpatiis remanentibus uſque
Ad medium: quoniam punctum quo concipis intra
Cumque loco, exterius, tranatum eſt quidquid eundo
Corporis, excidens animo circum undique tolle
In formam, qualis facies erat ante ſuperna,
Et prorſus ſeclude; omnes quia ſcilicet ejus
Materiæ, ut docui, raptus vaneſcere debent.
Interior pars ſola trahit, formam ipſa globoſam,
Vel referens primo revoluto a ſegmine coni
Exortam, tantùm proin illis, ut quoque dixi,
Viribus, a medio loca quas diſtantia ſignant.
Proinde minus paulo gravitatis ineſſe videtur
Squamigeris in corporibus, dum paſcua læta
Sectantur per humum pelagi demerſa profundo,
Quam ſi paſta diu ſaturo ſeſe agmine ſurſum

Extol-

trium actionem montis *Chimboraco*, mole quidem ingentis, ſed cujus actio inventa eſt ab iis perquam exigua. Inter obſervationes quamplurimas aſſumendo medium invenerunt deviationem minutorum ſecundorum tantummodo 7. Ea quidem tam exigua eſt, ut in quadrante eo exiguo, meo quidem judicio, determinari tuto omnino non poſſit. Vidi ego quidem adhuc, quod noverim, ineditam ipſam obſervationum ſeriem, quæ a ſe invicem plurimum diſcrepant, cum aliæ deviationem exhibeant multis vicibus majorem, aliæ nullam, aliæ oppoſitum effectum; quamobrem illam quantitatem deviationis incertiſſimam arbitror, & ad ejuſmodi inveſtigationem cenſeo neceſſarios majores ſectores illos, quibus graduum menſura definitur, & verticales ſtellas. Solum illud inde conjicio, cum montem cavum eſſe, cruſtam nimirum tantummodo elevatam ignium vi, quibus omnis ille tractus abundat ubique, ut idcirco & ignivomi montes ibidem frequentiſſimi occurrant.

1 Superioribus theorematis aliud addit

Extollant, vibrentque, inſtrataque marmora turbent
Saltibus exiguis, Solemque, auraſque laceſſant.
Altaque deſoſſæ ſubeuntes viſcera Terræ
Horrida nigranti late denſiſſima nocte,
Tantùm illi proprio limant de pondere, quanto
Reſtat iter Terræ ad medias contractius oras;
Tantumque adjiciunt maſſæ prædivitis auri,
Dum claram ſpolia in lucem pretioſa reportant,
Regreſſi media quantum a regione recedunt.
  Nunc [1] age diſcrimen varium gravitatis in ipſa
Pro regione loci Telluris percipe fronte,
Quæ referat primo coni de ſegmine formam:
Nempe locis extra diverſis eſſe neceſſe eſt
Vim totam gravitatis ea ratione vigentem,
Polleat ut tanto minus in majoribus oras
Ad medias ſpatiis, quanto majora ea conſtant.
Concipe propterea molem hanc Telluris ubique
Eſſe liquentem undam veluti, totamque fluentem,
Nota lege trahant cujus ſe mutua partes:
Atque illæ interea medio rapiantur in orbem
Axe ſuper; debent ob gyrum hunc vertere formam
Exterius, faciemque extremi in finibus axis
Reddere compreſſam; quia dum convertitur omnis
Par-

addit ſanè elegans a Newtono itidem inventum, quod ex iis ſponte fluit. Deſcendendo a ſuperficie ad centrum in ſphæra, vel in ſphæroide elliptica homogenea, gravitas non creſcit, ſed decreſcit in ratione directa ſimplici diſtantiarum. Nam orbes exteriores punctum jam demerſum nihil trahunt, uti vidimus; adeoque relinquitur ſola actio ſphæræ, ſeu ſphæroidis interioris. At hæc ex demonſtratis eſt ut ſimplex diſtantia a centro. Igitur ut ſimplex diſtantia a centro decreſcit, decreſcet & gravitas in acceſſu ad ipſum.

Ad ornandum poema addit exempla piſcium, qui idcirco in fundo maris habent minus gravitatis, quam in ſuperficie ſuprema, pro ratione diſtantiarum a centro, & auri, quod ſi e Terræ viſceribus profundis eruatur ad ſuperficiem, acquirit pondus cum diſtantia a centro itidem aucta. Sed revera in tanta vicinia ſuperficiei hæc lex turbatur plurimum, quemadmodum & ſupra vidimus.

1 Theoremate tradito hic utitur ad determinandum decrementum gravitatis a polo ad æquatorem, ubi definita jam lege, in qua variatur gravitas primo extra globum Terreſtrem, tum intra ipſum, determinat legem, in qua variatur pergendo per ejus ſuperficiem. Hæc inveſtigatio eſt penitus connexa cum figura Telluris, de cujus determinatione

Particula, & geminis agitatur viribus, a vi
Hinc gravitatis, & hinc conatibus effugiendi,
Quæque ſua regione loci libretur, oportet,
Ne ſemper commota excurrat, & undique turbas
Ancipites cieat, ſed demum dulcia captet
Otia, cumque ſuis tranquilla pace fruatur.
Ergo age finge loco ſupera a quocumque canalem
Interius rectà ad medias producier oras;
Hunc quocumque velis, ſtatuas, vertaſque, videbis
Pondus idem liquida ſemper conſtare columna;
Hanc porro in multas animo diſpeſce columnam
Æquas particulas; debent cujuſlibet harum
Ad medium raptus ſpatio languere minuto,
Quod ſupereſt, ad idem medium; pariterque fugam vis
Tentans, ipſa quoque a ſpatio pendebit eodem;
Nam peragens gyrum quæque uno tempore circum
Quo magis a medio hoc, tanto magis axe remota eſt.
Quare, cujuſvis ſumma in regione columnæ
Particulæ extantis pondus reſpondet eodem
Ordine, particulæ ad pondus cujuſlibet ejus,
Quæ ſita ſit quavis alia in regione canalis,
Ordine quo debent alio in quocumque canali
Reſpondere aliæ ſimili regione locatæ:

natione ex æquilibrio agit Noſter ſtatim inferius, & quam hic etiam nominat; quamobrem quæ ad utrumque argumentum pertinent, & altiora ſunt, ac Geometriam requirunt, ſimul pertractabimus in ſupplementis in hunc locum. Hic Noſtrum ſectabimur, & exponemus, quantum ſine Geometria licuerit.

Primo quidem proponit inveſtigandam variationem gravitatis in ipſa ſuperficie Ellipſoidis, & affirmat eam decreſcere in ratione reciproca ſimplici diſtantiarum a centro, nimirum eo minorem, quo hæc diſtantia eſt major. Ut id probet, concipit totam Tellurem, ut fluidam, & præditam gravitate mutua expoſita. Dum ea convertitur, debet, inquit, induere formam compreſſam ad polos ob vim gravitatis conjunctam cum vi centrifuga orta a motu circulari, qua de re agemus infra.

In hujuſmodi ſphæroide concipit canalem aliquem productum a centro ad ſuperficiem, qui ſi convertatur utcumque, ſemper ob æquilibrium totius fluidi debet continere idem pondus. Si is ſecetur in datum quemcumque numerum partium æqualium pergentium a circumferentia ad centrum, ſingulæ partes, & earum diſtantia a centro erit, ut erunt integræ columnæ fluidi contenti illo canali in diverſis ejus poſitionibus. Jam vero ex illo

Propterea illa extans in ſummo margine debet
Reſpectare aliam extantem quoque margine in alto
Particulam haud aliter, quam qua ſe illius, & hujus
Mutua reſpectant totæ ratione columnæ.
Quare particularum extantum in culmine ſummo
Hujus, & illius cujuſviſcumque canalis
Pondera ſeſe inter paria eſſe videbis, ut ipſæ
Par quoque pondus habent, librantur quippe, columnæ.
At ſunt particulæ majores, eſt ubi lymphæ
Longior ad Terræ medium diſtenſa columna,
Materiemque in ſe majorem proinde receptant
Tanto, hæc eſt medii quanto diſtantia major;
Quare, in particulis his, punctum materiai
Pendit eo quodcumque minus, diſtantia reſtat
Illius ad Terræ medium quo denique major.
Ponderis oppoſitum Terra diſcrimen in ipſa
His cupide agnoſces a rebus, quamlibet ejus
Ad ſpatia a medio tantùm reſpexeris: ire
Nimirum peregre incipiant duo puncta, ſed unum
Per ſuperam Terræ faciem, locaque alterum ad ima
Terrai medium verſus; tum protinus iſtud,
Quo magis accedet, pendet minus; eſſe priori
Contra opus, aſpicies, in puncto, nempe propinquat
Cum medio, medium creſcant ut pondera ad ipſum.

Hæc

illo theoremate gravitas ſingulorum punctorum fluidi, pergendo ad centrum, eſt, ut diſtantia a centro; & vis centrifuga etiam, quæ in circulis, nimirum eodem tempore deſcriptis, eſt, ut diſtantia ab axe, ſive ut radius circuli, adeoque in eodem canali, ut diſtantia a centro, proportionalis ipſi diſtantiæ ab axe. Quare vires totæ partium canalis habentium ſimilem a centro diſtantiam erunt ad ſe invicem in diverſis diverſorum canalium columnis in eadem ubique ratione: & proinde ſingularum vires ad totalia canalium pondera in eadem ratione; unde illud conſequitur vires partium poſitarum in ſuperficie ſuprema, & pertinentium ad diverſos canales fore ad ſe invicem, ut pondera ipſorum integra, nimirum æquales. Numerus autem particularum materiæ erit eo major, in iis partibus ſingulis, quo eæ majores erunt in eadem ratione; adeoque pondus particularum ſingularum, quod ad habendam eam æqualitatem debet eſſe eo minus in ſingulis, quo eæ ſunt plures, erit in ratione reciproca partium illarum canalis, nimirum in ratione reciproca canalium integrorum, quibus eæ partes proportionales ſunt, ſive in ratione reciproca diſtantiarum a centro. Quod erat demonſtrandum.

Concludit autem comparando duo puncta,

Hæc [1] igitur ſi ſit Terræ compreſſa figura
Molis ab effigie paulum diverſa globoſæ,
Prorſus & effigiem coni de ſegmine primo
Quæ ducat, poteris facili pertingere pacto,
Qua capiat ratione ſua incrementa polorum
Ad glaciem æſtiferis tranſlatum pondus ab oris.
Concipe propterea puncto a quocumque superni
Terræ forte loci quoddam trans viſcera filum
Duci ad planitiem, atque incurſu tangere recto
Illam, quæ partes Tellurem findit in æquas
Trajiciens mediam, quaque ipſa tumentior extra eſt;
Nam quantum hi tractus filorum in ſe repetiti
Creſcunt, exceſſu creſcent quoque pondera tanto,
Nempe ipſo hoc calida poſitum vincentia pondus
In regione: etenim tali ratione reperta
Mutari a medio diſcrimina ſunt ſpatiorum
Terræ in mole, globi paulum quæ diſtat ab orbe
Formam ipſam referens coni de ſegmine primam.
Cunctis cuncta locis gravitatis ſcire profecto
Hoc valeas pacto diſcrimina, ſi, loca quæque
Quam diſtent orbe a noctes æquante, dieſque,
Videris ante, ſituſque cupitos noveris omnes.
Nunc [2], quod te ſupera docui, reminiſcere fila

puncta, quorum alterum a certo puncto ſuperficiei ejus ſphæroidis deſcendat recta ad centrum, alterum feratur utcumque per ſuperficiem: illius gravitas ita decreſcet, hujus contra ita creſcet, uti decreſcent diſtantiæ a centro. Nimirum illud habebit vim directè, hoc reciprocè proportionalem diſtantiæ ab ipſo centro.

1 Quæ de illa ſphæroide dixerat, hic transfert ad Tellurem ejuſmodi figura præditam, ac affirmat inde facile erui, in qua ratione ſint incrementa gravitatis pergendo ab æquatore ad polum. Ait enim fore proportionalia quadrato diſtantiæ perpendicularis loci cujuſvis a plano æquatoris, cui quadrato proportionale eſt decrementum diſtantiæ a centro. Porro prior illa diſtantia, ſive ea recta perpendicularis, quam hic concipit, appellatur a Mathematicis ſinus latitudinis loci, ſive ſinus diſtantiæ loci ab æquatore: & eſt theorema a Newtono inventum, eſſe incrementum gravitatis pergendo ab æquatore ad polum in ratione duplicata ſinus latitudinis, quod idcirco idem ſonat. Demonſtrabimus autem in ſupplementis ea omnia, & cũ Newtono pariter reducemus eam rationem ad aliam ſimpliciorem notam itidem Geometris, quæ dicitur ratio ſinus verſi latitudinis duplicatæ.

2 Inde vero jam tranſit ad id, quod

Pendula, vel virgas, quæ ſe æquo tempore vibrant,
Protendi magis in longum, qua fortior urget
Vis gravitatis, itemque minus, qua languidior ſit;
Nam geminis varie a medio diſtantibus orbe
Si quam longa locis hæc conſtent pendula fila,
Servaris, ſatis eſt, ut porro prendere poſſis,
Illa locis aliis quam longa quibuſlibet eſſe
Debent, quin ſit opus loca Terræ inviſere cuncta,
Et certos poſſis numeros ſignare tabellis,
Quarum ope menſuras vel adhuc quoque tutius ipſas
Tranſmittas procul ad regionem quamque remotam;
Menſuras quoniam referendo ad pendula fila,
Quæ decies ſextis huc illuc curſibus æquant
Partem horæ ſextam decies, tum quiſque notarit
Si prius, in patriis quam longum finibus hoc ſit
Filum, alia, poterit, quàm debeat in regione
Eſſe loci longum, cognoſcere, quantaque conſtet
Quaſque peregrinas ideo menſura per oras.
Sic quoque, ſi gravitas eadem perdurat in annos
Non mutata, potes ſervare in poſtera ſæcla
Menſuras rerum, ſeroſque docere Nepotes.
Jam [1] facilis magis eſt operæ, incrementa videre
Hæc gravitatis uti referantur mutua ſeſe

Inter

quod in fine libri tertii pertractatum eſt de inæqualitate gravitatis in diverſis locis determinanda ope pendulorum iſochronorum, quæ nimirum æquali tempore æqualem conficiunt numerum oſcillationum, quorum longitudines ſunt, ut ipſæ vires gravitatis. Quare & ipſa longiora eſſe debent in progreſſu ab æquatore ad polos ita, ut exceſſus ſupra pendulum ſub æquatore breviſſimum, ſint in eadem illa ratione duplicata ſinus latitudinis. Quamobrem ſi obſerventur in binis latitudinibus binæ pendulorum longitudines, jam innoteſcent & reliquæ omnes pro omnibus aliis, inveniendæ nimirum facili calculo exponendo in ſupplementis.

Porro & illud addit, hoc pacto obſervata uno in loco longitudine fili oſcillantis ad ſingula minuta ſecunda, quæ ſunt partes ſexageſimæ partium ſexageſimarum unjus horæ, poſſe determinari longitudinem fili penduli ejuſmodi pro quovis alio loco, & eo pacto poſſe tranſmitti accuratius menſuras accuratas extenſionis in longum ad poſteros, dummodo gravitas perſeveret ſemper eadem; qua de re itidem agemus in ſupplementis.

1 Expoſuit huc uſque relationem, quam habent inter ſe incrementa virium gravitatis pergendo ab æquatore ad polum in Ellipſoide orta ex motu circa proprium axem, & parum compreſſa. Hoc ait eſſe multo faci-

Inter fronte ſuper, paulum quæ diſtet ab orbe,
Exorta a primo revoluto ſegmine coni,
Circum & librata ob fugientes undique vires,
Quam formaque data, notiſque ex axibus ipſam
Prendere, qualis ſit, gravitatem, quantaque tota,
Servet quemque modum ad ſua quælibet incrementa;
Hic magnus certe labor eſt, at non ita porro
Durus, & aſper erit, generatim noſcere raptum
Nimirum puncti, quod ſit ſuper axe locatum
Corporis externo, formam cui finiat axe
Curva ſuper revoluta ſuo via, ductaque circum.
Eſt, genus hoc, etiam ratio non una reperta,
Ardua nec nimium: Tu nos, tu maxime rerum
Inventor docuiſti, e primo ſegmine coni
Axe ſuper verſo cum nata eſt corporis ora
Exterior, gravitas puncti ut reſpondeat ejus,
Æquali ſpatio quod cardine diſtat utroque,
Illi itidem puncti gravitati, eſt nempe polorum
Quod ſuper alterutro, docuiſti in cardine ſemper
Hanc mage pollentem, ſi moles ſcilicet extet
In geminis utrinque polis compreſſa, nec illinc
Non brevior, quam qua mediis magis eminet oris:
Et ſi Terra magis mediis his eminet oris

facilius, quam datis axibus invenire gravitatem totam, ſive rationem ipſius ad hæc ſua incrementa. Adhuc tamen illud affirmat, non eſſe ita difficile determinare attractionem puncti collocati in axe ſolidi geniti converſione curvæ cujuſpiam circa proprium axem; & eſſe inventas plures methodos id præſtandi. Expeditiſſimam omnium exhibebimus hic in ſupplementis.

Deinde enunciat plura theoremata a Newtono inventa pertinentia ad hoc argumentum: Newtonum nimirum oſtendiſſe, quo pacto inveniri poſſit ratio vis, qua a ſphæroide elliptica attrahitur punctum collocatum in æquatore, ad vim, qua attrahitur punctum collocatum in polis, & inveniſſe, ſi ſphærois ſit compreſſa ad polos, hanc eſſe majorem illa. Præterea ipſum inveniſſe illud; ſi Terra habet ejuſmodi formam, & $\frac{1}{230}$ ſui parte ſit altior ſemidiameter æquatoris ſemiaxe, fore in æquilibrio omnes columnas fluidi a ſuperficie ad centrum pertinentes; & idcirco 17 circiter milliariis altiorem eſſe ſub æquatore, quam ad polos, diſcrimine reſpectu totius exiguo, quod ipſam relinquat ad ſenſum ſphæricam, & in ejuſmodi figura gravitatem ad polos ſuperare gravitatem ſub æquatore una ducenteſima octogeſima ſui parte. Hæc omnia patebunt ex iis, quæ in ſupplementis pertractabimus.

Centena bis parte, & adhuc trigeſima quæ ſit
Parte ſui, qua lata profunda in viſcera currit,
Vidiſti tendentem undæ quamcumque columnam
In medium a ſuperis regionibus exæquari
Pondere, librarique aliam efformante columnam
Cum lympha e medio protenſam in cardinem utrumvis;
Nec non propterea ſeptenis millibus eſſe,
Atque decem ſuperextantem æſtiferam regionem,
Exiguum certe diſcrimen, quodque relatum
Terrai magnæ moli vaneſcat, & ipſam
Non niſi, ut ante, globum penitus ſinat eſſe videri;
Ac fore tunc etiam, alterutra ut regione polorum eſt
Quæ gravitas, ſuperet gravitatem æquante ſub orbe
Parte ſui, prope quæ tercentum e partibus una eſt.
At [1] reperire ſuo num motu Terra diurno
Illam debuerit, quam coni ſegmina prima
Proſciſſi dant, induere, & circumdare formam,
Æque etiam ſi denſa, fluenſque fuiſſet, ut unda,
Inclite Vir, porro non hoc accepimus a te
Inter munera magna, quibus nos undique ditas;
Fors voluiſti, alii ut quid tantis addere poſſent;
Sic alios Rex ſæpe ſuis diteſcere gaudet
Theſauris, atque in vulgus diffundere dona,
Poſtquam ipſe immenſam fuerit largitus opum vim.
Hoc donum, Laurine, tuum eſt; ſtupuere docentem

Multa

1 Enunciatis ejuſmodi Newtoni theorematis addit hoc, Newtonum non potuiſſe demonſtrare illud, ejuſmodi figuram debere habere ob diurnum motum Tellurem, ſi homogenea ſit: fortaſſe, inquit, voluit eam alteri gloriam reſervare: verum nemo ſibi facile perſuadebit, ipſum, ſi rem attingere potuiſſet, fuiſſe prætermiſſurum, & quod directe, & immediatè determinare poſſet, ac demonſtrare, quæſiturum fuiſſe per tot ambages, & obliquos calles, ac ſine demonſtratione relicturum, & ſimplici tantummodo conjecturæ innixum.

Id igitur problema a Mac-Laurino ſolutum eſſe, affirmat, ſummo itidem mathematico Scoto. Is nimirum demonſtravit accuratè primus, fluidum homogeneum, cujus particulæ ſe invicem attrahant in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, ſi gyret circa proprium axem, debere induere figuram ſphæroidis ellipticæ, in qua idcirco gravitas in ea ratione decreſcat ab æquatore ad polos, & poſita gravitate, & celeritate vertiginis, quam obſervamus, debere eſſe eam ipſam axium rationem, quam diximus. Ejus ſolutionem ego ſimpliciorem reddidi in opuſculo 5 Expeditionis litterariæ per Pontificiam ditionem, de qua agemus hìc in ſupplementis.

Multa Caledoniis Mortales te quoque in oris.
Inter multa tamen longe hoc præſtantius unum eſt:
Illam nempe doces formam a Tellure fuiſſe,
Gyros agglomerat dum circa ſe, ſubeundam,
Si liquida, & molem foret æque denſa per omnem,
Atque, polos inter, medias attollier oras
Menſura circum, dixi qua nuper, eadem
Propterea debere, atque hinc quoque creſcere eodem
Ordine, quo dixi, paulatim pondera rerum,
Inque polos illas gravitati accedere vires.
Nonne [1] videtur ab his tibi rebus vera profecto
Prodita Telluris facies, diſpulſaque circum
Caligo? tamen eſt & adhuc, quod non ſinat omnem
Pellere curam animo prorſum, errandique timores,
Hìc tibi queis dabitur fors nunquam exire ſoluto.
Non Tellus etenim fluida eſt, ut finximus, omnis;
Sed partim oceano late natat, arida partim eſt,
Duraque, & huc illuc glebis, lapidumque manentum
Ordine non certo conſternitur, & varianti
Natura non denſa æque, interruptaque paſſim eſt.
Fors magnum cruſta gerit intus inane ſub una,
Corpore fors vario contra, variaque figura
Multiplices nucleos; quæ poſſunt ſingula Terræ
Mille modis ſuperam mutare, & vertere formam.
Adde, quod hac quærat ſi quis ratione figuram,

1 Videretur per ejuſmodi ſolutionem abſoluta jam inveſtigatio figuræ Telluris ex æquilibrio; verum plurimæ difficultates ſuperſunt, quæ ipſam admodum incertam reddant non ſolum poſt ejus problematis ſolutionem, ſed etiam poſt ſolutiones problematum multo generaliorum. Nonnullas hic profert ex iis, quas jam olim in pluribus protuli meis diſſertationibus, quæ nunquam poterunt penitus diſſolvi.

Hujuſmodi difficultates ſunt inæqualis textus partium ipſius Terræ, qui prope ſuperficiem eſt maximè irregularis, & ſi etiam infra irregularis eſſet, omnem perquiſitionem turbaret: non innoteſcit, an Terra ad centrum uſque ſit ſphærica, an conſtet orbe quopiam interius cavo, nec cujus figuræ is orbis ſit interius: non conſtat, an intra ejuſmodi orbem ſit aliquis nucleus, aut etiam fortaſſe plures, nec cujus denſitatis, quæ omnia diverſas pro æquilibrio requirerent ſuperficiei figuras.

Accedit, quod ſi quæratur per ejuſmodi problematis ſolutionem innixam homogeneitati, invenitur, figuram Jovis, qui quidem celerrimè convertitur circa ſe, nam minus, quam 10 horas impendit in converſione integra, dum Terra impendit

Exterius circumfuſam quam debet habere
Juppiter, expendens gravitatem particularum
Illius inter ſe, & conjungens cum fugiente
Vi multo majore illic (convolvitur in ſe
Nam citius multo, quam Tellus, Juppiter ipſe),
Qua tumet, inveniet decima conſurgere ſupra
Axem parte ſui debere; at de duodenis,
Si ſerves oculis, vix partibus addier unam
Illic invenies: unde hæc diſcrimina tanta
Parva in re? denſatum aliquis fors autumet intus
Eſſe Jovem varie, ſive illic denſius aſtrum,
Qua tumet, eſſe, via eſt quam qua devexa polorum.
Præterea reperire queas, verumque probare
Rebus in his fieri contra quoque poſſe, polorum
Ut de parte magis Tellus excurrat utraque,
Quamvis ipſa ſuo ſeſe ſuper axe revolvat,
Intus ſi nucleum plus denſo corpore claudat
Scilicet, atque plagas ſe diſtendente ſub illas.
Quare [1] cum veram Terrai particularum
Naturam nos ſcire, ſituſque, ſit inficiandum,
Non erit, ut poſſimus & ejus nos gravitatem,
Et formam externam clara ratione videre.
Non tamen idcirco veri videatur id eſſe

Non

pendit horas 24, debere eſſe compreſſam ad polos decima circiter ſui parte, cum tamen vix duodecima ſui parte brevior ſit axis; quod quidem diſcrimen innuit provenire fortaſſe a majore denſitate verſus centrum, quam prope ſuperficiem (nam major denſitas centrũ verſus requirit, ut patebit in ſupplementis, minorem compreſſionem, contra id quod Newtonus cenſuerat) vel a majore denſitate ad æquatorem, quam ad polos.

Addit demum fieri poſſe & illud, ut Tellus ad polos ſit etiam producta, licet rotetur circa proprium axem, ſi nimirum nucleum ſolidum habeat adhuc magis productum: nuclei hypotheſim diligenter conſideravit, & excoluit ante omnes Clerautius, & eo eſt uſus ad conciliandas obſervationes graduum, & gravitatis: ſed ea itidem attingemus in ſupplementis.

1 Concludit, incertam eſſe e tot capitibus & figuram Terræ, & mutationem gravitatis, ſi a ſolo æquilibrio repetantur; adhuc tamen eſſe admodum probabile ſaltem illud, non multum diſtare textum partium internarum Terræ ab æqualitate denſitatis, paribus a centro diſtantiis, & idcirco, quæ ſuperius determinata ſunt, eſſe veris ſaltem proxima.

Addit illud, obſervari, gravitatis diſcrimen in diverſis diſtantiis ab æquatore eſſe majus, quam poſcat figura,

Non ſimile, intertextam æquis aut partibus illam
Scilicet, aut æque ſaltem in regione remota
Puncto de medio ſeſe denſare prope æque,
Formam & propterea prope eodem flectier extra
Ordine, quo docui, nec poſſe recedere multum.
At quia ſervantes gravitatum differitatem,
Quæque utriſque polis, quæque eſt regione calenti,
Illam majorem deprendimus eſſe, repoſcat
Quam ſpecies, quæ deberet veſtire ſupernam
Tellurem; idcirco conjectant eſſe ſub altis
Viſceribus ſupera denſam magis, unde oriatur
In gravitate, quod eſt, diſcrimen. Forſitan hic tu
Conjectes melius, ſi, qua torretur ab æſtu,
Eſſe magis raram, magis &, qua frigida, denſam
Tellurem dicas; retrahuntur frigore namque
Multa, æſtu partes at diducuntur in omnes;
Quanquam ſit, qui ſub Cælo contra eſſe reatur
Denſatam magis æſtifero, ſub verbere Solis
Nam veluti torretur, & indureſcit ad ignem.
At [1] ſi forte velis vim cernere, qua traheretur
Jam non inflexo, velut ante, a corpore punctum,
Nec cui jam conſtet, medium qui tranſeat, axis,
Quanquam difficile eſt, rebus contendere poſſis

Id

ſigura, quæ haberi deberet ex homogeneitate: id quidem tribui a nonnullis majori denſitati Terræ verſus centrum, quæ quidem eum effectum pareret; ſed fortaſſe melius tribui poſſe majori denſitati ad polos, quam ad æquatorem, quod ego jam olim propoſui; cum enim corpora pleraque vi caloris dilatentur, vi frigoris condenſentur, videtur eſſe probabilius, Terram ſub æquatore eſſe rariorem, quam ad polos, non e contrario denſiorem, quod Newtonus ſuſpicatus eſt: ſed ea omnia incerta ſunt.

1 Agit, hic de problemate, quo quæratur generaliter vis in corpus cujuſvis figuræ, etiamſi non ſit collocatum in axe corporis geniti revolutione curvæ cujuſpiam circa eum axem. Affirmat plerumque eſſe admodum difficile computare ejuſmodi vim; licere tamen nonnunquam, & inde fructus poſſe colligi non contemnendos. Atque hoc pacto ſternit ſibi viam ad exponendam methodum, quam ego propoſui in Diſſertatione de obſervationibus aſtronomicis, determinandi mediam denſitatem totius Terræ, cujus & ſuperius injecta eſt mentio. Methodus autem eſt hujuſmodi.

Sunt loca, in quibus æſtus marinus aſſurgit etiam ad 50 pedes, ut in Batavia, ubi aggeribus altis mare cohibent, ne in ſummo æſtu campos, & urbes obruat. Ibi adveniente æſtu ſuccedit ultra aggeres illos ingens

ſtratum

Id tamen in multis, multo & pertingere lucro;
Inde queas etenim, Terræ, comprendere, tota
Quam moles ſit denſa, inter ſummum minimumque
Si medium teneas, & quanto pondere conſtet.
Eſt regio non una, fluenti concitus æſtu
Per decies ubi quinque pedes, atque amplius audet
Surgere pontus, humumque minatur ſubdere fluctu,
Ut Morinos apud, & Schaldis, Rhenuſque bicornis
Qua pelagus ſubit, & ſalſis confunditur undis.
Aggere clauduntur populi, retinentque fluentem
Oceanum, qui ſiqua ſibi via forte pateſcat,
Irruat, & canos camporum per ſata fluctus
Inducat, ſilvaſque ruat, pervadat & urbes.
Littus ad id celſæ tu mœnia turris adito
Pendula diſtendens adjuncto pondere fila.
Ergo ubi ſe Oceani cœptat ſuſtollere fluctus,
Scilicet expulſis auris ſuccedere ſtratum
Undai, quod plus diſtendi a littore circum
Concipias procul, ad decies quam millia quina,
Inque Caledonias regiones, inque Britannas,
Inque patens pelagus, vel adhuc plus continuata
Semper planitie; pondus ſentire recentes
Incipiet raptus ex illa parte tumentum
Undarum, atque illuc coget deflectere filum.
Tum ſpatium, per quod cogit deflectere, longo
Totius eſt fili tractu minus, advenientis
Ut minor eſt raptus maris, undarumque tumentum
Totius raptu, quam magno eſt corpore, Terræ.
Hanc

ſtratum aquæ ſtrato aeris. Hujus ſtrati & altitudo nota eſt, nimirum altitudo aquæ, & ſuperficies, cum nimirum nota ſit ex Geographia forma circumjacentium, & oppoſitorum littorum. Quare computari poteſt, quanta debeat eſſe attractio in hanc aquæ advenientis maſſam reſpectu attractionis in totam Terram, poſito quod media denſitas Terræ ſit æqualis denſitati aquæ. Jam vero poteſt in Turri aliqua ſatis alta aggeribus proxima conſtitui ingens pendulum, & obſervari, an adveniente æſtu pendulum inclinetur in eam partem, & quantum. Si deviatio inveniatur major, vel minor, quam exhibuerit calculus, denſitas media Terræ erit e contrario minor, vel major denſitate aquæ in eadem ratione. Hoc pacto invenietur denſitas media Terræ, & cum detur magnitudo ipſius Terræ, invenietur & maſſa ipſius, quæ hoc pacto innoteſcet in menſuris nobis notis comparata cum noſtris

Hanc igitur raptùs rationem ſcire utriuſque
Poſſis, ſuſpenſi clinamen ponderis illud
Si ſerves, æſtus ſummo cum in culmine pendet.
Terræ ad materiem, quanta eſt, delabier ex hoc
Ut valeas, reperire modum, aut prænoſſe neceſſe eſt,
Quo pateſiat, uti pila punctum pertrahit ad ſe
Deſuper impoſitum, cujus ſit cognita moles,
Utque trahit ſtratum quoddam, quod fingere debes
Naturæ aſſimilis, diſtenſum non niſi nota
Undique menſura: nam tum quia cognita Terræ
Moles eſt, & quam diſtenſum fluctiſonum ſit
Stratum, & quam craſſum; noſces diſcrimina, raptum
Terræ inter quæ ſint, ſtratique liquentis, & illam,
Et ſimul hoc æque denſato corpore fingens.
Ergo ita per numeros inventus ſi fuerit par
Hìc raptus ſtrati ſervato, par quoque aquai
Naturæ Tellus, ut denſa eſt, conſtet, oportet,
Ut denſa eſt, æque a minimo ſummoque remota
Scilicet; at major, quem diximus, ille, minorve
Si fuerit, quam quem deducto pondere filum
Significat, Terram tanto mage corpore ſpiſſo
Eſſe, minuſve opus eſt, liquidum quam corpus aquarum.
Ex hoc materiem quoque quantam Terra coercet
Mole ſua, noſces, & quanto pondere tota eſt;
Nam ratio certe non hìc erit invia (ſi ſis
Aſſuetus numeris verſandis) perveniendi
Ad verum ſtrati raptum, molemque fluentis:

Durus

ſtris ſubſtantiis aqua, & per eam cum marmoribus, & metallis, aliiſque ſubſtantiis notis, & non tantum cum maſſa Lunæ, Solis, Jovis, Saturni, quod Newtonus præſtitit.

Porro concipiendo ſtratum altum pedibus 50, & protenſum in ſemicirculum circumquaque per 50 milliaria inveni, deviationem penduli in hypotheſi denſitatis mediæ æqualis denſitati aquæ debere eſſe 2''. 38''', quæ quidem eſt admodum ſenſibilis, & quod commodiſſimum accidit, ſi ultra eum limitem plurimum protendatur, parum admodum mutari valorem inventum, qui nec nimis multum mutatur, ſi aliquanto magis contrahatur idem intervallum; nam remotiores particulæ multo minus trahunt, quam proximæ, quod commodiſſimum accidit, cum idcirco parum ſollicitos eſſe oporteat de forma diſtantium oppoſitorum littorum, ad inveniendam deviationem debitam veræ proximam.

Durus [1] & ille labor nec jam queat eſſe, videre,
Quanta ſit in vaſto Terrai corpore moles;
Multo opere, atque modis multis per tempora longa
Poſtquam tentarint Tellurem prendere notis
Menſuris Homines. Quod qua ratione peractum
Sæpe ſit, & quantam ſpem veri ſuppeditante,
Eſt operæ porro pretium congoſcere nobis,
Quandoquidem quid ſit noſtris magis utile rebus,
Quid placeat mage, quam Matrem cognoſcere Alumnis?
Aſt aliud tamen ad tempus, carmenque remitti
Id ſine; nunc feſſum ſcopulis adnare neceſſe eſt.
Interea [2] dum vela lego, littuſque ſaluto
Vicinum, quamvis altricis plurima noſcant,
Ut memoro, Terræ Mortales, attamen ejus
Dicendum eſt neſcire ſinus, qualiſque ſub altis
Conſtet viſceribus, latebroſiſque invia regnis:
Scrutamur propiora, cutemque invertimus ipſam,
Cum fodimus venas argenti, aurique ſequentes;
Proinde ſpecus perſæpe cavos, conſtructaque ſtratis
Strata, atque ingenti ſeſe flectentia ductu
Sub montes, valleſque, ſinuſque ſub æquoris ipſos
Conſpicimus, mediaſque ſubire, & ſerpere lymphas;
At quis adhuc infra per millia continuavit
Multa iter, & merces peregrinas inde redemit,
Ut nova de Mundo, mirandaque diceret illo?
Soli adeant Vates, aut quos deſcendere ſolis
His libeat; greſſus Alcmenæ Filius ingens
Inferat audaces: Veneris ducente Sibylla
Deſcendat quoque cura, pius Vir; adite ſepulta
Vos quoque Tyndaridæ Fratres loca, voſque redite

Alter-

1 Oporteret hic quidem, & ad ſuperiorem theoriam exhibere methodum determinandi magnitudinem Terræ, & ad nexum cum iis, quæ dicta ſunt, inquirere in figurâ Terræ ex menſuris graduum Meridiani, uti actum eſt de ipſa ex æquilibrio; ſed libro jam excreſcente plus æquo, eam tractationem alio remittit; ac interea epiſodium aggreditur, cui occaſionem præbent, quæ dicta ſunt de textu interno partium Terræ, enumerando plures plurium Philoſophorum ſententias, vel potius meditationes, aut etiam commenta pura, ac figmenta inania, & abſurda etiam, ac cum revelatis principiis pugnantia, circa ortum, & conſtitutionem ipſius Terræ.

2 Primo loco Poetarum veterum

ſomnia

Alternis; illuc cimba tranſmittitur una,
Judicia exercet Minos, fatalia Parcæ
Ducunt fila, ſedet furvo Proſerpina vultu,
Torpet Styx inamœna, Acheron pice labitur atra,
Trans Lethem nemus elyſium; tranquilla per alta
Diſcurrunt, pacemque agitant, & gaudia gentes;
Gentibus eſſe ſuum Solem, & ſua ſidera dicunt.
At cur vos adeo tranſcurritis, o, ratio quos
Sola regit? cur mens, quo ſcilicet ire vetatur,
Irruit, inſano nimium correpta furore?
Vos & qualis erat Tellus, qualiſque futura eſt,
Fingitis; & primos ortus, & fata refertis
E fatis ventura, viceſque in ſæcula longa
Ignotas canitis; ſeries quæ, quantaque ſurgit!
Errorem trahit error, & ingens nectitur ordo
Errorum; cumulata ſolent mendacia ferri.
Quis credat? demum ad monſtra, & portenta venitur.
Illuxiſſe [1] olim Terram, lucemque dediſſe,
Et clarum proprio dominatam in vortice ſidus,
Ut Solem, memorant, nocturnaque lumina Mundi:
Obtecta eſt porro in magnum coeuntibus augmen,
Ut ſpuma, maculis, atque obnubentibus ora
Lucida, cumque ſuo vortex efferbuit igne.
Languida propterea Terra, & jam corpore opaco
Vicinum fuit in Solem correpta valentem.
E maculis ſteterunt montes, mare, fuſus & aer
Undique, & externa quodcumque in fronte videtur;
Interius coquitur vel adhuc, gremioque coercet
Clauſum antiquum ignem; proin volvitur ipſa voluto
Illo, & vitalem partit per membra calorem.
Uſque adeo Terræ procul accerſenda fuere
Hæc primordia, uti, qualis nunc, edita ſtaret?

Eſt

ſomnia occurrunt circa Stygem, & Elyſios, ubi fabulas Noſter commemorat Poetis utique ſat cognitas: tum in Philoſophorum quorundam audaciam invehitur, qui de iis ignotiſſimis rebus philoſophantes, non niſi errores erroribus, & mendaciis mendacia cumularunt.

1 Sententia fuit Carteſii Terram olim fuiſſe unam e ſtellis fixis, qua maculis nimium obruta in ſuperficie, & idcirco ceſſante vi in circumfuſum ſuum vorticem, ipſa cum ſuo ipſo vortice abſorpta fuerit a vortice ſolari, ſed adhuc intra ſua viſcera ignem foveat, qui & in tot Vulcanis erumpat.

Eſt [1] Terram contra liquidam, corpuſque fuiſſe
Qui velit undiſonum; poſt extra Solis ab igne
Concretum cruſta lymphas texiſſe ſub una.
Nuſquam attollebant montes caput, atque ſupinis
Tum neque nomina erant convallibus; omnia fœtu
Ubere florebant, brumaque carentia, & æſtu;
Quippe erat ad Terram medius Sol; atque animantes
Ducebant vitam facilem, expertemque laborum.
Tempore poſt aliquo diro concuſſa tumultu
In multis confracta locis, paſſimque dehiſcens
Cruſta ruit; pars ima petit, pelagique latentis
Impulſos ſubiit fluctus; ſonuere patentes
Oceani furiæ, & voluere immergere cuncta;
Merſiſſentque, altos ni fragmina proſiluiſſent
Protinus in montes, & ſuſtentantia flexu
Se vario inter ſe ſervaſſent culmina magno
Celſa a naufragio; quamvis altiſſima paulum
Tum quoque inundari debebant; namque ruina
Commotus vaſta, expreſſuſque cadentibus intro
Molibus oceanus cumulo ſuperabat aquarum
Magnarum, & ſalſo complebat nubila rore.
Ex illo proin in Terra jam forma remanſit
Excidii antiqui: reſonanti pars bona ceſſit
Terrarum pelago; quæ pars eductior, illa
Rupes, & ſcopulos, atque inter culmina valles,
Raraque camporum, nec lata ſat æquora præfert;
Undis interius variata eſt, fragminibuſque
Illis, de cruſta quæ tum cecidere ruente:
Quem caſus tum forte locum dedit, hunc tenuere.
Ergo non poterat ſine magna Terra ruina
Eſſe, velut nunc eſt? altos ſuſtollere montes
Non

1 Burnetius, & Wiſtonus cenſuerunt, Terram olim fuiſſe totam fluidam: ſupremam ſuperficiem concreviſſe calore Solis: hanc confractam in fruſta juxta Burnetium ob inæqualem exſiccationem, juxta Wiſtonum ex inæquali attractatione Cometæ nimis proximi, concidiſſe temere: inde montes, & quidem marinis productionibus confertos pluribus in locis; quaſi vero, addit Noſter, ipſos montes Naturæ Auctor, qui ipſius Naturæ nomine hic intelligitur, non potuerit ipſe condere, dum Terram condidit, ad habendam hanc omnem viciſſitudinem, & hoſce uſus, quos inæqualitas ſuperficiei Terreſtris habet maximos.

Potue-

Non valuit Natura, mariſque extendere tractus,
Ut ſit pulchra ſimul nobis, & commoda ſedes?
Culpant præcipue tranantem luce Cometam
Vicina, qui plus ex una parte trahendo
Obductam circum cruſtam confregerit, atque
Confractas vario partes colliſerit ictu
Inter ſe, interea cauda involvente ruinas.
 Non alii libitum eſt violento vertier omnia
Excidio [1], atque extra ſubito, & mutarier intra
Tellurem, ſed paulatim per ſæcula longa
Eſſe hanc ad ſpeciem liquido de gurgite ventum.
Namque fuiſſe globum jam tum docet ille fluentem,
Oceanumque patrem tractus tenuiſſe patentes
Undique, materies varios unde omnis ad ortus
Suppeditata fuit; ſecerni limus ab undis
Principio liquidis, ſolida & conſiſtere mole,
Conſtringi & ſalſo denſatus glutine cœpit.
Et jam prima novis creſcebant auctibus orſa
Perpetuo, magis hac, minus illac, æſtus ut undas
Auctificas pulſabat agens, motuſque ciebat;
Nam variis (quamvis nondum prognata fuiſſent
Flamina ventorum) currebant æſtibus undæ.
Ergo ſe ad ſummum fundo attollente liquorem
Paulatim, & contra ſe demittente liquenti
Planitie in fundum, fuit, ut conſurgere primo
Mons apice auderet novus, & prorumpere demum.
Interea fervebat opus genitale ſub alto
Oceano, atque uno ſcopulo apparente ſubibant
Haud procul huc illuc brevia eruptura ſub auras,
Ipſa madens etiam donec caput eduxere,
Jam ſcopuli; prior hic cretus, poſt alter, & alter

Diviſi

Potuerunt utique montes plurimi, & colles fuiſſe initio conditi; ſed ego pro certo habeo, quod & Noſter inferius amplectitur, uti novimus inſulas quaſdam vi ſubterraneorum ignium e mari exortas noſtro etiam hoc ſæculo; ita plurimos montes, & maximos Continentis tractus emerſiſſe olim, aliis confractis, atque demerſis, quod itidem exiguis quidem tractibus, ſed tamen accidit non ſemel hoc etiam ipſo ſæculo.

1 Congerit hic iam multa ex Taliamede, id celebri paucos ante annos edito libro eſt nominis; ubi quamplurima per ſe quidem egregia, & ſcitu digniſſima congeruntur

Diviſi inter ſe; ſed plus minuente retecti
Se pelago, gemini coeuntes, tergeminive,
Una biceps, ſeu forte triceps velut inſula ponto,
Seſe oſtentabant; nova proles adveniebat
Oceani rurſum, & rumpebat viſcera patris.
Montibus hic magnis ortus, ſic Taurus, & ingens
Caucaſus, & mediis præcinctæ nubibus Alpes,
Celſus Athos, & Olympus, & imbrifer Apenninus
Prodiit; hinc & Pyrenes, & Atlantis origo,
Inniti dorſo cui ſidera cernimus alto.
Dein alii, qui nunc conſtant, aliique minores
Proſſiluere, diuque etiam poſt uſque minores
Ordine diſtenſi, quo motis fluctibus intra
Curſus erat variante æſtu, ventiſque coortis
Poſt quoque, cum cœpit Tellus prætendere frontem.
Atque ipſi interea ſcopulorum culmina venti,
Et Sol, & pluviæ minuebant, atque ferebant
In mare detractas prædas, operamque juvabant,
Ocyus ut multis in partibus exoriantur
Incœpti montes, Terram & protendere poſſint.
Sic demum patuit depreſſo gurgite, junctis
Montibus, & magnis ſiccatis undique campis
Terra ingens vaſtis tot regnis par capiendis.
Oceani nec jam ceſſat labor; additur uſque,
Et nova progenies fundo procuditur omni,
Et ſcopuli augeſcunt, & littora diſtenduntur,
Acquirit Tellus, perdit mare. Pluribus oris,
Ut referunt, olim quas laverat æquor arenas,
Nunc ſeritur, glebæque boum ſudore madeſcunt,
Dimoto non pauca procul per jugera ponto.
Quique olim portus tot magnis tuta carinis
Sedes, perfugiumque fuere, rigantur ab unda
Vix tenui, poſſuntque leves admittere cimbas,
Aut penitus fundo tellus patet ima retecto.
Præterea quot ſunt urbes, audivimus ante

Quas

tur deprompta ex hiſtoria naturali, quæ probent, nunc eſſe Terram, ubi olim fuere maria excurſu facto per Affricam, Aſiam, & Europam, & quidem paullatim progreſſu temporis Terræ ſuperficiem eſſe auctam, & imminutam ſuperficiem maris; at ea ibi adhibentur ad id, ut inde adſtrua-

Quas circum pelago pulſatas, rauca furentis
Exaudire ſali quæ vix nunc murmura poſſunt?
Ægypti extremis in finibus, incipit ora
Qua libyca, & ſterilis regio, infœcundaque arena eſt,
Viſuntur, magnorum operum monumenta, ruinæ,
Mœnia arenarum cumulis protecta, domuſque
Exeſæ, & turres diffractæ, ſcilicet amplæ,
At collapſæ urbes. Non Juppiter irrigat imbre,
Longum iter ad Nili ripas eſt, terraque nullos
Fruſtra culta poteſt fœtus dare; proptereaque
Vectabant, quod opus ſibi, per commercia gentes;
At quod commercj vaſtas genus inter arenas
Eſſe poteſt? igitur ſubſtructas has mare propter
Credibile eſt urbes, reſque huc trans æquora vectas;
Quin ſupereſt & adhuc ut portùs forma cavati.
Condita principio fuit una, & deinde remoto
Littore ſucceſſit ſtructis urbs altera muris,
Hoſpitiumque recens populo dedit; altera porro
Sic quoque, poſtremamque excepit Juppiter Ammon,
Deſertoque Jovi ſuffecit, de Jove natum
Qui voluit ſe, deinde ſuam; ſed & hinc modo pontus
Se retrahit, magno neque portu clauſus, ut olim, eſt.
Huic conjuncta Pharus jam tum fuit; inſula at ante
Uſque adeo terra medio diviſa profundo;
Ut, cum hìc Mæonius detentum ob numina læſa
Cum ſociis caneret Vates Atrida minorem,
Hìc & fatidico nectentem vincula Proteo,
Diceret Ægypto tantum diſtare, diei
Quantum iter unius eſt actæ per cærula puppi,
Flamine quam ſtridens impelleret aura ſecundo.
Qui prior incœpit Grajorum condere doctas
Hiſtorias, & ſcripta ſacrare volumina Muſis,
Ille refert, Memphim prope magnam, tamque remotam
A pelago, æratos ſibi viſos ſcilicet orbes,
Ad quos fama fuit religatas ante carinas

adſtruatur fides inani commento; Terram olim fuiſſe itidem totam aquis circumdatam, quibus partim deponentibus limum, partim exſiccatis, & poſt ſolutionem in pluvias concreſcentibus, primo quidem paullatim emerſerint altiorum montium vertices; tum colles, & campi, viventibus omnibus, & hominibus ipſis prognatis ab iiſdem aquis.

Hæſiſſe, advectis ſtarent cum mercibus auctæ.
Et geminæ fuerant adlabens ad mare Syrtes
Quondam, & naviſrago terrebant æquore nautas,
Nunc longo diſtant ſejunctæ a littore tractu.
Quin Libyæ partem quoque nunc, Nubiæque calentis
Appellant priſco ſervato nomine Pontum,
Utque mare, inſcribunt loca ſic deſerta tabellis.
Jam quos Oceano prætendit Gallia portus,
Omnes pene novi, ſiccatis atque relictis
Antiquis; præſens non eſt, Phocæa ubi quondam,
Maſſilia, at diducta ſitu, pontumque ſecuta.
Portubus in Latiis, quibus ad certamina ſtructas
Romulidæ puppes condebant, nunc viret herba,
Atque alii portus fodiuntur, & uſque novantur.
Brunduſium claſſes olim, claſſeſque Ravenna
Excipiebat; at hæc miratur littore ſeſe
Eſſe ſuo jam diductam; vix parva coercet
Illud navigia, & fundo ſtant ſæpe carinæ.
Littora quid memorem ſidonia, quaque erat ingens
Antiochi regnum, quid grajos undique portus?
Vel modo viſuntur nuſquam, vel ab æquore longe
Diſcluſi. Ægæi eſt eductior inſula ponti
Omnis, & Epiri quoque latior ora, noviſque
Conſeritur ſcopulis illud mare, Cyclades olim
Ut genitæ, & Delos Latonia. Proinde tabella
Diſcere de veteri ſi nunc Terræque, mariſque
Collibeat fines, quantum illas denique culpes?
Mentiri credas, cum ſic mutata locorum
Sit facies; virides modo campos eſſe videbis,
Qua fluctus olim deſpumavere; propinqua
Inſula quaque fuit terris, velut inſula Circes,
Inſula nunc non eſt, ſed tellus addita terræ,
Qua brevia, apparent ſcopuli nunc, atque coluntur.
Plus altis olim Venetam Neptunus in undis
Urbem admiratus; miracula nunc ea certe
Decreſcunt; urbs jam fundo propiore habitatur.
Amplior eſt Batavum regio modo, quam fuit olim,
Et, licet aggeribus, ne campos obruat æſtu,
Arceat Oceanum, ſemper minor advenit ille.
Tu quoque littoribus diſtenſa Britannia circum

Creſcis: Vos etiam Cimbri, Boreæque nivalis
Indigenæ; magis uſque humilis circumſonat unda.
Cunctis [1] rebus ab his qui tentat vincere ſemper
Imminui pelagus, magis & deſcendere ad ima
(Non pugnem), vero fors nititur argumento:
Ante opus inſpexiſſe tamen, cauſa omnia poſſint
Ne peragi hæc alia; ne portus obſtruat ætas
Fors aliquos ſaxa advolvens, ne flumina longe
Protendant terram, & fœcundent littora limo,
Ne juvet Oceanus, cumuloſque adveʃtet arenæ,
Atque ſuo proprios reſtringat munere fines,
Et venti, & pelagi miſcentes ima procellæ;
Denique ne motus terrai ſæpe inopini
Id faciant uſquam, ſcopuloſque repente recentes
Educant, veluti nuper, terreſtria poſt tot
Fulmina, poſt crebros mugitus, prætereuntes
Quos exaudibant Nautæ procul, & fugiebant
Jonio in magno, fumoſque, ejectaque ſaxa,
Inſula dimoto viſa eſt conſurgere fluctu
Haud longe aſpectans Phæacum regna, novæque
Invitans tum ſpe Cultores ubere glebæ.
Exuviis compacta maris ſunt edita ſaxa,
Duri etiam piſces raſtris, conchæque ruuntur.
Sic itidem omnigenis quoniam concreta videtur
Æquoris exuviis, Afram veniſſe ſub auras
Credibile eſt Melitem, quæ nunc tam nobilis ora eſt.
Proin qui conſpiciunt terram ſub fluctibus eſſe
Noſtræ, quam colimus, ſimilem, & ſub fluctibus ipſis

1 Sententiam de continua imminutione aquæ hic Noſter profitetur, a ſe non rejici, quæ fortaſſe ſit vera; ſed affirmat alias plures adhuc eſſe poſſe cauſas, quas & commemorat, cur in pluribus locis ſit nunc terra, ubi fuerit olim mare: materiam, quam flumina in mare evolvunt; arenam, quam maris agitatio propellit ad littora; terræmotus, qui ſuperficiem Terræ immutent, uti ſimilem ortum habuit nova inſula initio hujus ſæculi orta in Græcia prope inſulam, quam nunc dicimus *Santorino*; cujus poſtremæ cauſæ indicium deſumit etiam ex productionibus marinis, quæ in montibus inveniuntur in lapides converſæ, ut piſces, conchæ, coralia, & plurima alia plantarum marinarum genera, quæ veterem ſuam formam ſervant, vel in lapides jam converſa, addit autem & anchoras, & navium fragmenta, & oſſa humana tabulis adhærentia, quæ inventa ſunt non ſemel in ipſis montium viſceribus.

Paulatim ſterni ſola, marmora, ſaxa creari,
Compingique lutum varium, & coaleſcere arenas,
Hæc eadem cunctis aliis exordia rebus
Ante fuiſſe putant; ideoque ſub æquore vaſto
Ut multi perſæpe ſolent dureſcere piſces,
Oſtreaque, & conchæ, & rubicunda coralia condi
In ſilice, & fructus omnes, herbæque marinæ,
Sæpe eadem ſiccis hæc condita ſic reperiri
Montibus a ſalſo diſtantibus æquore longe.
Sunt quot in Helvetiis ea rupibus, atque nivoſis
Alpibus? omnigenos diſciſſa caute tuemur
Piſces; in duro non deſunt corpore ſquamæ,
Spinarumque tenor, denteſque, oculique rotundi,
Omnia naturæ ſpeciem ſervantia veram.
Certaque quin etiam Phocarum, & grandia Cete
Viſuntur ſpolia, & variantes pingere conchæ
Telluris gremium ſublimi in monte cavatum.
His alienigenis Pyrenes viſcera rebus
Conſita ſunt; Itali montes creviſtis & ipſi
Sic quoque, & æquorei tumulaſtis monſtra profundi.
Totius Europæ demum quis neſciat iſtis
Portentis fœtos montes, Aſiamque feracem,
Et Libyam, atque alio terras ſub Sole repertas?
Quidquid ſub pelago viret, innatat, omnibus hæret
In ſcopulis, duræ moliti viſcera terræ
Inveniunt homines; tactu lapis omnia conſtant,
Sed remanet ſua forma vel imis certa medullis,
Et modus, atque color; nec congeſta omnia caſu,
Projecta & temere, at veluti conſtrata manu ſunt,
Formæ quæque ſuæ, gravitatis & ordine certo.
Præterea quot adhuc terram quoque ſigna ruendo
Non maris invenias? non ſæpe eſt anchora multis
Quam procul a pelago, quam celſis montibus inter
Eruta duratos piſces, apluſtraque fracta
Saxea, non remi, non malus, parſque carinæ?
Naufragii non ille fuit locus? ergo putandum
Illa quoque anteacto juga tempore merſa fuiſſe.
Sæpe etiam ad fractas tabulas in monte repertas
Eruta ſunt hominum multorum ſaxea membra,
Oſſaque, & armorum, & varii veſtigia amictùs.

Propterea [1] mare ſi decreſcere debuit annis
Anteactis, neque nunc ceſſat ſe littora circum
Omnia contrahere, & limoſo accedere fundo,
Adveniet tempus, dicunt, magnumque canentes
Augurium vanas tentant percellere mentes;
At non illudunt Vates Sapientibus, illud
Adveniet tempus, pede ſicco Hiſpanus ad Afros
Ut tranſmigret, & ipſa vetet Natura columnas
Trajicere Herculeas; vicinis inſula terris
Omnis ut accedat; Galliſque Britannia conſtet
Pervia, & Ægæi ſcopuli maris unica fiant
Inſula; Boſphoriæ fauces claudantur, ut olim
Hyrcanæ, Euxinuſque lacus quoque nominitetur;
Quodque Atlanta ſalum lavat imum, deſinat eſſe;
Et brevis, & nullus demum quoque tranſitus orbem
Extet ab orbe novo ad veterem, deſoſſaque campis,
Collibus & mediis tot naufraga noſtra ruantur
Navigia, argentique abſorpta metalla, vel auri.
Innumerabilibus paulatim talia ſæclis
Sed fient, ut, quid terraque, marique ſit ante,
(Undique deletis monumentis) neſciat, actum,
Poſteritas tam ſera, aut ſors conjectet, uti nos.
Interea liquido ſemper pereunte elemento
Incipiant montes late exardeſcere multi,
Ut nunc Ætna furens, atque ora recludere flammæ
Undique, dum Tellus igneſcat denique tota
Siccato Oceano, atque omni Cultore perempto,
Factaque Sol, aſtrumque novum luceſcat: at iſte
Nec quoque perpetuus conſtet nitor, almaque demum
Lux palleſcat, & abſumpta vi ſulphuris omni
Deſinat in cinerem Tellus ingloria inertem:
Ac porro ingentes per Mundi colligat oras

1 Pergit hic exponere, quo progrediatur is, cujus ſomnia expoſuerat pertinentia ad ortum telluris, & montium ex imminutione continua fluidi: fore, ut primum freta ſiccentur, tum & ſinus: inde amiſſo omni humore, Terra exardeſcat. & fiat ſtella: deinde abſumpta, & in cinerem redacta novum humorem contrahat per immenſos æthereos tractus, ac ea iterum fluido circumfuſa, progignat Oceanus rerum omnium ſemina, ex quibus oriantur & homines, qui ſiccata ſuperficiei parte emergant, ac ſint primo quidem rudes, tum paullatim excolantur, ut prius.

Diffuſum humorem paulatim, & ſorbeat undas;
Proin iterum in magnum concreſcat cooperientem
Terras Oceanum, renovantemque omnia, ut ante.
Scilicet Oceanus cunctis det ſemina rebus,
Et, velut altricem terram, terreſtria ſæcla
Omnia ſic gignat late, volucreſque, feraſque:
Tritonumque genus Mortales, monſtraque ponti;
Mutaque gens primum pelagus proſcindere tantum
Gnara ſit, ut piſces, quandoque attollat in auras
Phocarum de more caput, conſueſcat & illis
Paulatim; ſed poſt audentior unus, & alter
Emergat, victumque velit ſibi quærere campis,
Sæcla propagare, & cultores condere Terræ.
Proin patrem Oceanum rerum, Veneremque marinis
Fluctibus exortam, nantemque ad littora fingant.
Jam [1] quo non mentem primus procul auferat error?
Alta movet veluti qui per declivia greſſus,
Si ruat, haud ſubito valeat compeſcere caſum,
Quin ruat ulterius; tum præceps terque, quaterque
Volvitur, & multa contunditur uſque ruina.
Dum tamen has grandes nugas, & docta videmus,
Miramurque hominum deliria, cautior ipſa
Noſtra ſit, ut proprios mens, dum cavet ex alienis
Caſibus, evitet caſus, turpeſque ruinas.
Nam revocare ſuam quis ſperet tum rationem,
Cum ſemel exceſſit fines, exlexque vagatur,
Effræneſque ciet motus, lumenque ſecuta
Vix tenue in tenebris clara eſſe in luce diei
Somniat, atque Jovis diva pro conjuge ut olim
Ixion nebulas amplexu ſtringit inanes.

LI-

1 In hoſce errores, & hæc ſomnia demum invehitur, ac illud monet; mentem etiam, ut gravia corpora, ſi ſemel incipiat ruere, ita paullatim in præceps abripi, ut conſiſtere nequaquam poſſit.

LIBER QUINTUS

PRima [1] in præſidium vitæ procudit Egeſtas
Olim tot varias miſeris Mortalibus artes
Ingenia exacuens pro rebus, opemque miniſtrans:
Faſtus, & ambitio dein excepere, repertos
Protuleruntque uſus, quanto plus, commoda noſtra,
Et vitæ utilitas inopis quam poſcere viſa!
Sic veſtes primùm inventæ, defendere membris
Frigus uti poſſimus, acutaque verbera venti;
Parvaque ſic tepidis in vallibus edita tecta
Sunt, rabiem quoque detur uti vitare ferarum:
At nunc purpurea, aurataque in veſte locamus
Luxum, & delicias, nunc laxa palatia ſurgunt
Effigies etiam e ſaxo exceptura ſilentes,

1 In ipſo ſuperioris libri fine pollicitus eſt Noſter ſe acturum de magnitudine, & forma Telluris inveſtigata per obſervationes, & menſuras. Id præſtiturus, ut amœniore exordio Lectorem excipiat de more, & ad aſperiora præparet, exponit progreſſum Geometriæ, quæ ab agrorum menſura traducta eſt ad dimenſionem Terræ totius; ſed & ante hunc ipſum Geometriæ exortum, rem longe altius repetens proponit, unde profluxerit ipſa neceſſitas dimetiendi, quin & diſtinguendi agros, quod argumentum connectitur cum ipſa origine inæqualitatis inter homines, quos initio Natura pares condiderat.

Hìc igitur orditur ab artium progreſſu, quæ a neceſſaria vitæ conſervatione ad luxum quendam traductæ ſunt, ac proponit explicandum, unde, & quibus gradibus eo deventum ſit. Porro & hoc ipſum exemplum artium a naturæ neceſſitate traductarum ad luxum bellè quadrat cum Geometria traducta a dimenſione agrorum neceſſaria potiſſimum in Ægypto obruto aquis Nili, ad inveſtigationem quodammodo veluti luxurioſam magnitudinis, & figuræ Telluris, ac diſtantiarum etiam inter aſtra, & magnitudinis eorundem.

Marmoreiſque nitent laquearia fulta columnis ,
Unde urbi, gentique decus , nomenque paratur .
Utque tibi ex aliis vitæ rationibus iſtas
Clarius evolvam cauſas , rudibuſque recentes
Artibus exortus , & grandes unde recepti
Porro auctus , in res procurrere me ſine paulo
Longius , uſus erat· queis primitus inſtituiſſe
Vitam homines , ne deficeret , queis deinde retectæ
Deliciæ , & fines Naturæ ſimplicis illi
Dimoti , atque aliis alii de moribus orti
Mores , atque novi cultus , diſtenſaque longe
Grandia propterea res incrementa per omnes .
  Principio [1] Natura pari ratione creavit
Nos Homines , mortale , omnes , genus , ut neque quiſquam
Jactet ſeſe aliis potiori vivere ab ortu ,
Nec majora ſibi deberi , primaque rerum .
Omnibus æquum jus vitam , ſtirpemque tueri eſt ,
Et capere ad victum de terra , quæ velit uſus ;
Utile quidquid habet nam Tellus , divitiæ ſunt
Communes hominum : repleta eſt undique ſucco ,
Et Natum ad ſua quemque vocat velut ubera Mater .
Nil proprium eſt, noſtrumque, labor niſi, curaque tantum .
His igitur cum percipimus , communia quæ ſunt ,
Fiunt noſtra ; velut qui carpit mitia poma ,
Jam ſua ſunt , glandeſque ſuæ , quas colligit alta
Sub quercu , aut leporem capiens , cervumque fugacem ,
Aut piſcem motis findentem cærula pinnis ;
Namque penu de communi res extrahit illas .
Quantum at cumque libet , non ſumere proinde licebit ;
Aſt

1 Proponit primo juxta probabiliorem ſane ſententiam (licet alii nonnulli , & quidem magni nominis Auctores alio modo rem explicent repetentes diviſionem a conventione expreſſa) æqualitatem inter homines a Natura initio inſtitutam : omnia fuiſſe omnibus communia , quæ fierent primi occupantis : fuiſſe par , ut nemo aſſervaret plus, quam neceſſitas , vel etiam deliciæ requirerent , ne quæ acquiſita ab uno ab eodem abſumi non poſſent , corrumperentur in aliorum damnum : Inde factum , ut ex occupatis , quæ facilius corrumpi poterant , commutarentur cum iis , quæ diutius poterant aſſervari : inde initium commerciis : ad faciliorem conſervationem acquiſitorum inventam deinde pecuniam , & certis rebus , ut metallis , & gemmis impoſitum pretium : inde vero opum diſcrimen , inde occupata pretio & Terræ ſuperficies , quæ communis aliter extitiſſet, opibus, & camporum
porum

Aſt & opus quantum, & quantum petit ipſa voluptas.
Quod ſupereſt, non fas corrumpi; prodiga non eſt,
Quamvis ſit Natura ferax, & in utilitatem
Omnia vult verti, ne, quæ ſtruit, irrita fiant.
Propterea tantam Terrai ſumere partem,
Quam colat, & largo fœcundet ſemine verſam
Cuique licet, victum ſibi quanta effundere poſſit.
Non aliis id erit damno, non cauſa querelæ
Juſta. Quid? una ſatis non Terra ſit omnibus, æque
Qui capiant? unquamne fuat penuria parvi?
Ulli deficiant ſola, queis paſcatur, aranda?
Pleraque ſed quoniam, quæ vitæ accommoda noſtræ,
Tempore non poſſunt longo ſervata manere,
Sed niſi forte brevi noſtros vertamus in uſus,
Putreſcunt facile, & minuuntur, diſpereuntque;
Qui ſinat hoc fieri, Naturæ dona profundit,
Atque injurius eſt aliis, quia ſumit acervo
Plus de communi, quam quantum poſtulat uſus,
Proinde aliis damno eſt, conſumere qui potuiſſent
Utiliter. Tum par largiri mutuà partem,
Quæ ſupereſt, poſt ut tantundem reſtituatur,
Fragaque cum nucibus brevia, ut ſerventur in annum,
Et collapſuris victuros frugibus agnos
Mutare, & pretium hinc variis edicere rebus.
Huc igitur nos paulatim traduxit Egeſtas
Multa docens; mox hunc longe, longeque receptum
Protulimus morem; pretium confingere quippe
Rebus inutilibus libuit tunc, utpòte raris,
Et quæ perpetuo poſſint ſervarier ævo,

Æs

porum dominio diſtinctis hominibus, cœpiſſe & familiarum diſcrimen, habitis pro nobilioribus iis, qui a ditioribus orti eſſent, ac proinde & Reges exortos, qui plurimis præeſſent; & populos, qui diverſis parerent Regibus, & e contrario paupertatem, ac ſervitutem; tum & vim, ac furta, & rapinas, & idcirco leges, ac judices, quibus cuique ſuum adjudicaretur: inde vero & arvorum fines circumſeptos, & limites poſitos, cumque potiſſimum in Ægypto Nilus fines confunderet, limitibus vel abreptis, vel aggeſtione terræ ſepultis, Geometriam habuiſſe ortum, quæ ipſos definiret campos delineationibus ad altiores poſitiones alligatis: hanc vero Geometriam eo delatam a neceſſitate, inde ad luxum quendam proceſſiſſe, ut Terram totam dimetiri ſit auſa, & definire diſtantias ac magnitudines Solis, & Planetarum.

Æs velut, argentum, atque aurum, atque adamantina ſaxa.
Hinc eſt ſignato pecore orta pecunia primum
Scilicet, hac nobis conſtant ab origine nummi.
Crevit avarities hinc, nam, quam ſervet, adepta eſt
Rem facile, accumuletque, diu ſi parcat abuti:
Hinc ceſſere in opes privatas publica terræ
Jugera, quæ populo quoque magno ſint ſat alendo,
Et potiundi aucti, extenſique per omnia ſines;
Nempe ita ſervari, quodcumque dat ubere gleba
Tellus ipſa, poteſt, nihil ulla & diſperit e re.
Sic cui principio potiundi cura, laborque
Major erat, magis & ſervabat, major haberi
Idem aliis, longeque potentior, ad ſua flectens
Multos arbitria, & fors omnes, debuit unus;
Et ſua progenies meliori e ſemine viſa eſt
Duci, atque exortus ſortiri nobiliores.
Protinus hinc Regum, & Dominorum nomina terris,
Prorſum ignota prius, ſunt prodita, nobilitaſque
Cum cenſu venit; paupertas, ſervitiumque
Fluxerunt etiam, ſimul & vis, furta, rapinæ:
Propterea & leges ortæ, cujuſque quod eſſet,
Tutum quæ facerent, & habendi quæ ſua, normas
Præciperent, lites ne litibus exciperentur.
Et quoniam cum nos procurrimus immoderate
In rebus, prima amota, nova ſurgere Egeſtas
Uſque ſolet; debet nova ſuppeditarier uſque
Ars etiam, multas poſt ſe tractura quoque artes.
Quare & prætentis finiti ſepibus agri,
Et poſitus campis limes, menſuraque in arva
Inducta eſt, quod quiſque habet, ut cognoſcere poſſit,
Quodque ſuum eſt, colere, atque aliena abſiſtere gleba.
Præſertim ſola partiri per jugera lata
Vobis cura prior fuerat, repetita quotannis,
Qui lætam Ægyptum colitis, ripaſque feraces
Nili exundantis; delebat quippe quotannis
Omnes agrorum confuſo limite fines
Nilus, & æquabat limoſis omnia limphis.
Proin ſua ſervandi Menſorum hinc extudit artem
Ardor, opumque fuit terras numerare cupido
Quæ docuit; poſt ad faſtigia pergimus artis

Hujus

Hujus item, prætergreſſi, quo duxit Egeſtas:
Ad Terræ nam ſic noſcendum venimus augmen
Totius, hinc etiam ad Solem, & palantia Cæli
Sidera, non humili correpti huc ambitione.
Quapropter [1] ne te in promiſſis plura moremur;
Terra quibus dimenſa, modos, age, percipe plures;
Tum luſtrandum auras obeuntes undique Terram,
E liquidis iterum ad Cælum ſuſtollar ab auris,
Quam gravis aſtrorum, viſurus, quæque vagantum
Sit moles, non libræ examine, ſed rationis,
Viſurus Lunæ indociles motuſque, viceſque:
Ire, redire vias ſublimes ſæpe neceſſe eſt.
Quærebant [2] olim qui Terræ totius augmen,
Eſſe rotundam ipſam prius omnes arripiebant;
Proin facile ex aliqua dimenſa parte rotundæ
Delabi fuit ad totam, & cognoſcere, quanto
Orbe ſit, & notis circumdare millibus amplam.
Hoc prodit tentaſſe vetus quem fama, Syenem
Ille urbem, cum Sol, per chelas Canceris iret,
Alti crediderat ſub recto verbere Solis
Eſſe ſitam; nam rumor erat tum lumine adiri
Immiſſo puteos ex omni parte profundos,
Et tenebris prorſus ſpoliari, umbraque carere.
Præterea illam urbem (Pelleo condita Rege
Urbs erat huic ſedes Ægyptum prima per omnem)
Æſtiferum rectà a ſeſe ſic vergere ad Auſtrum,
Ut ſimul aſpicerent mediam noctemque, diemque.

Jam

1 Hìc jam aggreditur argumentum ſuum, & proponit, quæ potiſſimum hoc libro pertractaturus ſit: plures methodos dimetiendi Terram: inde plura, quæ pertinent ad aerem Terræ circumfuſum, quo ſuperato iturus eſt iterum in Cælum ad determinandam molem, & maſſam plurium Aſtrorum, quibus definitis aget de Lunarium motuum viciſſitudinibus.

2 Incipit a Veteribus, qui Telluris figuram habuerunt pro ſphærica, in qua hypotheſi admodum facile fuit inveſtigare magnitudinem totius Terræ, quæ nimirum profluebat ſtatim e dimenſione arcus terreſtris cujuſcumque, ubicumque per accuratas menſuras determinati. Hoc argumentum pertractabimus de more uberius in ſupplementis in hunc locum, hìc interea Noſtrum ſequuti preſſius: porro pleraque ex iis, quæ profert huc pertinentia, continentur in meis diſſertationibus de Veterum argumentis pro Telluris ſphæricitate, ac de figura Telluris, & in meo opere *De Litteraria expeditione per Pontificiam ditionem*, ac ejuſdem operis ſynopſi

iti-

Jam prope diſtantes æque inter mutua ſeſe
Cum radii Terram veniant a Sole per omnem
Tam procul educto (cui punctum eſt Terra relata
Immani ſpatio), talem catus extudit artem.
Surſum dimidiam convertit ad alta cavati
Aſtra globi partem, cui filum aptarat ahenum
E medio recta ſurgens, mediaque cacumen
Summum prorſus habens ſectæ in regione pilai.
Ergo per Cancri, qua Sol fuit altior hora,
Solſtitium, fili vidit quam longa ſit umbra;
Nimirum decies quintam comprendere partem
Ejus circuitùs, tantam proin totius eſſe
Circuitùs Terræ partem percepit idipſum
Intervallum, urbem diſtenſum hanc inter utramque;
Quo te ipſum ratio tibi non impervia ducet.
Aſt utramque urbem quod diſtinet intervallum,
Æquabant quinis ſtadiorum millibus, oras
Æſtiferæ longe regionis qui peragrabant.
Quapropter cingit qui Terram maximus orbis,
Biſcentum, & decies ſtadiorum quinque neceſſe eſt
Millibus excurrat: Quod, ſi prima omnia conſtent

Vera,

itidem mea inſerta Commentariis Academiæ Bononienſis.

Primo loco exponit dimenſionem Terræ factam ab Heratoſtene. Is ex obſervationibus habitis in Africa in urbe Syene, & Alexandriæ definivit ambitum circuli Terræ maximi ſtadiis 250000.

Suppoſuit Syenem eſſe ſub ipſo Tropico Cancri, quod in meridie æſtivi Solſtitii dicerentur ibi putei illuminari uſque ad fundum, quorum unum, ajunt, fuiſſe profundiſſimum, ex cujus fundo extra id tempus noctem alente umbroſiſſimam interdiu etiam ſtellæ apparerent, quo & Virgilium ſpectaſſe putant binis illis verſibus.

Dic quibus in terris, & eris
mihi magnus Apollo,
Tres pateat Cæli ſpatium non
amplius ulnas.

Deinde ſuppoſuit Syenem, & Alexandriam ſub eodem meridiano eſſe, illa jacente accurate ad Auſtrum reſpectu hujus: id an ita ſe habeat, cognoſci poterat in primis ex Lunæ defectibus, qui ſi eæ urbes ſub eodem meridiano erant, debebant utrobique apparere eodem horarum numero ante, vel poſt meridiem aut mediam noctem.

Suppoſuit itidem ex communi itinerantium fama intervallum inter eas urbes eſſe ſtadiorum quinque millium.

Iis ſuppoſitis erexit Alexandriæ hemiſphærium, in cujus centro erat vertex ſtyli e medio hemiſphærio verticaliter erecti. Obſervavit ejus ſtyli umbram in meridie ſolſtitii æſtivi, nimirum diſtantiam cuſpidis umbræ ipſius a pede ſtyli, quam invenit eſſe partem quinquageſimam circumferentiæ circuli maximi ejuſdem hemiſphærii.

Vera, queat nulla prorſus ratione refelli.
Verùm [1] non illæ mediam noctemque, diemque
Prorſus eodem agitant momento temporis urbes,
Altera ad occaſum ſed paulum flectit, ad ortum
Altera; nec prorſus Cancri ſub culmine ſummo,
Quo deorſum ſe Sol parat intorquere, Syene eſt;
Nam non e medio venientes Sole profundos
Tum radii illuſtrant puteos, ſed proximiore
Extremæ a puncto flammantis lampadis oræ.
Præterea neque ſunt illo uno de rutilante
Emiſſi puncto radii, quibus ultimus umbræ
Finitur limes, ſed limbo prorſus ab omni
Circum Solis, uti non poſſint fingier æque
Diſtare inter ſe, quin ſit diſcrimen in umbra.
Denique, quod ſupereſt, ſtadiorum millia quina
Urbibus eſſe putes illis interſita prorſus?
Poſſe iter exhauſtum metiri tam bene credas,
Qui faciunt, ducuntque viam, quam longa, labore?
Singula quæ poſſunt, quod tu deduxeris illinc,
Irrepente aliqua facili corrumpere fraude.
At non illa ſagax ratio minus eſſe videtur
Idcirco, per quam Terræ metirier orbem
Scilicet inventum eſt, ſuaque ars exordia cœpit.
Porro [2] alium non Sol, nocturni at ſideris ignis

Du-

phærii. Inde autem intulit intervallum inter Alexandriam, & Syenem eſſe partem itidem quinquageſimam circuli Terræ maximi, quod qua ratione ex quadam parallelarum linearum proprietate conſequatur, videbimus in ſupplementis.

Cum igitur 50 ductum in 5000 exhibeat 250000, inde conſequebatur neceſſario totum Terræ ambitum continere ſtadia 250000.

1 Hìc ea exhibet, quæ ejuſmodi menſuram reddunt minus accuratam: nam nec illæ urbes ſunt ſatis accuratè ſub eodem meridiano, nec Syene eſt prorſus ſub ipſo tropico, puteos illuſtrantibus die ſolſtitii ad fundum radiis non a centro, ſed ab alio diſci ſolaris puncto provenientibus, nec umbram ſtyli finiunt radii provenientes a centro Solis, quod requireretur ad illam parallelarum proprietatem, ſed radii provenientes a ſupremo margine; & ipſum intervallum quinque millium ſtadiorum, nimis craſſo tantummodo viatorum judicio, & æſtimatione quadam creditum, non erat ſatis accuratum, quas omnes ob cauſas menſura terreſtris ambitus obvenit erronea, nimirum multo major juſta: adhuc tamen methodus eſt admodum ingenioſa, & ſagax.

2 Aggreditur methodum adhibitam a Poſſidonio, qui ad eam dimenſionem eſt uſus ſtella fixa primæ

Duxit, uti fines Terræ præſcriberet orbi.
Namque Rhodo, tanto claram quam fecerat ipſe
Hoſpitio, plus quam moles ea vaſta Coloſſi;
Submiſit faſces Doctrinæ Oriente ſubacto
Magnus ubi, & ſubiit parvos, ut templa, penates;
Tu quoque ab Arpino, largum cui flumen & aureum
Eloquii, cupidus fontem hunc virtutis adiſti;
Ergo Rhodo ex humili ſummas ita radere ponti
Aſpiciebat aquas ſidus (dixere Canopum,
Fulgurat Argoæ quod clavo navis inhærens)
Ut ſubito exortum caderet, pelaguſque ſubiret.
Illud at Ægypti primo de littore viſum,
Mœnia quo Macetæ ſurgunt de nomine Regis,
Parte aliqua ætherii ſurſum ſe totius orbis
Extollebat, ubi jam ſummum culmen adiret;
Et quia utrumque ratus mediæ eſſe ſub orbe diei
Uno eodemque locum; pariter, ſeſe inter, utrumque
Percepit tantis removerier intervallis,
Æqua illi parti Terrai ut totius extet
Pars ſe inflectentis circum, & redeuntis in orbem.
Sed ſpatium certis finibat millibus illud;
Ergo itidem hunc certis cingebat millibus orbem.
An minus ambiguis, quam ſit prior, hæc elementis
Menſura innixa eſt Terræ, ſuſpectaque nobis?
Adde, quod hoc humili quia ſidus fulget ab ora,
Se magis infringunt radii, quam Solis, ab alto
Culmine cum Cæli rutilantia ſpicula vibrat,
Ut novus hinc aliis cumulari debeat error.

Men-

mæ magnitudinis, quam Canopum appellant, ac eſt in temone navis Argo. Eam Rhodi videbat horizontem ſtringere, Alexandriæ vero cenſuit elevari ſupra horizontem parte quadrageſima octava totius circuli cæleſtis. Hinc cum cenſeret eas urbes ſub eodem meridiano eſſe, intulit intervallum inter eaſdem eſſe partem quadrageſimam octavam ambitus terreſtris, quod intervallum cum itidem ex craſſa navigantium æſtimatione cenſeret eſſe ſtadiorum 5000, attribuit toti circumferentiæ terreſtri ſtadia 240000, & ſingulis gradibus ſtadia 667.

Verum hanc etiam menſuram Noſter affirmat æque incertam eſſe, tum quia incerta ſunt, immo minus accurata ea omnia, quæ ipſe aſſumpſit, & præterea refractio horizontales obſervationes perturbat plurimum, quæ & Veteribus incognita erat, & eſt maximè variabilis, ac incerta; ſtellas autem attollit.

Quo autem Noſter initio hujus loci reſpiciat, ſatis patet: Pompe-

jum

Menſuræ [1], genus hoc, ſed adhuc fallacior illa
Tum tentata fuit ratio. Procul urbe Syene,
Cujus & hæc ſervant, exciſa & marmora nomen,
Qui tum adventabant, velut inter mira, referre
Hoc quoque conſuerant, illa regione ſub Auſtrum
Tercentum ſtadia a Borea protendere ſeſe;
Queis ſtadiis per humum quæ corpora conſita rectâ
Tollantur, muri veluti, celſæque cupreſſi,
Erectique ſitu quoque aheni proinde cylindri,
Ipſo in Solſtitio qua Sol altiſſimus hora eſt,
Ex ulla prorſus non ullas parte cadentes
Projicerent umbras; nam pars ſuper imminet una,
Cuique aliqua, illuſtrans Solis, qui corpore lato eſt.
Perceptum hinc facile eſt, quam partem corpore lato
Cæli circuitùs Sol occupat, hanc quoque partem
Terræ circuitùs comprendi totius illis
Debere a ſtadiis. Sed jam quis neſciat, illos
Quam tutum non ſit fines ſervare ſine umbra,
Et latam Solis faciem, limbiſque receptam
Oppoſitis, illo præſertim tempore, quo, cum
Servarent, ſatis eſſe putabant in capiendis
Menſuris magnas tantum cognoſcere partes,
Et non partium item partes, iterumque reſectas,
Atque iterum, quas integris demaſve, vel addas.

Bar-

jum nimirum innuit, qui Rhodi ad ipſius Poſſidonii domum divertit permotus hominis fama, ac Ciceronem, qui ad ipſum audiendum eodem ſe contulit.

1 Aliam hic commemorat methodum minus adhuc exactam, qua idem Poſidonius eſt uſus. Cum nimirum fama eſſet, ſolſtitii æſtivi die in meridie corpora erecta perpendiculariter ad horizontem per 300 ſtadia nullam umbram projicere, hinc intulit, quam partem cæleſtis circuli Sol occuparet ſua apparenti diametro, eandem occupare in terreſtri circulo id intervallum, cujus nimirum ſingulis punctis puncta ſingula Solaris diametri ad perpendiculum imminerent. Cum Sol circiter dimidii gradus menſuram occupet, erueretur inde, ſingulos terreſtres gradus continere 600 ſtadia, adeoque totum circulum 216000. Verum, & hanc menſuræ methodum, dicit, multo minus exactam eſſe potuiſſe, cum admodum difficile ſit definire, ubi incipiat umbra eſſe aliqua, & cum apud Veteres non licuerit accurate definire diametrum apparentem Solis; nam ii non habebant inſtrumenta ſatis accurate diviſa in minutiſſimas partium particulas, uti habemus nos: caſu tamen factum eſt, ut hæc omnium maxime inter Veteres ad veram menſuram accedat, cum exhibeat pro gradu milliaria antiqua 75.

Barbara [1] cum premerent Europam bella, ferique
Vexarent uſus; proin late inculta jaceret,
Atque artes, legeſque ſibi lugeret ademptas,
Soli vos Arabes Terræ felicis Alumni
Aſtrorum motus cupidi ſpectaſtis, & alta
Convexa, atque caput ſupra labentia ſigna;
Effuſique aliis Victores protinus oris
Excultas artes noſtrum immiſiſtis in orbem.
Tum vos fama refert præclaræ laudis amore
Incenſos, Terræ, quam veſtris ſubdere totam
Legibus optaſtis, voluiſſe inquirere molem;
Propterea in vaſtis Aſiæ, quos Tigris, & ingens
Alluit Eufrates, campis comprendere certa
Menſura tentaſſe (gradum quam dicimus) unam
Terrai partem, quæ ſexageſima ſextæ
Nimirum partis conſtat pars unius orbis;
Tentaſſe, atque ſitu ex uno ſervaſſe locorum
Campeſtri, gradibus quot ſe illic evehat alte
In Cælum Boreæ vertex; exinde ſub ipſum
Iſſe polum, donec viſus ſublimior uno eſt
Hìc creviſſe gradu, dimenſos eſſe locorum
Dein interceptum ſpatium; totieſque repertæ,
Sunt quot in orbe gradus, numeros iteraſſe per orbem
Menſuræ. Numeros facile hos excepimus ipſi,
At non cum numeris rationem, qua fuit alte
Quæſitus vertex, non artem, qua loca menſi
Sunt ea, non ipſas menſuras, quantaque prorſus
Millia tum fuerint, quæ nunc accommodat aptans,
Ut vult, quiſque ſuis menſuris; lesbia virgæ

Re-

1 Quarto loco commemorat menſuram, quam octavo ſæculo, quo jam ingens Europam omnem barbaries oppreſſerat, tentarunt Arabes ſub Rege Maimone in campis Singar. Ut unum gradum obtinerent, nimirum partem ſexagies ſextam totius circuli terreſtris, proceſſerunt in iis campis in directione meridiani, donec iis uno gradu polus elevatior evaderet. In eo intervallo invenerunt ii quidem milliaria 56; unde univerſus Terræ ambitus facile deduceretur; ſed non ſatis conſtat, qua menſura ſint uſi, & cujus magnitudinis fuerit eorum milliare: hinc eandem menſuram nunc alii alio accipiunt modo, & ſuis uſibus accommodant, atque id eadem ratione, inquit Noſter, qua crudeliſſimus ille apud veteres Procuſtes eſt uſus, quem ferunt, hoſpites ſuos necare ſolitum, & vero etiam torquere, cum breviorum membra in equleo vi diſtenderet, donec æquarentur lecto, longiorum abſcinderet.

Regula qualis erat, ferus aut mos ille Procuſtis
Aptantis peregrina cubantum corpora lecto;
Exæquabat enim vi, cum breviora fuiſſent,
Diſtendens artus, nervorum & texta reſolvens,
Sin contra a pedibus ſupereſſent longa, recidens.
Sed [1] quid opus tam priſca ſequi, jam noſtra reductis
Jamdudum his ſtudiis ſi florent tempora? magnum
Terræ ad quærendum certatim incumbitur augmen
Nunc iterum: primum nempe hunc hauſere laborem
Unà omnes Italique viri, Gallique, tumentis
Quique colunt Thameſis ripas, Rhenique bicornis.
Protinus eſt ratio ſua cuique inventa, moduſque.
Namque [2] fuit, qui, poſſet uti cognoſcere Terræ
Id ſpatium, quantum eſt, quod ſcilicet ante ſub uno
Eſſe gradu Cæli ſervaverat, ibat in alto
Invectus curru, per quot converteret orbes
Se rota, dinumerans, cujus jam marginis oras
Ærati fuerat circum dimenſus, iterque
Inde ſuum ſic omne putabat; quodque viai a
Flexibus, atque ſolo viſum eſt diſcrimen iniquo
Prodire, id ſumma minuens tollebat ab omni.
Num terræ Menſor totius fidere tali
Debuit, & tantis menſuræ erroribus actæ?
Quid ſit opus demi, non cernat, at æſtimet anceps?
Tum [3] fuit & triquetra qui rem cognoſcere forma
Aggreſſus, ſtruxit tali triquetram arte figuram,

1 Tranſit jam ad conatus Recentiorum in inveſtiganda Telluris magnitudine, qua in re omnium Europæ cultioris populorum induſtria enituit.

2 Primum memorat Fernellium in Gallia, qui obſervata in æſtivo Solſtitio altitudine Solis meridiana provectus eſt curru in directione meridiani, donec unius gradus diſcrimen inveniret. Interea, ut binorum locorum intervallum obtineret, numerabat converſiones rotæ, ex cujus circumferentia cognita, & converſionum numero eruebat intervallum ſublata ea parte, quam æſtimatione quadam cenſuit deberi curvaturæ, & inæqualitati viæ, per quam vehebatur. At quam craſſa ſit ea ratio determinandi intervalli, nemo non videt.

3 Secundo loco proponit tentamina P. Ricciolii, qui uſus eſt triangulo, cujus unus angulus eſſet in centro Terræ, reliquorum alter in turri Mutinenſi, alter in Paterno monte Bononiæ. Definitis per obſervationem angulis in Turri, & monte ope lineæ viſualis tendentis ab altera ſtatione ad alteram, & fili penduli tendentis ad centrum Terræ habitæ pro ſphæra,

Ejus apex Terræ in medio ut ſe conderet imæ,
Flexus & in ſumma turri foret alter, & alter
Culmine in aerii montis, proſpectus in illam
Unde patet; flexum hunc utrumque, receperit intra
Quot ſua crura gradus, facile exploravit, & iſtis
Percepit notis, quantus prior ille profunda
Conſitus in Terra, qui formæ in acumine ſummo eſt,
Conſtiterit; quot proinde gradùs ſit partibus inter
Se disjunctus apex turris, montiſque viciſſim;
Quod ſpatium pedibus dimenſus deinde, per omnem
Circuitum ſic ſe potuit convertere Terræ.
Sed præter quam quod tractus brevis iſte locorum eſt,
Quique, vel exiguum nulla vitabile cura
Diſcrimen, faciat, magnum ut grandeſcat in auctum,
Dum vice multiplici totum transfertur in orbem;
Illuc fraudis item multum irrepſiſſe, neceſſe eſt,
Quod lux, a rebus dum mittitur, inter eundum
Per liquidos calles, fœtaſque vaporibus auras,
Flectitur, & torquetur; & ipſum id noſcere, quidnam
Hìc faciat, ſemper durum eſt, incertaque conſtat
Quærendi hoc ratio; ratio proin ſemper, oportet,
Hæc quoque ſervandi fallax, incertaque conſtet:
Scilicet in montem curvo de turre profuſa
Tramite convexam vertente ad ſidera partem,
Ibat lux; ideo magis apparere patentes
Hi flexus, quam par, gemini, & ſubtilior ille,

Quam

ra, definivit angulum in centro Terræ, cui reſpondebat intervallum inter ea duo loca, quod menſuris diligenter actis obtinuit, ac inde & unius gradus, & totius terreſtris periphæriæ menſuram deduxit.

Verum & hæc methodus erronea fuit: præter brevitatem ejus tractus, in quo minus invenit, quam trientem unius gradus, ut idcirco error in ea dimenſione commiſſus, dum ipſa ad totum ambitum traducitur, excreſcat plus quam mille vicibus, erroneam plurimum reddit eam methodum illa luminis proprietas, quæ dicitur refractio, qua radius, dum a medio rariore tranſit ad denſius, cæteris paribus inclinatur ad perpendiculum; unde fit, ut linea viſualis, quæ tranſit per regiones aeris non æque denſas, incurvetur, & angulos obſervatos reddat majores juſto, adeoque tertius, qui debet eſſe reſiduum eorum ad gradus 180, juſto minor evadit, & proinde plura, quam par eſt, uni gradui, & toti Telluri milliaria tribuuntur. Hunc errorem Riciolius nequaquam conſideravit, quem quidem accurate æſtimare eſt admodum difficile, quin immo is pro diverſa conſtitutione atmoſphæræ diverſus eſt.

Quam par, tertius eſſe; gradùs pars ſcilicet illa
Major ob hoc, & major item quoque Terra videri
Debuerat, quam ſit, ſedeſque excreſcere noſtra.
Cætera [1] quid memorem, primo velut artis in ortu
Quam variis tentata modis? cum noſcere paucis
Poſſis certus ab his, non eſſe ſagaciter illas
Tractatas Terræ menſuras; proinde tuaris
Congruere inter ſe non illas poſſe viciſſim,
Sed magnum numeris prendas diſcrimen in illis.
At ſi ſexque, decemque retrorſum in luſtra abeamus
Mente haud immemori, admiſſique Lutetia muris
Pulchrarum rerum, & magnarum dædala mater,
Hoſpitioque tuo, peregrinis ſubjiciamus
Cuncta oculis, alte magnas conſurgere moles
Æternam in ſedem doctrinarum, atque leporum
Aſpiceremus, & Uranies ſuper omnia turrim
Attolli, qua jura Deæ cæleſtia conſtent;
Tum ſubito in ritus veteris, legeſque Academi
Conventus hominum fieri, doctumque Senatum
Cogier. Hæc conſulta Virum graviora fuere,
Primaque, mole ſuper Terræ, formaque videnda.
Jamque [2] Duces lecti; gelidas metitur in oras
Alter ab urbe, gradus quantum protenditur unus,
Alter at oppoſitum ad Pyrenes uſque nivoſæ
Radices per quinque gradus procurrit in Auſtrum.
Italia hunc Gallis civem donarat habendum,

1 Cum horum methodi extiterint uſque adeo imperfectæ, mirum nequaquam eſſe, affirmat, ſi menſuræ horum omnium, & aliorum, qui ſimiles adhibuerunt methodos, a ſe invicem uſque adeo diſcreparint. Tum gradum facit ad inveſtigationem in immenſum accuratiorem, quæ inſtituta eſt poſtremis hiſce potiſſimum 80 annis poſt conditam in primis Pariſienſem Academiam, quam meritis effert laudibus, & erectam non Turrim tantummodo Aſtronomicam, ſed quoddam veluti auguſtiſſimum Uraniæ templum in celeberrimo Pariſienſi Obſervatorio.

2 Duas hìc graduum dimenſiones conjungit ab Academicis Pariſienſibus inſtitutas, alteram a Piccarto in Boreali Gallia, alteram a Dominico Caſſino in Auſtrali, qui quidem a Pariſienſi Obſervatorio per 5 gradus Pariſienſem meridianam lineam produxit in Auſtrum uſque ad Pyreneos montes, quam Jacobus Caſſinus ejus filius in Boream deinde produxit DunKerKam uſque. Utrumque autem tractum multo deinde diligentius novis determinavit menſuris cum Caillio Caſſinus de Thury Dominici Nepos, Jacobi filius, qui nunc ma-

Ipſe parem poſt ſe veſtigia magna ferentem
Progeniem; Natique labor fuit ire remenſum
Arctoa de parte gradum, procurrere & ultra:
In laudes, nomenque Nepos ſuccedit utrique,
Menſuriſque ſuis loca menſa retentat, avitam
Et relegit, patriamque viam, & quoſcumque Priores
Luſtravere gradus partiti Gallica regna,
Luſtrat agens, & opus multorum perficit unus.
Porro [1] majus opus decretum, nempe remota
Tentandæ regione viæ, ſpatia atque adeunda
Inter ſe vaſto longe diſtantia Cælo,
Rem magis aucta fides ut panderet; ire Americæ
Ad loca tum viſum, ſupra quæ præterit orbis
Nocte diem exæquans, atque ad torpentia brumæ
Regna, polo vicina, æterni ad frigoris oras.
Quas tibi menſuras Terræ dum pandimus omnes,
Et variam longo rationem carmine, & artem,
Exhauſtoſque viris evolvimus inde labores,
Tenuia, ſpero equidem, non argumenta quereris
Texere me pertæſus; at huc tibi proinde libebit
Subtractam interea curis adjungere mentem;
Nam neque nobilius, veteri neque majus ab ævo
Ad ſeros quidquam tranſmittere fama Nepotes,
Volvendæque diu ætati contradere poſſit.
Ipſe [2] gradu cupias uno ſi noſcere, quantum
Prendatur ſpatii, geminas res ante neceſſe eſt

Pro-

xime Pariſiis floret, uti videre eſt in præſtantiſſimo opere, cui titulus *Meridienne Verifieè*. Nondum autem omnia perfecerat, cum primum hæc Noſter ſcriberet.

1 Progreditur ad ulteriora, & multo utiliora, ac multo majore celebratione digna ejuſdem Academiæ tentamina. Ea, cum intervallum inter gradus in Gallia definitos eſſet nimis exiguum ad definiendam inæqualitatem graduum, quæ jam inveſtiganda erat, Telluris figura abludente a ſphærica, ſed nimis parum ab eadem diſcedente, binas Academicorum turmas dimiſit ad loca inter ſe diſtantia fere per quadrantem circuli Terræ maximi, nimirum alteram ſub æquatorem, & alteram polum borealem verſus, ut ad eum, quantum liceret, accederet: acceſſit autem uſque ad polarem circulum. Methodum ab his adhibitam exponere aggreditur: nos hic eum ſequemur de more, at in ſupplementis in hunc locum, quæ ad hanc inveſtigationem pertinent, diligentius evolvemus, expoſitis iis, quæ pertinent ad determinationem figuræ terreſtris per gradus.

2 In primis ad habendam menſuram

Propterea tentes reperire; ſub orbe diei
Nimirum mediæ diſtantia puncta viciſſim
Inter ſe Terræ duo percipe; noſcere flexum
Primò illum debes, quem fila cadentia rectà
Terræ ad planitiem, rectàque meantia utrinque
Efficerent illic, ubi opus concurrere longe eſt
Obvia viſceribus ſub Terræ merſa profundis:
Præterea debes, inter duo puncta quid extet
Diſtenſum ſpatii, quot paſſus nempe, vel ulnæ,
In medio cognoſſe ſolo, æquataque ſupernè
Planitie, ne quid montes, valleſque ſupinæ,
Turrita officiant vel mœnia, vel nemora alta.
His ſubito menſura gradùs conſtabit ab actis;
Nam gradui ſi flexus erit par ſcilicet uni,
Punctorum intervalla gradu claudentur ab uno;
Sin major, ſeu forte minor, minor ipſa neceſſe eſt
Sit tanto menſura gradùs, majorve reperto
Terræ illo tractu gemina inter puncta recepto.
Propoſitum [1] ſed jam metiri qua ratione
Poſſimus flexum? ſenſu non pervia Terra eſt,
Viſceraque illius penetrare ſub alta negatum:
At non oppoſitas in partes ire negatum eſt
Poſſe, atque in Cælum contra protendere fila,
Ut ſignent noſtris puncta impendentia punctis,
Ætheriique arcùs medios inquirere tractus.
Propterea quoddam ſidus, quod, culmine motùs

ſuram unius gradus proponit ſeligenda duo puncta in ſuperficie terreſtri, a quibus concipiantur binæ rectæ lineæ perpendiculares ad ſuperficiem regularem Terræ, quæ rectæ ibi, ubi concurrerent, quendam angulum continerent. Oportet determinare illum angulum, & determinare illorum punctorum diſtantiam aſſumptam itidem in ſuperficie quadam Telluris, quam concipiamus æqualem. Si enim ille angulus fuerit unius gradus; hæc diſtantia exhibebit menſuram gradus terreſtris, ſecus facile res perficietur factis ut eſt angulus ille inventus in concurſu earum rectarum ad gradum unum, ita diſtantia inventa ad unum gradum.

1 Exponit hìc primo loco difficultatem, quæ ſe objicit, obſervandi illum angulum, quem nimirum immediate determinare non licet, cum non poſſimus producere illas rectas perpendiculares ſuperficiei intra viſcera ipſius Terræ uſque ad concurſum, & eo nos pervadere ad capiendas menſuras: tum exhibet methodum id præſtandi definiendo diſtantiam inter bina zenith, ſive puncta, quæ iis binis terreſtris ſuperficiei punctis imminent in Cælo

Cum fuerit ſummo, nimium non vertice flectat
A noſtro procul (ex humili fracti omnia turbent
Nam radii), ſervant oculo vigilante, & utraque
Suſpiciunt regione loci, quam vertice diſtet
Servantum, prope præteriens cum tranſit, utroque.
Sic geminus quem tum vertex intercipit, arcum
Scire datur, proin & Terræ quem puncta coercent.
Quarta orbis parte id peragunt; diviſa ſuperno eſt
Inque gradus æquos limbo, graduumque minutas
Particulas; medio dependet acumine filum,
Tenditur adjuncto quod deorſum a pondere plumbi;
Binaque, ab hoc medio curvas quod tendit ad oras,
Vitra hærent lateri, queis ſidera tranſpiciuntur;
Inter quæ, ſpecies ubi rerum pingitur omnis,
Fac, tranſverſa loces, ſeſeque ſecantia rectà
Ærea fila: latus tum ſi direxeris alte
In Terram vertens ſignati marginis oras,
Videris & nodo filorum ſidus in ipſo,
Arcum, quo ſidus nimirum a vertice diſtat
In Cæli ſpatiis, ſimilem illi prorſus habebis,
Quem finit latus hinc, illinc a pondere filum
Diſtenſum; dum namque latus ſtat ſidus in ipſum
Directum, filum petet alti verticis oras
Pendens, atque apicem Cæli tranſcurret eundo.

Nec

ad perpendiculum, ad quæ puncta tendunt illæ binæ rectæ ſurſum productæ.

Porro horum diſtantia facile definitur, ſi jaceant in eodem Meridiano, capiendo ope quadrantis Aſtronomici diſtantiam utriuſque zenith a quapiam ſtella non nimis diſtante ab ipſo zenith, ubi nimirum refractio tenuiſſima inveſtigationem turbare non poſſit, in ipſo ejus appulſu ad meridianum; nam ſumma, vel differentia diſtantiarum ejus ſtellæ a binis zenith, prout ſtella jacuerit inter ipſa, vel extra id intervallum, exhibebit diſtantiam ipſorum zenith, quæ metitur angulum illum quæſitum, cujus caput diximus latere in intimis viſceribus Terræ.

Exponit hìc autem breviter, ſed ſatis & dilucide, & eleganter conſtructionem, & uſum quadrantis. Quadrans aſtronomicus eſt quarta pars circuli terminata binis circuli radiis, quæ ſunt quadrantis latera, & arcu circuli. Pendet e centro filum cum appenſo pondere, & alteri lateri adnexum eſt teleſcopium, quod binas habet vitreas lentes, in quarum communi foco, in quo objecti imago pingitur, diſtenduntur bina fila ſe ibidem interſecantia, ubi illud curandum, ut recta linea, quæ tranſit per hanc filorum interſectionem, & maximam craſſitudinem lentis objecto obverſæ, ſit in eadem directione ejus lateris, vel ſaltem innoteſcat, quantum

tum

Nec [1] Terræ ſpatium gemina inter puncta locatum
Ipſe queas propter montes, ſilvaſque vetantes
Directa ratione viæ deprendere menſum,
Sed variis opus eſt idcirco ambagibus uti.
Principio ſola ſunt tibi longa, atque æqua legenda,
Ut campuſve patens, vel ſtratum littus arenis;
Atque ea, ſignatas ulnis, pedibuſve catenas
Rectà extendendo, ſuper aptandoque ſine ullis
Flexibus, in totidem metiri millia debes,
Quot liceat, libeatque. Atque ex hac altera nobis
Quærenda eſt, quam propoſui, menſura locorum.
Quantum hic conſilii eſt? Quanti ratio iſta laboris?
Tentandum, ſi fors transferre in carmina poſſim,
Exorandaque ſunt, præſentia numina, Muſæ,
Ne me ſponte ſequi juga per montana, niveſque,
Præruptaſque vias, nemora & per inhoſpita nolint
Vadentem, haſque etiam ſuper alti inſcribere Pindi
Culmine menſuras, artemque ex ordine totam.
Scire [2] licet triquetra in quacumque hoc eſſe figura,
Ut rerum ſex de ſumma, quæ conſtat ab ipſis
Flexibus, & laterum coſtis, ſi terna pateſcant
Aut latera, aut gemina hæc cum flexu ſcilicet uno,
Cum latere aut contra duo flexus ſimplice, poſſis

tum ab eo declinet. Dirigitur teleſcopium ad ſtellam, & arcus quadrantis interceptus inter latus illud, ac filum penduli, correctus declinatione teleſcopii ab ipſo latere, ſiqua ſit, exhibet quæſitam diſtantiam ejus ſtellæ a zenith in arcu cæleſti. Nam latus quadrantis cum teleſcopio, ſi produceretur, abiret ad ſtellam, & filum penduli ad zenith, & proinde eundem angulum decuſſatæ eæ rectæ continerent ultra centrum, quem continent citra ipſum, ubi is ab arcu circuli definitur.

Notandum hìc & pro refractione correctiunculam adhibendam, de qua in ſupplementis.

1 Jam ad alterum tranſit opus dimetiendi intervallum binorum locorum ſuperficiei terreſtris, quod ne immediate definiri poſſit, vetant interjecti colles, ac montes, & omnis ſuperficiei terreſtris inæqualitas. Primo igitur loco ſeligenda eſt baſis aliqua in quapiam planitie, vel ad littus maris, quæ actuali menſura determinari poſſit accuratiſſimè redacta ad rectam lineam. Hìc etiam multum induſtriæ requiritur, qua de re dicemus aliquid in ſupplementis.

Ex ejuſmodi baſi, quæ ad plura milliaria extendi debet, eruitur deinde intervallum methodo, quam admodum difficile verſibus exprimi poſſe, jure affirmat; ſed jam aſperioribus quibuſque aſſuetus rem aggreditur.

2 Primo loco præmittit illud, quod ex Trigonometria conſtat: nimi-

Arte haud ignota Menſoribus, omnia quæ ſunt
Prendere præterea, & ſic ſena elementa videre.
Quapropter cum tu tractum per millia certa
Jam noſcas dimenſus, ab hoc exordia duces
Inde oculis ſignans varios ex ordine montes,
In Boream calido qui protendantur ab Auſtro,
Aut contra a Borea qui protendantur in Auſtrum;
Horum apices ita ſint poſiti, ut proſpectus in alterum
A geminis pateat, ſurgentibus ante, ſequentem.
His ita ſuppoſitis triquetram nunc concipe formam,
Finibus extremis quæ tractùs illius ante
Jam menſi, geminos habeat, metirier ipſe
Quos debes, flexus, in primi vertice montis
Tertius extet; erit, latus, ut deprendere utrumque
Poſſis in montem excurrens a finibus illis.
Extrue nunc aliam ſpeciem, velut ante, triquetram,
Unus ad unum illum ut pertingat nunc quoque finem,
Alter at hunc primum præſtringat acumine montem
Flexus, & alter item innitatur monte ſecundo;
Jam latus agnoſcis, quod ab illo limite primum
Tollitur in montem, geminos ſervare licebit
Et flexus quoſcumque; pateſcet proinde, quod optas,
Id lateris ſpatium, quod montem eſt inter utrumque.
Tres inter montes iterum educenda figura eſt,
Quam

nimirum in quovis triangulo ſunt tria latera, ſive rectæ lineæ, quæ ipſum terminant, & tres anguli facti in eorum concurſibus. Quotieſcumque innoteſcat unum latus, & duo anguli, ſemper & tertius angulus, & reliqua latera inveniri poſſunt per ipſam Trigonometriam.

Hoc poſito ſeligatur ſeries quædam montium pergens Boream, vel Auſtrum verſus, quorum primi vertex videri poſſit a binis extremis baſeos, ſecundus a primo monte, & ab alterutro baſeos extremo, tertius a præcedentibus binis, quartus a ſecundo, & tertio, atque ita porro, & concipiantur ea omnia puncta conjuncta rectis lineis, quæ exhibebunt ſeriem quandam triangulorum, quam & poligonum appellant. In omnibus hiſce triangulis licebit per immediatam obſervationem adeundo ea loca definire angulos: tum vero in primo triangulo licebit ex baſi jam inventa, & angulis invenire ejus latera, quorum unum erit commune ſecundo triangulo: in eo igitur dato uno latere, & angulis invenientur latera reliqua, ut illud, quod binos illos montes conjungit: ex hoc latere communi tertio triangulo, & angulis invenientur reliqua bina latera, quæ jungunt priores binos montes cum tertio, & ita porro omnia poligoni latera innoteſcent.

Præcipit autem & illud, ut poſtrema duo puncta poſtremum poligoni

ligoni

Quam doceo, cujus latus unum, ſcilicet illud,
Jam patuit, quod montem eſt inter utrumque priorem;
Ex hoc, atque aditis a flexibus altera noſces
Jam latera, inter eos tres proin ſpatia omnia montes,
Hac ratione novas effingens inde figuras
Ad quartum, atque alios tranſcurres ordine montes.
Cunctorumque petes apicum intervalla per omne
Propoſitum Terræ ſpatium. Cum denique fini
Accedes, facito, extremæ duo puncta figuræ
Ultima non gemino ſint fixa cacumine, verum
Campi in planitie lati ſita, detur ut illum
Tractum interjectum, numeris quem inveneris ante,
Paſſibus aptatis revera, ulniſque probare.
Ergo [1] congruere hæc ubi videris, eſt opus omnes
Intervallorum ſurſum, deorſumque meantum,
Ut varii haud æquo conſurgunt vertice montes,
Obliquas ſeries Terræ demittere in æquor,
Atque æquare ſolo. Hoc facias, a monte minori
Si rectum extendas nec ſe attollente meatum
Ductu, nec contra ſe demittente deorſum.
Hunc apice ex alio celſo magis in ſubeuntem
Inferius, recto incurſu via, quamque cadendo
Signaret corpus, ſuperincidat; ecce triquetra
Prodit forma recens, hoc cujus tertius extat

Fle-

ligoni latus jungentia capiantur non in binis montium verticibus, ſed in planitie aliqua, ubi aliam baſim metiri liceat, quæ & calculo ex præcedentibus triangulis eruta, & per actualem dimenſionem definita, ſi ejuſdem magnitudinis inveniatur, confirmabit ipſam ſeriem, & calculos præcedentes.

Hanc ſecundam appellant baſim verificationis; eſt autem etiam pro angulorum menſura ſua verificatio, captis enim non binis tantum, ſed omnibus angulis trianguli cujuſvis, ſatis eſt videre, an ſimul compleant accuratè gradus 180.

1 Habitis diſtantiis omnibus, ſive lateribus poligoni, binæ requiruntur reductiones eorundem, altera ad ſuperficiem æquabilem Telluris, ſive horizontalem ad ſenſum reſpectu cujuſvis puncti ab illa inclinatione, in qua ob inæqualem montium altitudinem jacent, altera ad directionem meridiani ab illa declinatione, quam inducit eorundem poſitio hinc, & inde a meridiano.

Priorem hic perſequitur, quæ pluribus methodis fieri poteſt: omnium commodiſſimam, & accuratiſſimam exhibebimus in ſupplementis, ipſe explicatu facillimam hic exponit. Concipiatur ab humilioris montis vertice recta horizontalis, quæ tendat verſus verticem ſublimioris, & ab hoc recta in eam perpendicularis. Orietur triangulum,

Flexus in incurſu notus tibi, namque fit inter
Exiguum, & magnum medius, rectumque vocamus.
Vertice verùm alii conſtant in utroque minores,
Quos valeas, quanti ſint, explorare, latuſque
Hos apices inter notum quoque, quippe repertum eſt.
Invenies igitur, via quæ ſubtenditur imo
Æquore procurrens, referatur qua latus iſtud,
Obliquum veluti projecta corpus ab umbra.
Hæc iterum, atque iterum perage, intervallaque in æquor
Projice cuncta, nihil ſurſum, deorſumque relinquens.
   Et [1] jam, quod ſupereſt, ſpatia hæc projecta, locati
Ipſi ut ſunt montes, vario ſerpentia ductu,
Inque alias, aliaſque plagas pergentia Mundi,
Nunc opus eſt partem convertere cuncta ſub unam,
Qua medius Cæli orbis ab Auſtro tendit ad Arcton,
Atque uno directa utrinque extendere ductu.
Propterea debes ſervare a monte priori
Quovis, quot gradibus, medium quem dicimus, orbis,
Seu mediæ malis orbem illum dicere lucis,
Diverſus declinet ab illo, qui meat alte
Per noſtrum caput, atque ſequentis montis acumen:
Tum ſat erit, ſi concipias a monte ſequenti
Planitiem ſublatam alte procurrere in orbis
Planitiem medii, rectoque ſecare meatu,

Nam

lum, cujus angulus in earum rectarum concurſu erit rectus ob perpendiculum demiſſum, angulus vero uterlibet, e binis acutis, qui habentur in montium verticibus, definietur obſervando ope quadrantis ex altero elevationem alterius ſupra horizontem, vel depreſſionem infra. Quare cum præterea jam innoteſcat diſtantia verticum, nempe latus obliquum prioris poligoni; habebitur & latus horizontale illud, ſive diſtantia reducta ad horizontem, vel ad quandam æqualem Telluris ſuperficiem.

1 Secundam reductionem hic docet. Pro quovis monte definiatur angulus, quem continet planum verticale tranſiens per montem alterum, quo latus reducendum terminatur, cum plano meridiani, & per hunc alterum montem concipiatur planum itidem verticale, & perpendiculare plano meridiani. Horum planorum interſectiones cum ſuperficie horizontali Terræ continebunt triangulum, cujus latera erunt diſtantia redacta ad planum horizontale, diſtantia ſecundi montis a meridiano ducto per primum, & ſegmentum meridiani contentum inter binos montes. Angulus contentus his poſtremis lateribus innoteſcet, erit enim rectus: angulus in monte priore itidem notus ſupponitur; & notum eſt primum latus. Quare innoteſcet & diſtantia cujuſvis montis a meridiano

ducto

Nam triquetram cernas Telluris in æquore formam,
Cujus flexus & hic rectus noſcetur, & ille,
Quem monte in primo ſervaveris; adde repertum
Jam latus, eſt inter montes quod ſcilicet illos
Projectum ſpatium: quare, quod reſtat, habebis
Illud item latus, a primo quod vertice in orbis
Planitie medii, & Telluris in æquore tendit.
Sic faciens iterum binos, iterumque per omnes,
Qui ſuperant, montes altos, humileſque viciſſim,
Ipſaque prima etiam camporum, extremaque ſigna,
Denique pervenies Telluris in æquore ad unum
Perpetuum ſpatium de primo limite ſummam
Protenſum ad metam, mediæque ſub orbe diei
Uno eodemque ſitum, menſuraque certa patebit.
Ne [1] tamen addubites, dabitur, rectene peractus,
Explorare, labor; proin ſic age, limite utroque
De ſpatii pariter ſervetur Luna, Joviſve
De comitatu aſtrum quodcumque eſt, cum ſubit umbram,
Ut ſic percipias, an eadem prorſus in hora,
Quam media incipiens numeres a nocte dieve,
Lumen id a prima carpi videatur utriſque
Nempe locis umbra; quod in illo tramite nullam
Significet fraudem, nec ad ortum vergier illinc,
Hinc contra occaſum, medio ſed pergier orbe.

Gau-

ducto per alterum, & quod magis quæritur, arcus meridiani interceptus iis montibus, ſive diſtantia montium jam ſecundo reducta ad arcum meridiani.

Hoc pacto collectis omnibus fruſtis meridiani intermediis, habebitur totus tractus continuus ejuſdem inter extrema puncta binarum baſium, vel etiam binorum punctorum quorumvis eodem pacto connexorum cum ipſis baſibus. Sunt autem & hic correctiunculæ plures adhibendæ, de quibus in ſupplementis, ubi etiam dicemus aliquid de methodo determinandi angulum, quem continet quodvis planum verticale tranſiens per binos montes, cum plano meridiani.

1 Innuit hic verificationem quandam, quæ adhiberi poteſt ad videndum, an bene proceſſerit tot calculorum labor. Nam in illa reductione ad meridianum, ex diſtantiis montium ulteriorum a meridianis tranſeuntibus per citeriores, definiri demum poteſt, quantum diſtet poſtremum punctum a meridiano tranſeunte per primum. Porro ſi obſervetur eclipſis Lunæ, vel Satellitis Jovis ſimul in utroque extremo, & conferantur inter ſe horæ ejuſdem illius phœnomeni pertinentes ad bina illa loca, innoteſcet, an ea ſint ſub eodem meridiano, & ſi non ſint, quantum diſtent, quod exhibet horarum diſcrimen, uti diximus l. 3 ad verſ. 819,

quod

Gaudebis tunc incaſſum haud cecidiſſe laborem;
Namque operum in ſerie tam longa, difficilique,
Qui, licet exiguus, ſubrepſerit, omnia prorſus
Diſturbet malus error, & irrita reddat, & illud
Durum opus immani molimine rurſus adiri,
Et refici cogat; velut in montem grave ſaxum
Quod vix truditur, & clivi prope culmen adeptum eſt,
Deficiente ſolo, aut tenui prodente lapillo
In vallem celerans ſubito devolvitur imam;
Damnati flent, Syſiphium repetuntque laborem.
At [1] quod ad ætherii fines, quos diximus, arcùs
Pertinet, hìc itidem fraus nequa illudere poſſit,
Inſpicere in motum, quicumque eſt, convenit omnem,
Accedit quo nempe polo, ſeu forte recedit
Stella micans (niſi tum geminis ſervetur eodem
Tempore forte locis), diverſo tempore namque
Non ſtatione una Cæli de culmine fulget.
Motus & hic certe duplex eſt, proditus alter
Jamdudum, quo quæque videntur ſidera ferri
Axe ſuper (quo ſe convertit & annua Tellus)
Lenta tamen nimium: biſcentum ſæcula gyrum
Conficiunt unum, deciesque his addita ſena.
Proditus alter at eſt nuper, qui conſit ab ipſo
Terrai motu, & diuturna lucis ab alto

Ad

quod diſcrimen collatum cum iis, quæ calculo eruta ſunt, omnem laborem illum immanem vel confirmabit, vel evincet erroneum, quo caſu oportebit ipſum iterare omnem, ubi Noſter elegantem inſtituit comparationem cum lapide evecto prope montis verticem, unde ſi prolabatur, non poteſt in ipſum verticem efferri, niſi improbo labore illo iterum renovato.

Ejuſmodi verificatio a nonnullis adhibetur, at error perquam exiguus, & inevitabilis in obſervatione eclipſium, qua definitur differentia longitudinum geographicarum pertinentium ad bina extrema, multo majorem errorem parit, quam qui in ejuſmodi reductione timeri poſſit. Sunt aliæ verificationes explicatu quidem difficiliores, ſed multo accuratiores, de quibus in ſupplementis.

1 Correctiones hìc proponit adhibendas obſervationibus illis diſtantiæ a zenith ad habendum arcum cæleſtem interceptum inter bina zenith, ſi binæ obſervationes non ſint factæ eodem tempore: Habent nimirum Fixæ ſuos motus, quorum mentionem fecimus lib. 4 ad verſ. 323, & ex iis motibus tres correctiones requirunt: primus eſt notus etiam Veteribus, qui dicitur præceſſio æquinoctiorum, & oritur a lentiſſima converſione axis diurnæ vertiginis Terræ circa axem eclipticæ, ac unam periodum vix

ab-

Ad nos uſque via; non ſe uno hæc namque propagat
Temporis in puncto, ſpatia & ſimul omnia carpit;
Has ob res geminas, radius qui noſtra laceſſit
Lumina, ab obliqua fert ictum parte; videmus
Propterea ſidus, non qua regione locatum
Revera tunc eſt, locus at, quem cernimus ipſi,
Per Cælum ſe circumfert in marginis oram
Exiguæ coni primo de ſegmine formæ.
Tertius his addi quoque motus denique poſſit,
Hæc reperit nuper quem noſtra ſagacior ætas,
Scilicet exiguum quo ſe polus ipſe per orbem
Bis denos uno decerpto volvit in annos,
Nunc ad Solis iter propius, nunc longius adſtans
Signiferum, vaſtoque ad conſita ſidera Mundo.
Hos igitur numeris motus comprendere par eſt,
Cum tuimur, quantum decedat vertice ſidus
A noſtro, variique ſitùs diſcrimen adimus,
Ne ſpes ſollicitos animos deludat inanis,
  Ergo [1] age, qui Boreæ Gallorum primus ad oras
Protulit urbe gradum a regali menſus, eumdem
Congruere octonis decies ad millia ſena
Millibus adjunctis invenit, tendere & ultra
Plus quater ad centum quam paſſus, ſcilicet iſtis
Jam decies ſeptem debes, atque addere binos.

No-

abſolvit annorum 26 millibus: ſecundus ante hos triginta annos inventus a Bradleyo ortus ex motu annuo Terræ, & propagatione luminis ſucceſſiva, ex quibus fit, ut non videamus objecta cæleſtia eo loco, quo ſunt, ſed alio ita, ut videantur nobis deſcribere exiguam quandam ellipſim qui motus ſingulis annis abſolvitur: tertius eſt ab eodem itidem Bradleyo inventus, qui appellatur nutatio axis, idcirco, quia conſiſtit in motu quodam exiguo, & velut nutatorio axis terreſtris, quo nimirum polus ipſe æquatoris circumagitur circa punctum quoddam medium, adeoque jam recedit, jam accedit ad planum Eccliptica, & ad ſtellas quaſvis, qui motus perficitur ſpatio proximè annorum 19.

Oportet noſſe, quantum ob hoſce motus acceſſerit illa fixa ad zenith loci prioris obſervationis ab ejus tempore uſque ad tempus obſervationis poſterioris.

1 Expoſitis, quæ pertinent ad obſervandi methodum, jam ipſas graduum determinationes ea methodo factas aggreditur, & ea, quæ inde conſequuntur.

Primum quidem profert Piccardianam determinationem gradus in Gallia Boreali factam, quam fuiſſe dicit paſſuum 68472: paſſum autem conficit ex 5 Pariſienſibus pedibus, & Piccartus invenit hexapedas 57060, cui numero ſi addatur ſua quinta

ars

Novimus at quoniam lentos nihil eſſe moratum
Sidereos illum motus, menſura, neceſſe eſt,
Claudicet hinc paulum. Verùm qui primus in Auſtrum
Incipiens illa menſuram duxit ab urbe,
Diſtenditque gradus in quinque (in quolibet uno,
Si quis erat, diviſus uti vaneſceret error),
Invenit medium a geminis utrinque receptum
Scilicet extremis gradibus, majoribus eſſe
Diſtenſum paulo ſpatiis, quam parte repertus
Qui fuit algentis Cynoſuræ ad lumina versà.
Tum [1] diſcrimine ab hoc menti facile incidit æquum
Terrai non eſſe globum, veramque repente
Exortum deſiderium cognoſcere formam.
Protinus [2] hinc etiam falſa ratione putatum eſt
Idcirco a gemino compreſſam cardine Terram
Eſſe, & plus medio tumefactam augerier orbe;
Quippe his ſervatis a rebus, forma profecto
Debuerat Terræ prorſus contraria reddi,
Nempe in utrumque polum quæ paulo longior eſſet,
Et primum coni ſegmen, velut ova, referret;
Nam qua curva magis frons Terræ eſt, nonne meatus
Sub Terram citius concurrant, conveniantque
In flexum, rectà quos ſubtus ducere tentes
Æque longorum geminis de finibus arcuum?

Atque

pars 11412, hexapedæ vertuntur in paſſus, & obtinentur paſſus illi 68472.

Primam ſubiicit Caſſini determinationem, qui in Auſtrali Gallia gradum medium æſtimaverat longiorem. Nam Johannes Dominicus Caſſinus tribuerat gradui medio in Gallia auſtrali hexapedas 57292, quas Jacobus Caſſinus in Commentariis Paris: ad annum 1718 reduxit ad 57100, quæ menſura Piccardianam adhuc excedit 40 hexapedis.

1 Ex hoc primo diſcrimine facile deductum eſt illud, figuram Telluris non eſſe ſphæricam, nam in ſphæra omnes gradus æquales eſſe debent; unde orta eſt inveſtigatio figuræ Telluris, pro qua poſtremis hiſce luſtris tot obſervationes ſunt habitæ.

2 Principio quidem per errorem cenſuit Caſſinus inde inferri figuram Terræ compreſſam ad polos, & elevatam ad æquatorem, cum nimirum ipſi viderentur debere eſſe remotiora a centro illa loca, in quibus majores gradus eſſent; ſed ſtatim patuit deduci contrarium. Nam ubi curvatura eſt major, ibi rectæ perpendiculares ſuperficiei citius coeunt, ubi minor, ſerius; adeoque menſura graduum debet eſſe minor, ubi curvatura eſt major, & major, ubi curvatura eſt minor; at in ellipſi prope verticem axis majoris curvatura eſt major, prope verticem minoris minor, adeo-

Atque ideo flexum hunc majorem mutuà juncti
Non faciant? Quapropter eo minor eſſe profecto
Unius menſura gradùs non debeat illic?
Aſt in ea coni, quæ ſit de ſegmine primo,
Effigie, mage frons curvato inflectitur arcu,
Qua de parte magis producitur; atque ubi diſtat
Planitie minus a recta, ſubtilior exit,
Et minor axis ibi eſt; ita ad axem creſcere debent,
A majore gradus dum pergunt axe, minorem
Continui, minimuſque gradus majore ſub axe eſt.
Inde fit, ut, Terræ ſi in cardinem utrumque minores
Pergunt uſque gradus, Tellus protuberet illac
Haud ſecus ac ovum; ſin ora augentur utraque,
Sit compreſſa, velut ſunt poma, a partibus ambis;
Fit pariter, ſi diſtantum diſcrimina noſcas
Menſuræ graduum, formam ut deducere poſſis,
Terrai quæ ſit circum, compreſſane conſtet,
Longane, uter major nimirum, & quatenus axis.
Ergo [1] ex ſervatis gradibus quoque, fraude retecta,
Compreſſam non parte polorum ab utraque putarunt
Eſſe, ſed ex illa contra percurrere Terram;
Nimirum non tum ſtetit hæc ſententia primum,
Quippe aliquis jam contulerat, quod rebus in iſtis
Omnibus & Terris tentatum, & tempore in omni eſt,
Et quod in Ægypto quondam, & quod nuper in oris
His Italis, Galloſque inter, Batavoſque peractum,
Imminuique gradus hoc viderat ordine notos.
Quin fuit & Lunæ ſervatos ante labores

De

adeoque Terra prominet ad eam partem, ad quam gradus decreſcunt; & ſi gradus creſcunt verſus æquatorem, debet eſſe producta ad polos, & ovo ſimilis, ſi verſus polum, compreſſa, & ſimilis pomo, vel cepe.

1 Hinc igitur eo errore comperto, ait Noſter, putatum eſſe juxta eas menſuras Tellurem eſſe productam ad polos, quod alius etiam ante Caſſinum ſuſpicatus fuerat ex aliis gradibus antea definitis, nimirum Eiſenſchmidius, videns gradus definitos a Snellio in Belgio, a Piccardio in Gallia, a Ricciolio in Italia, ab Eratoſtene in Ægypto ita inæquales eſſe, ut poſteriores, qui & auſtraliores ſunt, eſſent longiores prioribus; & alius, nimirum Kildræus, rem deducens ex arcu umbræ terreſtris in Lunæ Ecclipſibus, qui ei viſus fuerat inæqualis curvaturæ accedens ad formam ellipticam ellipſeos productæ ad polos. Quin immo & ejus productionis cauſam protulerat Kildræus, nives perpetuas nivibus nondum ſolutis ſuperingeſtas ad polos.

De tabulis qui cognoſcens, numeriſque retentans
Diceret haud æquis curvarier arcubus umbras,
Sed flexis ovi in ſpeciem, qua prædita Tellus.
Scilicet [1] hæc illis pugnabant, diximus ante
Quæ fluere ex ipſa gravitate, itidemque voluta
In ſeſe a Terra; proin hoc fuit, unde coactus
Eſt alios aliquis gravitatis quærere fontes,
Atque aliam legem, & rationem, qua revoluta
Terra licet, poſſit longa conſiſtere forma;
Nam viſum eſt potius Terræ tranſire figura
Ante a ſervata ad gravitatem, quam gravitate
Ad Terræ formam delabier ante reperta,
Cum gravitas variis poſſit rationibus æque
Aptari, at nequeat, quæ jam ſervata, refingi
Forma, & non ſpecies ea, quæ deprenditur, eſſe.
Certius [2] ipſam igitur ſervandi exorta cupido eſt
Formam animis, curaſque laboribus adjiciendi
Exhauſtas aliis; ſiquidem minus apta videri
Debuit umbra, jacit quam denſo corpore Tellus
In Lunam; exigua eſt etenim pars illius orbis
Umbroſi, facies Lunæ quo carpitur, arcus:
Ambiguam neque rem manifeſto pandere quibant
Menſuræ indicio, vel adhuc quæcumque recenti,
Et fida fuerant quantumlibet arte peractæ,
Scilicet unius concluſæ limite regni.

Nam-

1 Hujuſmodi figura producta ad polos pugnante cum theoria gravitatis ſuperius expoſita, quæ videtur requirere ob diurnam vertiginem figuram compreſſam, quæſita eſt & conciliatio ejus figuræ cum theoria gravitatis ipſius, quod conſilium hic innuit Noſter. Cenſuit nimirum Mairanius non ex theoria gravitatis inquirendum eſſe in figuram Terræ, ſed ex figura Terræ inquirendum in gravitatis theoriam. Directio vis totius compoſitæ ex gravitate, & vi centrifuga debet eſſe perpendicularis ſuperficiei, quæ data figura datur, & data per theoriam directione, & magnitudine vis centrifugæ, ac per obſervationes magnitudine vis totalis invenitur directio, & magnitudo gravitatis primitivæ, quæ cum vi centrifuga componit vim totalem.

2 Inde ortam affirmat cupiditatem inveſtigandi accuratius Telluris figuram per alias obſervationes, cum nec umbra Terræ in Eclipſibus Lunæ ad eam rem apta ſit, cujus nimirum nimis exiguum arcum videmus in Luna, nec obſervationes graduum nimium propinquorum in ſola Gallia inſtitutæ poſſint rem conficere ob differentiam ipſorum graduum nimis exiguam, & minorem, quam ut per obſervationes accurate definiri poſſe cenſeatur.

Namque propinquorum graduum diſcrimina tam ſunt
Parva, ut in hæc longe tenues nos ducere poſſint
Errores, quos unquam ulli vitare negatum eſt,
Utpote mortali quos non eſt prendere ſenſu.
  Proinde [1], Virum geminas viſum eſt dimittere turmas,
In domitas alios æterno frigore terras,
Æternoque alios æſtu exſuperante peruſtas,
Ut ſpatiis ita diſtantes ingentibus illi
Inter ſe, tantam ſperent vitare ſagaces
Servando, ſunt quanta gradùs diſcrimina, fraudem.
Quis memoret, quam dura locis utriſque laborum
Exantlata? Quibus ſeſe immiſere periclis?
  Jam [2] Laponum regna, ut vocitant, glacialia longe
Prima cohors adiit; quamvis & ſerior oris
Exiſſet patriis, gelida tamen ocyor iſtuc
Se retulit victrix, menſuramque extulit Urſa,
Vix tum iterum Cælo Sol ducere cœperat annum.
Non tot monſtra tamen Minyis domitanda fuere,
Dum narent prima Æetæa ad regna carina,
Fulvo ſurriperent ut clarum vellus ab auro,
Conſperſum quamvis mare concurrentibus eſſet
Tranandum ſcopulis, efflantes naribus ignem
Et Tauri æripedes ſubigendi, atque atra veneno
Ora ſoporifero vigilis religanda draconis;
Quot ſubeunda olli horrenti rerum aſpera terra,

1 Delabitur jam ad expeditiones binas, quarum & ſuperius eſt facta mentio. Nimirum ad ineundas obſervationes in locis ita diſtantibus, ut differentia graduum errores obſervationum omnino ſuperet, anno 1735 miſſi ſunt Duce Godinio in Americam Bouguerius, & Condaminius, ac paullo poſt duce Maupertuiſio in Laponiam Clerautius, Monierius, & Camuſius, qui quidem utrique, quos labores pertulerint, ſatis patet legentibus, quæ Maupertuiſius, Bouguerius, Condaminius evulgarunt.

2 Poſterioris turmæ expeditionem primo hic loco profert idcirco, quod paullo plus, quam per annum commorata, multo ante alteram, utut profectam prius, regreſſa eſt. Contulerunt ſe Torneam, in urbem Laponiæ proximam oſtio fluminis ejuſdem nominis, proximam polari circulo, in quo ortum ducit zona frigida, quæ perennes per hyemem noctes habet, & quidem in medio ſui, nimirum in ipſo polo, ſex diei perpetuæ, ſex vero noctis menſes numquam interruptos ullo Solis ortu: baſi locum dedit ipſa glaciati fluminis ſuperficies operta nivibus, intolerabili frigore oppreſſis Menſoribus, cujus frigoris effectus horridos hic Noſter elegantiſſime deſcribit:

Et quot erat curis duras opus addere curas.
Lecta fuit ſedes operi opportuna gerendo
Tornea, ad gelidæ procul Urbs confinia Zonæ,
Unde eſſe incipiunt hyberno tempore noctes
Perpetuæ magis, atque magis, dum maxima ſenos
Exæquet menſes, & lux quoque maxima ſenos.
Hìc calcanda jacet fluvii cognominis unda,
Cujus menſuræ viſa eſt aptiſſima primæ
Planities; ſed enim fuerat nix ſæpe viai
E medio evolvenda recens, quærendaque ſubter
Firma ſola; algentes tractabat pellibus undas
Proin fruſtra defenſa manus, nam immobilis hæſit
Interdum; uſque adeo ſævit Jove frigida crudo
Tempeſtas hyberna, ut gens quoque nata ſub illo
Æthere ſæpe gelu deperdat membra ſecante,
Et tanquam a bello truncatos deferat artus.
Obſidione velut concluſa, arctataque parvis
Abdit ſe domibus brumali tempore torpens;
Nix ſuperat, canoque ſepultam pulvere condit.
Deficit unda fluens in potus verſa manentem
In glaciem, ſilice & prædura durior extat,
Vinaque vincta gelu, ferroque ſecanda rigeſcunt;
Tantùm, Bacche, tuo fera temnis frigora flore,
Hoc uno gelidis non ſtringeris aeris auris.
Poſtquam flumineo menſura eſt cognita dorſo
Illa prior; montes tum qua ratione adeundi?
Undique præruptis ſilvæ ſtant montibus altæ
Verbera ventorum tantùm frangentia ramos
Perpeſſæ, nunquam flammas, diramque bipennem,

Ob-

bit: tum commemorat poligonum deductum uſque ad montem Kittim, per vertices montium nivoſorum, in quibus etiam dumoſæ ſilvæ prius fuerant excidendæ, erigenda tuguriola, & obſervatoriola plura, ac eodem devehenda ingentis ponderis inſtrumenta, quæ Grahamus celeberrimus Aſtronomicorum inſtrumentorum Artifex in Anglia perfecerat, in quibus & gradus, & minuta, & minutorum fractiones, ope lentis, vel etiam, in ſectore nimirum, ope microſcopii diſcerni poſſent; ubi Noſter & vehicula commemorat, quibus incolarum more Maupertuiſius eſt uſus, quæ per nivem raptant beſtiæ cervis admodum ſimiles, quas appellant *Reene*. Commemorat autem & illud, quod Maupertuiſius affirmat, Lapones, cum viderent tantam in inſtrumentis transferendis curam adhibitam [adhibebatur autem, ne luxarentur] cenſuiſſe, idolum aliquod ibi eſſe ad religionem pertinens peregrinam.

Obſtructæ nivibus, mortali fors pede nunquam
Tentatæ; jam ſunt nudanda cacumina, Cæloque
Illæ oſtentandæ rupes, jam montis ad imam
Radicem aerii, Kittim dixere Coloni,
Hærendum eſt; illic fabricanda patentia ſurſum
Paſtorum de more mapalia, ſuſpicerentur
Unde faces Cæli, & ſublimes verticis ulnæ,
Et ſunt multa locis aptanda, movendaque multis
Inſtrumenta gravi molimine, Dædalus ille
Præſertim multa quæ fecerat arte Britannus,
Uranie cujus tantùm eſt munita labore;
Ipſe gradus, graduumque dedit cognoſſe per arcum
Particulas ſenas decies in quolibet uno,
Atque harum totidem quoque fragmina particularum,
Quæ non, convexis niſi vitris, cernere, tantùm eſt.
Nimirum, genus hoc, arcte concluſa ſupellex,
Ne quid in offenſu vario, compage ſoluta,
Turbaretur, eos montes, præruptaque curru,
Sive levi potius ſcandebat culmina cimba,
Conſimilis cervo quam bellua juncta trahebat,
Ocyor at multo, multoque ferocior illo,
Perque nives, glaciemque, per horrida ſaxa volabat.
Indigenæ, rude vulgus, iners, nulliſque juvare
Conſiliis, operiſque potens, cum ſæpe viderent
Circum alienigenas fundi, atque, ut ſacra ferentes,
Lente onus id vectare Viros, intus latitare
Numina credebant, Divum & procedere magnam
Matrem inter Gallos; namque illos ſtulta premebat
Relligio, exanimeſque Deos, & inania ſigna
Thure coli, votiſque jubens, & ſanguine fuſo.
Haud [1] dimota minus tamen hæc obſtacula circum
Omnia ſunt; quid enim obſtiterit, queis gloria vires

 Addit

1 Fructum totius expeditionis hìc profert, menſuram nimirum gradus, quæ fuerit paſſuum 68226, fuit enim hexapedarum 57438, cui acceſſit menſura exacta penduli oſcillantis ibi ad ſingula minuta ſecunda temporis medii: addit & obſervationes pertinentes ad refractiones luminis in atmoſphæra factas, ad Boreales auroras, ad phœnomena orta ab ipſa conſtitutione loci [aeris nimirum nivali pulvere glaciato conferti, & Solis, ac Lunæ hærentis diu prope horizontem infra ipſum] videlicet halones, irides, parhelia, aliaque ejuſmodi, quæ ipſe Maupertuiſius commemorat, ac ad hiſtoriam naturalem, & Phyſicam illuſtrandam pertinent.

Addit, & exagitat velut acri pectora thyrſo?
Unius menſura gradùs tunc prodita demum
Conſtitit, ipſa novem, decies & millia ſena
Exæquans, paſſus ſi tollas inde quaternos,
Et decies ſeptem. Doctæ Dux ſigna cohortis
Jam movet; excedunt læti glacialibus oris.
Ille nova at tellure, novi & ſub tegmine Cæli
Multa etiam ſolers ſervaverat, eſſet ut inde
Ditior ars, quæ Naturæ procul abdita quærit,
Pendentis tractus virgæ, cum tempore certo
Vibratur, longiſque moras pro tractibus ejus,
Quaque via radii torpentes aeris auras
Deſuper ingreſſi, & denſatas frigore multo
Progrediantur, item flammarum innoxia Cælo
Plurima per noctem ſpectacula, & Iridis arcus
Verſicoloratos, geminoſque per æthera Soles
Sæpe, coronatoſque, nec unam ſæpe per umbras
Fulgentem, aut cultu redimitam ſimplice Lunam.
His ſpoliis, his ille opibus ditatus, Iaſon
Pluſquam olim pulchra cum Colchide vellere rapto,
Finibus a gelidis Urſæ, & regione nivali
Gaudentes ſocios præclaro munere functos
Reſtituit patriæ incolumes, Cæloque tepenti.
  Interea [1] calidis Americæ errabat in oris

Al-

1 Ad alteram turmam facit gradum, quæ ſuas in Quitenſi Provincia, ſub ipſo æquatore, obſervationes habuit, & vix poſt decem integros annos laborem abſolvit ſuum, & æſtum immanem perpeſſa, &, quod mirum videri poſſit, ſub ipſa torrida zona, frigus fere intolerabile, & glacies, ac nives. Jacet autem Quitenſis vallis in Auſtrum protenſa longiſſimè inter bina montium juga editiſſima, quæ omnium aliorum altitudinem, quotquot habemus in Orbe nobis cognito, longiſſime excedunt, cum aſſurgant alicubi ultra quatuor milliaria: ipſa autem vallis in media tam immani altitudine ſita nihil concedit editiſſimis noſtrarum Alpium verticibus, & adhuc inſtar earundem Alpium noſtrarum imminentium patentibus campis ſuſpicit in Cælum erectos ipſos vertices in immenſum.

Porro dum horridas eorum montium nives perſequitur, quæ alicubi obſervatæ ſunt ad 100 etiam pedes aſſurgere, aliis ſuper alias congeſtis, nunquam ſolutas, commemorat & illud, quod Bouguerius retulit, longe e mari ſpectantibus apparere cujuſdam continuæ lineæ ductum, ſupra quam, quidquid eminet, nive ſit obrutum; dum interea in ipſis navibus, & ad littora æſtus ob Solem fere verticalem eſt intolerabilis; at in ipſa Quitenſi valle perpetua temperies quædam, & veluti perenne ver, cujus loci amœnita-

Altera miſſa manus Comitum; terra illa, marique
Jactata Iliadas decimum protraxit in annum.
Vix fuit, ut magnam ad Quiti conſideret urbem,
Atque ibi caſtra velut duro ſub marte locaret,
Nimirum qua ſe flectit noctemque, diemque
Æquans, qui mediam Terram diſcriminat, orbis.
Tempore eodem illa Cæli regione quis omnes
Aeris eſſe vices, atque unà frigora, & æſtum
Crederet, & mites unà inſediſſe tepores?
Non procul æſtiferi de littore gurgitis illic
Conſurgunt vaſti montes, quibus altior alter
In Terris ſe nullus apex ad ſidera tollit;
A Borea longo decurrunt ordine ad Auſtrum
Perpetui; medio eſt at quæ ingens conſita vallis,
Illa quidem centum repetita in millia longe
Trans terræ vaſtas pariter diſtenditur oras,
Atque humilis quanquam præ verticibus præruptis,
Tantundem ſuper undiſonum ſuſtollitur æquor,
Quantum ipſi montes convexo ad ſidera dorſo
Se ſuper evexere, minus ſubvecta nec alte eſt,
Aeriis quam quæ magis Alpibus edita rupes.
Illi recta licet violenti ad verbera Solis
Perſtent perpetuùm procero culmine montes,
At quoniam & terræ procul a fervoribus imæ
Eduxere caput, circum & tenuiſſimus aer
Obſedit, longeque leviſſimus, horrida ſemper
Regnat hyems glacie concreta, & frigidus annus,
Semper & æterna nive canent obruta ſaxa;
Quippe prior ſuperat, ſuper & conſtructa vetuſtam
Incidit uſque recens, cumulo proin creſcere magno
Viſa, lociſque pedes multis aſſurgere centum.
Qui procul aſpiciunt has alto a gurgite terras,

nitatem feliciſſimam quam fuſe Bouguerius expoſuit, Noſter paucis eleganter admodum de more perſtringit.

Dum æternas illas proponit nives editiſſimorum illorum montium, & frigora; non omittit Noſter binas earum cauſas, nimirum tenuitatem aeris in tanta elevatione, qui minus idcirco ſolaribus poſſit radiis incaleſcere [nam quo rariora ſunt corpora cæteris paribus, eo minorem poſſunt concipere, & fovere caloris vim] ac diſtantiam a ſubterraneis ignibus, & perpetuo illo totius terreſtris maſſæ tepore interno, qui in fodinis profundioribus manet per totum annum invariatus.

Mirantur certo præcingi limite montes,
Quem ſuper omnia ſunt candenti tecta pruina;
Interea immodico langueſcunt Solis ab æſtu
Ipſi, & dum pelago puppi fluitante feruntur,
Et poſt dum portus tetigere, obeuntque propinqua
Oppida; namque fero finduntur ſaxa calore
Illic, terraque hiat ventis, radiiſque peruſta.
At valle in media, qua ſeſe viribus aer
Temperat adverſis, hinc ardens, frigidus illinc,
Ver agitur; pulcher nec jam unquam vertitur annus;
Nam paulum Sol hinc ſe a vertice flectit, & illinc,
Perpetuùmque dies alternans noctibus æquos,
Haud mutata facit Cæli placidiſſima conſtet
Tempeſtas, hæc Elyſii videantur ut eſſe
Fortunata loca, & campi, ſedeſque beatæ.
Cuncta fovet Zephyris natura tepentibus, atque
De terra omnigenos ſimul omni tempore fœtus
Fundit; opes verno proprias permiſcet honore
Autumnus; pariter frondes, floreſque vireſcunt,
Maturique vigent una ſuper arbore fructus.
Viſum [1] his jamque locis menſuram inquirere primam;
Optima ſed victu regio licet, optima certe
Tentandis non his fuit, opportunaque rebus;
Nempe erat ille ſolo labor impendendus iniquo,
Ut ſtrati per humum deberent pectore prono
Serpere multa Viri producto in millia tractu.
Protinus ad triquetras cum ventum exinde figuras
Aere ſignandas liquido, incubuere quot acres
Ærumnæ, Herculeis aucturæ & viribus ingens

No-

1 Exponit jam labores incredibiles exantlatos in dimetienda baſi, cum iniquo ſolo, proni etiam, per plura paſſuum millia perrepſerint; ac in ordinanda triangulorum ſerie, cum ſtationes eligendæ fuerint in locis nive obrutis, ubi & aer tenuiſſimus vix reſpirationem permitteret, & nives decidentes proſtrarent tentoria, diuturna in frigidiſſimo loco ſæpe mora ob nebulas ſurripientes reliquarum ſtatiorum proſpectum. Addit Noſter & alia, quæ in tot annos expeditionem produxerunt, inſtrumentorum vitia, diſcordiam inter Academicos, quæ demum in aperta erupit diſſidia producta in alios ſaltem 10 annos poſt reditum, & errores plures in obſervationibus cæleſtibus detectos, quibus aliud alii proponebant remedium; quæ omnia videre eſt in iis, quæ Bouguerius, Condaminius, & Hiſpani ſocii additi prodidere.

Con-

Nomen, & exhauſturæ odia imperioſa Novercæ!
Illarum tantùm flexus ſervare coacti
Montium in aſcenſu medio; quippe invia longe
Culmina erant glacie æternæ conſtrata pruinæ,
Et non vitales auræ, aut ſpirabilis æther.
Quin ſæpe & mediis tentoria montibus olli
Figebant, depreſſa nivis plerumque ruina;
Pertæſos quoties illic hærere videres
Nequidquam, longoſque dies trahere, atque morari,
Donec disjectis jam Cælum purius eſſet
Inviſis nebulis, ſuduſque vaporibus aer
Et Cælum, & terras aperiret, & æquora, poſſet
Proſpectus procul in montem ut de monte patere.
Ætherii demum ad menſuram ſcanditur arcûs.
Protinus ipſa aliquam partim fecere labori
Inſtrumenta moram, queis ſerò haud fidere diſcunt,
Partim inter ſocios facile in diverſa abeuntes
Diſcordes animi paulum, atque exorta ſimultas,
Tum fraudes etiam in ſervando ſæpe retectæ,
Vitatæque modis variis, & proinde novata
Jam toties, iterumque opera inſtaurata, iterumque,
Omnia tentantes denos tenuere per annos.
Tandem inventa gradùs longo quæſita labore
Menſura eſt; potuere illam haud corrumpere quidquam
Extinctæ nondum, atque incertam reddere lites.
Rerum non inter certantes ſcilicet harum
Exitus ambigitur; quin major conſtat ab ipſis
Litibus orta fides; cavere utrinque ſagaces
Quippe Viri, ne parte queant culparier ulla,
Neve ſuo in vulgus patefacto errore puderet,
Dum ſpectant animo de ſe infrendente triumphum.

Concludit vero ab ejuſmodi diſſenſionibus non modo non evaſiſſe minus, ſed multo magis certam eam gradus menſuram, in qua fere conveniunt; cum ipſæ lites, & quæ earum occaſione prodierunt anecdota, multo certiores nos reddant de iis omnibus, quæ ibidem peracta ſunt. Definitum autem eſſe arcum graduum trium, quorum medius gradus inde erutus ſit minor Maupertuiſiano invento in Laponia; & quidem ſive Hiſpanorum determinatio accipiatur, quæ prodiit omnium prima, ſive Bougueriana, ſive Condaminiana, quæ omnes inter ſe parum admodum differunt, habetur ſemper menſura multo minor: nam media inter haſce poſtremas eſt hexapedarum 56753.

Ergo gradus certis comprenſi, ſuppoſitique
Denique terni ſunt menſuris, & minor horum
Unus quiſque gradu, gelidæ qui ſubjacet Urſæ,
Detectus; ratio compreſſæ ab utroque polorum
Certius inde fuit firmata, receptaque Terræ.
Jam [1] non ipſa dies ſecuros prorſus agebas
Interea, genus hoc, in rebus, Gallia; pubes
En iterum excitur florentia regna peragrans,
Inquiritque gradus in menſos ante, novaque
Te ratione, novis te totam denique ſubdit
Menſuris, quanta ad Boream procurris ab Auſtro,
Prætereaque gradùs tranſverſi indagine luſtrat,
Expertis ne multa, via intentata videri
Ulla queat; rurſuſque polis utriſque repertum eſt
Arctari Terram, medioque tumere ſub orbe;
Nec quovis tum de tentamine non tumor iſte
Perceptus, prorſus dubitandi ut copia deeſſet.
Secura tamen hìc num conſtes undique mente?
Ambiguam [2] vel adhuc quod reddat, ſollicitamque,
Scilicet eſt aliquid: graduum non ordine eodem
Inter ſe creſcunt collatæ, vel minuuntur
Menſuræ, debent quo creſcere, dimminuive,
Si ſit ubique æque denſato corpore Tellus.
Tunc etenim primam præferre e ſegmine coni
Extra debebit ſpeciem, certoque tumore
Sic flecti, e geminis gradibus queiſcumque repertis
Ut valeas totam numeris cognoſcere frontem.

At

1 Progreditur ad ea, quæ interea per Galliam ſunt præſtita, quæ tantummodo innuit; novas nimirum habitas iterum menſuras per univerſam Galliam; quæ videre eſt in primis in opere memorato *Meridienne verifiée*. Definiti ſunt nimirum gradus plures meridiani per totum tractum Pariſienſis meridiani ab oceano ad Pyreneos, & unus præterea gradus paralleli circuli, ex quibus gradibus rite collatis inter ſe, & cum Laponico, ac Quitenſi, prodiit ſemper figura Terræ compreſſa ad polos, & elevata ad æquatorem.

2 Verum licet eæ dimenſiones in eo conſentiant, ut exhibeant figuram compreſſam, adhuc addit Noſter illud, quod huc maxime pertinet, ſummam in eo ambiguitatem relinqui, quod differentiæ horum graduum non ſervent eam inter ſe proportionem, quam requirit figura elliptica, debita ipſi Terræ, ſi homogenea ſit. Datis nimirum binis gradibus, ut ſupra diximus, definitur ellipſeos ſpecies, & magnitudo: at hic diverſa graduum determinatorum binaria inter ſe collata diverſas admodum ellipſes exhibebant,

At nunc a geminis collatis mutuà nunc his,
Nunc illis gradibus, non certa, atque una tumentis
Formæ, at diſſimilis ratio, diverſaque prodit.
Adde &, poſt etiam graduum quæ menſa fuere
Diverſis ſpatia in regionibus, ipſa figuram
Efficere hanc varie diverſam, diſſimilemque,
Seorſum aliis eadem ut gradibus collata tuaris.
Scilicet [1] Oceano in magno qua ſe Africa terra
Trans nigros longe Æthiopas protraxit in Auſtrum,
Occiduoque bona laſſatos æquore nautas
Spe reficit, pontoque repente immittit Eoo,
Sidera ſervatum ſummo labentia Cælo,
Gallia, miſſus in has Civis tuus iverat oras,
Præſertim Lunam ut poſſet, Martemque rubentem,
Tempore quos aliis alii regionibus uno
Servarent, velut in Terram deducere Cælo,
Carmine non magico, aut cantati turbine rhombi,
Sed procul obliquis aſpectibus, unde pateret,
Interjecta forent quot millia deſcenſuri;
Ergo etiam nactus ſacile opportuna locorum,
Ipſe gradum Terræ ſub millia nota recepit
Dimenſus, noſtraſque libens tranſmiſit ad oras.
Tempore [2] quanquam illo Domina Romanus ab Urbe,
Ut ſolet, æternis flectebat legibus Orbem
Doctrina Pater effulgens, & Numinis inſtar,
Ad mores Populos, ad munera dia vocabat,
Tu tamen induxti, vel ab his decus, inclite Silvi,

Vellet

bant, quam ambiguitatem auxerunt deinde, ut Noſter ſubdit, alii gradus alibi obſervati, gradus nimirum Caillii definitus ad Promontorium Bonæ ſpei, & meus, ac Mairii, mei in expeditione mea comitis, in Pontificia ditione hic in Italia.

1 Memorat occaſionem, qua Caillius in Africam navigavit, miſſus nimirum a Galliæ Rege ad obſervandas Auſtrales ſtellas, quarum catalogum ampliſſimum incredibili labore, & diligentia concinnatum ex immenſo obſervationum numero in Europam retulit, & ad innumeras obſervationes, quam poſſet, plurimas, circa Martem in primis Perigeum, & Lunam, quæ comparatæ cum aliis eodem tempore inſtitutis per Europam, exhiberent parallaxes eorum ſiderum, ac earum ope veras, & ipſorum, & omnium Planetarum, Cometarumque diſtantias a Terra, ac magnitudines.

2 Meam hic, & Mairii expeditionem innuit, quam opuſculis pluribus expoſuimus in opere ſuperius memorato *De Litteraria expeditione per Pontificiam ditionem* ſuſceptam juſſu Benedicti XIV Pontificis doctri-

Vellet ut ipſe ſuo curis adjungere regno,
Induxti, quas ornat, & evehit, artibus æquum
Ingenuis. Ergo auſpiciis illius in ingens
Ipſe Viros immittis opus: vidi ipſe moventes
Arma novo, conflata recèns, ut idonea bello;
Vidi, cum egreſſos longo vetus Appia colles
Uſque ſub Albanos ductu via menſa teneret.
Protinus in montes duro ſubiere labore,
Et juga nubiferi, qua celſior, Apennini
Luſtravere; vagos octo poſt culmina donec
Extremum ad ſuperi demiſerit æquoris oras,
Queis ſedet antiquis urbs longe cognita faſtis,
Et celſas præfert turres, prope terminus olim
Italiæ. Madidis conſtratum ibi littus arenis,
Multaque directo diſtenſum in millia tractu,
Aptatis, nuper velut Appia, ſubditur ulnis.
Illic tum media ſervantur ſidera ab urbe;
Quæ pariter media ſervantes ſidera Roma,
Cum rediere, viros conſpeximus, inter utramque
Arcum, quantus is eſt, cæleſtem ut prendere poſſent;
Et ſæpe adfuimus noctuque, diuque ſagaci
In Cælum cum mente aciem obvertentibus acrem.
Ollis ſic pluſquam graduum menſura duorum
Littore ab Adriaco Romana ad culmina ducta eſt,

Quan-

doctrina celeberrimi, ſed præcipuo impulſu Silvii Valentii Cardinalis ampliſſimi, cui quidem homini cultioris litteraturæ, & omnium ingenuarum artium amantiſſimo fautori quantum ego debeam, nunquam ſatis verbis efferre potero, nec unquam ſatis ubere fletu præmaturum ejuſdem obitum lugere.

Binas baſes dimenſi ſumus alteram in Appia via hìc prope Urbem ipſam, alteram in Ariminenſi littore, prope quam urbem celeberrimus ille fluvius Rubico præterfluens, Galliam olim provinciam ab Italia ſeparabat, quem Cæſar tranſgreſſus, civili bello inchoato Ariminum ipſum celebriorem reddidit in Romana hiſtoria. Per medios Apenninos montes triangulorum ſeriem traduximus: obſervationes aſtronomicas habuimus primum hìc Romæ, tum Arimini, tum iterum hìc Romæ, & Romanis hiſce ſæpe Noſter interfuit diligentiæ noſtræ teſtis. Quam apta ad ſummam accurationem inſtrumenta habuerimus, ſatis conſtat ex meo opuſculo de inſtrumentorum apparatu, & uſu, quod eſt ejus operis quartum.

Porro gradus nobis obvenit, quod hìc Noſter memorat, contractior, & quidem 69 hexapedis, quam Caſſino de Thury, & Caillio in Gallia in eadem ad ſenſum latitudine; fuit enim nobis in latitudine $43^{\circ}.\ 1'$ hexapedarum 56979, ipſi in lat: $43^{\circ}.\ 31'$ hexapedarum 57048.

Quanquam parte ſui parva, at contractior illo
Protinus alteruter tum conſtitit, ante per oras
Quem Galli patrias ſignarunt, quemque prope æquo
Diſtantem ſpatio Boreæ de cardine prendas.
Ex [1] his tute queas facili cognoſcere pacto
Tellurem non prorſus ea conſtare figura,
Quam gravitas expoſcit in æque corpore denſo;
Ejus nec facies, circum ut tornata, videri
Jam queat, & parili ratione inflectier æque
In ſpatio circum diſtante a cardine utrovis.
Propterea menſis cum Terræ inquirere formam
Tentamus gradibus; revera quid ſit id ipſum,
Quo nos menſuris tum tendimus, inſpiciendum eſt.
Scilicet haud hæc eſt, qualem ſpectantibus offert
Terra ſui ſpeciem variatam montibus altis,
Et late campis diſcretam, & vallibus imis.
Hæc ſi namque foret, nunc ille breviſſimus, alti
Inflectunt qua ſe colles, gradus eſſet, & ulnis
Vix tribus interdum porrectus; at abforet omnis
Æqua in planitie campi tumor; eque ſupinis
Contra frons Terræ cava vallibus efficeretur.
Certam exin nobis fieri non poſſe figuram,
Quam memoro, Terræ quis neſciat, undique campis,
Atque jugis, variis & vallibus interruptam,

Sæpe

1 Exponit jam hìc meas de figura Terræ meditationes. In primis ex iis omnibus, quæ dicta ſunt, patet Terram non habere eam figuram, quam requirit homogeneus ipſius textus; ex mea autem obſervatione collata cum illa Gallica deducitur, nec parallelos eſſe circulos, ſive Terram non eſſe ſolidum quoddam ortum rotatione curvæ cujuſpiam circa proprium axem; nam eo caſu omnes Meridiani eſſent ſimiles, adeoque omnium gradus æqualiter ab æquatore diſtantes eſſent æquales.

Ut igitur aliquando diligentius res ad trutinam revocetur, oportet conſiderare, quid quæratur, ubi figura Terræ inveſtigatur per graduum menſuram. In primis non quærimus figuram illam, quam Terra exhibet, ut eſt ſcabra, & montibus aſpera; nam ejuſmodi figuræ curvatura eſt admodum inæqualis: in ſummis quibuſdam collibus ne tres quidem ulnas exæquat gradus ejuſmodi figuræ: ubi campi ſunt plani, nulla ſæpe curvatura occurrit, valles autem cavitatem habent extrorſum obverſam. Et quidem ea figura perpetuo etiam variatur lapſu rupium; immo etiam in mari ejuſmodi ſuperficies undarum tumore mutato mutatur perpetuo.

Sed nec figura, in quam per graduum menſuras inquirimus, eſt figura aliqua regularis, quam concipiamus æqualem, & quæ habe-

tetur

Sæpe & pro vario mutatam tempore? rupes
Quippe cadunt ævo, valles opplentur, & ampli
Deſidunt campi, eductove cacumine ſurgunt.
Illa neque eſſe poteſt Terræ quæſita figura,
Quæ fieret, valles ſi montibus æquarentur,
Quippe incerta foret, nos utpote quam variare
Arbitrio noſtro poſſemus, multiplicique
Deprimere hìc montes, illic educere valles
Limite; quandoquidem infinitæ continuato
Eſſe queant ductu formæ, & ſine flexibus ullis,
Ad quas hæc redigi Terræ frons aſpera poſſit
Demendo, quantum libet, addendoque viciſſim.
Præterea nec ad hanc tali ratione redactam
Poſſemus gradibus menſis pertingere formam;
Quippe gradus cum metimur, quæ pondera deorſum
Deducit via de tenui pendentia filo,
Rectà ad quæſitam Terræ cadat illa figuram
Eſt opus; aſt eadem num recto incurrere poſſit
Deſcenſu in talem, modo quæ conflata, figuram,
Depreſſis conflata jugis, & vallibus alte
Sublatis? Siquidem velut undique pondera tendunt
Quælibet in partes Terrai totius omnes,
Sic quidquid varium Terrai in partibus extat
Texturam propter raram, denſamque, neceſſe eſt,
Immutet varie, qua corpora ſponte feruntur
Lapſa, viam, magis in denſum & detorqueat augmen;
Proinde etiam aſperitas iſtam facit extima Terræ
Incertam, variamque viam, quod noſcere poſſis,

Ut

retur abraſis montibus, & oppletis vallibus. Nam, in primis ejuſmodi figura arbitraria eſt. Infinitæ numero ſuperficies regulares duci poſſunt, quæ contingant datos datorum editiſſimorum montium vertices, vel quæ per datas radices tranſeant, & ſi libeat concipere ſuperficiem regularem, quæ ita ſecet montium, & collium juga, ut tantum materiæ ſupra ſe excludat, quantum vacui aeris infra ſe comprehendat; adhuc infinitæ numero ſunt regulares ſuperficies, quæ problemati faciant ſatis. Deinde directio ponderum, per quam ope pendulorum definiuntur gradus inſtrumentis aſtronomicis, non eſt perpendicularis ad ejuſmodi figuram; & ſi revera omnes abraderentur montes, & colles, ac exæquarentur valles, non eſſet eadem accurate directio gravium, adeoque directio pendulorum, quæ nunc habetur; cum gravitas coaleſcat ex attractione in omnes particulas eorum etiam montium, & collium.

Ut docui, memori recolas ſi mente, ſub altos
Declinent filo ut pendentia corpora montes.
Sed [1] jam age, quæſitam nobis cognoſce figuram.
Punctum finge aliquod Terra ſuper; illud ad Auſtrum
Sic iter, algentem vel ab Auſtro flectat ad Arcton,
Imprimat ut gravitas ictus, ubicumque locorum eſt,
Directos, ad idem rectis & pondera filis
Deſuper inſiſtant, erit hoc iter, orbe diei
Quod mediæ per dimenſos prodire neceſſe eſt
Nempe gradus; Terræ ob ſcabram quod proinde figuram,
Intus multiplici variataque viſcera textu
Atque huc, atque illuc ductu curvatur iniquo,
Et varie undanti deductum tramite ſerpit;
Propterea par eſt ipſa hac ratione rearis
Undantem Terræ faciem, quam quærimus, eſſe;
Idque tibi gravitas varii ob diſcrimina textùs
Suadeat, idque gradus ſervati, ut diximus, una
Non bene pro quavis concordes cumque figura,
Inſinuent, dubioſque fugent de pectore ſenſus.
At quia per terras extrinſecus aſperitates
Quæ ſunt, vaneſcunt prope Terræ ad totius auctum,
Credibile eſt etiam diſcrimina tenuia textùs
Eſſe ea ſub terris intrinſecùs, atque figuram
Propterea turbari adeo non poſſe, polorum
Ne regione ea ſit paulum compreſſa, tumenſque
In medio, curva hìc mage ſcilicet, & minus illic.
Non tamen idcirco prorſus veriſſima frontis
Quæſitæ ſpecies unquam, limeſque patebit

Qua-

1 Exponit igitur hic figuram, quam revera quærimus per graduum menſuram. Aſſumatur punctum quodlibet in ſuperficie terreſtri, & concipiatur ſuperficies continua ducta ab eo puncto circumquaque cum ea lege, ut ubique ſit perpendicularis directioni ejus gravitatis, quam habemus coaleſcentem ex attractione in omnes Terræ particulas ibi ſitas, ubi nunc jacent, & affectæ vi centrifuga converſionis diurnæ. Hujus figuræ gradus determinamus, cum per inſtrumenta aſtronomica pendulis inſtructa accipimus diſtantias Fixæ a binis zenith. At ob adeo inæqualem textum in Terræ partibus tam prope ſuperficiem, ubi eum utique cernimus, quam in intimis viſceribus, ubi ipſum jure licet conjicere inæqualem, debet & ea ipſa ſuperficies habere ductum inæqualem, atque irregularem ſaltem aliqua inæqualitate, cujus quantitas pendebit ab ea nobis ignota conſtitutione partium Terræ internarum.

Cum

Quacumque in regione ſuus, cum quilibet ille
Inflecti varie diverſis poſſit in oris.
Protulit ipſa gradus ſic Itala Terra minores,
Nam gemino hinc illinc conſurgit ab æquore ſemper
Altior, & medio præcingitur Apennino;
Propterea in vaſtos hinc illinc pendula filo
Deduci paulum debebant pondera montes,
Majoremque arcùs ideo comprendere tractum
In Cælo, & gemini disjungere verticis oras,
Debuerint ut proinde gradùs minus eſſe patentes.
At contra illorum plus amplam Gallia præfert
Menſuram, quoniam calidæ de parte diei
Pyrenes vaſtis finitur montibus, in quos
Pondera tum deducta arctabant ætheris arcum.
Propterea [1] nobis ſemper mage cognita conſtet
Ut facies Terræ, ſedeſque hæc alma pateſcat,
Eſſet opus tractus menſuris ire per omnes,
Atque gradus, quaque ad Boream converſa, vel Auſtrum,
Et qua Memnonia tendit de ſede cubile
Solis ad Heſperium Tellus queiſcumque ſub oris,
Prendere, pro quavis demum regione repertus
Creſcentum graduum, & minuentum ſurgat ut ordo.
At longum eſt opus, & nobis poſt longa manendum
Sæcula, venturo ſi quando id prodeat ævo.

Inte-

Cum videamus inæqualitatem ejuſmodi in ipſa ſuperficie eſſe exiguam reſpectu totius maſſæ terreſtris, erit probabile, in intimis etiam viſceribus non eſſe adeo ingentem reſpectu totius, ut cum theoria exhibeat potius figuram compreſſam pro caſu homogeneitatis, & regularitatis, ac graduum menſuræ huc uſque habitæ fere omnes eandem exhibeant compreſſam formam, revera non ſit utcumque compreſſa; adhuc tamen accurata compreſſio, accurata pro locis omnibus curvatura ex habitis huc uſque menſuris nequaquam obtinebitur, ſed irregularitatem habebit aliquam ipſa ſuperficies expoſita, & idcirco credibile eſt, minorem in Italia obveniſſe gradum, quam in Gallia in latitudine eadem. Nam hic in Italia obſervationes aſtronomicæ inſtitutæ ſunt Romæ, & Arimini, interiecto toto Italiæ ſolo altiore, & Apenninis montibus, quorum actio in pendulum hinc, & inde inclinatum verſus ipſos debuit exhibere bina zenith a ſe invicem remotiora, adeoque arcum cæleſtem majorem, & curvaturam inde erutam majorem, & proinde breviorem gradum; dum in Gallia in acceſſu ad Pyreneos montes ſitos ad Auſtrum extra arcum menſuris definitum debuit contrarius deviationis haberi effectus, & gradus augeri potius.

1 Subdit id, quod ex dictis deducitur, incertam adhuc eſſe veram

Terræ

Interea paucas, at quas ſervavimus, omnes
Aptamus graduum menſuras vi gravitatis
Perfacile expoſitæ, & probe conſentire videmus
Inter ſe aptatas: Fundata eſt vi gravitatis
Scilicet hæc Terræ moles, conflataque forma,
Et maris, & terræ; quanquam & rerum Arbiter amplæ
Compagi formam quamcumque inducere, Mundum
Cum ſtrueret, potuiſſet; at, ut Faber, aut ſuper undas
Labentes, aut forte vias cum fornice pontem
Erigit inflexo, ſperet retinere tenaci
Calce licet pondus lapidum, tamen ipſe figuram
Inducit, qualem conſiſtere poſſe ſine ullo
Ante putet vinclo, proprioque ut pondere tantum
Scilicet in ſeſe niti putat; Arbiter, inquam,
Sic quoque Telluri talem conflaſſe figuram
Creditur, æquali qualem in ſe pondere partes
Libratæ poſcunt, compreſſam ab utroque polorum,
Ut docui, & media paulum regione tumentem.
  Nunc [1] circumfuſas mecum te tranſer ad auras
E Terra, breve conſtat iter, ſuperamque fluentis
Inſpice naturæ quoque frontem, cortice quali
Includat Terram; num ſe conformet, ut illa,
Et velut adſtrictos veſtis ſe inflectat in artus?
At non huc gradibus, non huc conſcenditur ullis
Men-

Terræ figuram, ad cujus determinationem majorem proderit quam plurimos ubique dimetiri & longitudinis, & latitudinis gradus, quod non niſi longiſſimo tempore poſſit perfici. Interea tamen nobis admodum probabile debere eſſe, Terram non multum diſtare ab illa figura, quam haberet, ſi tota eſſet fluida, adeoque debere eſſe compreſſam ad polos. Quamvis enim Naturæ Auctor pro arbitrio ſuo potuerit conſtituere Terram ita, ut haberet nucleum cujuſcumque formæ, vel textum utcumque irregularem, qui tenacitate ſua tueretur figuram contrariam ei, quam requirit æquilibrium gravitatis, & vis centrifuga; tamen eſt credibile ipſum noluiſſe multum recedere ab illa æquilibrii forma, ut etiam peritus Architectus in ædificio ingenti delineando tenacitati calcis debet fidere, quam minimum fieri poteſt, & omnia ad æquilibrii leges exigere, licet nonnihil & ipſi calci tribuat.

1 Relicta Terra aſſurgit in atmoſphæram terreſtrem, cujus etiam conſtitutio pendet a gravitate: nam per ipſam gravitatem fit, ut circum undique affundatur ipſi Terræ, adeoque, cum etiam non ad ingentem ab ea diſtantiam protendatur, ut videbimus, figuram habeat vel eandem, vel parum admodum ab ea diſcrepantem. Porro multa itidem, quæ ad atmoſphæras perti-
nent-

Menſuris. Quod non oculis, manibuſque valebis
Subjicere, omni alio nequeas proin prendere pacto?
Hìc etiam inniti gravitatis viribus ipſis
Quis vetet, & facili ſic illuc ſcandere clivo?
Nimirum videas extrinſecus aera poſſe
Non alia ſundi fictum, comptumque figura,
Exornat quam qua Tellus ſeſe ipſa revolvens,
Vel ſi alia, propior quæ ſit tamen; utpote terram,
Et mare cum late cingat complexibus arctis,
Et parvo aſſurgat cumulo liquidiſſimus aer,
Quippe gravis, formamque ideo a gravitate receptet.
Namque [1] ut cuncta, ſuum quis & aera pondus habere
Neſciat, aſſiduiſque licet conatibus inſtet
Seſe evolvere, & in ſpatium diſtendere majus,
Conſtringi tamen uſque ſua ſub mole, premique?
Uſque adeo premitur deorſum, arctaturque, prope imam
Ut qua planitiem ponti demiſſior aer
Contingit, tanto ſit pondere, pondus ut æquet
Argenti fluitantis, & undæ more liquentis,
Quod digitos quater in ſeptem ſuſpendere poſſis
Incluſum vitri rectà impendente columna.
Et licet aurarum calor augeat exſiliendi
Conatum; calor aſt idem, & quæ cætera circum,
Si conſtent eadem, denſabitur aura premente
Plus aucto ſuperà pro pondere, quoque tenetur,
Decreſcet ſpatium pro ponderis ipſius auctu.
His [2] tibi jam claris ſubjunctis rebus, & ipſa,
Quam tu cumque velis, gravitatis lege manente

In

nent, fuſius in ſupplementis pertractabimus: ex iis autem, quæ huc pertinentia profert, pleraque continentur in mea diſſertatione de luminis tenuitate.

1 Gravitate aeris uſus ad figuram Atmoſphæræ determinandam, hìc diſtinctius affirmat, aerem etiam eſſe gravem, cujus elaſticitas elidatur ab ipſo pondere incumbentis atmoſphæræ ipſius, quod pondus ipſum definitur ope barometri, in quo columna atmoſphæræ terreſtris æquilibratur cum columna mercurii ejuſdem baſis alta circiter 28 Pariſienſes pollices, adeoque ei ponderi æquale eſt ipſius pondus. Addit & illud, quod experimentis evincitur, aerem cæteris paribus comprimi in ratione ponderis comprimentis ita, ut in tot vicibus minorem molem contrahatur eadem maſſa aeris, quot vicibus eſt majus pondus comprimens.

2 Exprimit hìc jam legem, ſecundum quam progreditur attenuatio atmoſphæræ in aſcenſu a ſuperficie Terræ, quæ pendet ab illa

ipſa

In ſpatiis Terræ a medio variantibus, illuc
Pervenies numeris, quærendique arte recenti,
Ut videas, progreſſus in aere rareſcendi
Qui ſit, dum ſurſum cumulatum mente ſequeris.
Invenies igitur, gravitas dum conſtet ubique
Non mutata caput ſuper altum, eademque per omne
Aerium pelagus, binis ſi partibus aura
Decreſcat, qua denſa, aliquo ſuper edita tractu
A nobis, opus eſſe, ut partibus ipſa quaternis
Decreſcat duplici in ſpatio, bis deinde quaternis,
Deinde bis octonis, ſeſe ſi ſcilicet ipſam
Terno attollentem, ſpatioque ſequare quaterno.
Ordine quo poſſis invento pergere tutus,
Innitique auris levibus, ſurſumque volare.
Hæc lex eſt, gravitas ubi conſtans, unaque ubique eſt
Scilicet; at ſpatiis eadem in ſe pro repetitis
Si decreſcat, uti vere decreſcere certum eſt,
Lex parvis ab ea paulo diverſa vigebit
In ſpatiis; magnum in magnis diſcrimen habebis:
Tum quoque rareſcent quatuor jam partibus auræ,
Jamque novem, biſque octonis jam rurſus, ut ante,
In ſpatiis, non ut tamen ante a fronte petitis,
Sed Terræ a medio, & creſcentibus ordine longe
Inter ſeſe alio, nimirum terna ſtruantur
Poſt bina ut ſpatia, & ſuccedant ſena repente;
Ordine quo numeri cum progrediuntur, eoſdem
Dicimus Harmoniæ de nomine, quippe ubi primus

ipſa ratione denſitatis proportionalis ponderi comprimenti, & a Newtono definita eſt pro binis hypotheſibus gravitatis conſtantis, & gravitatis decreſcentis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum. Mathematicis terminis exprimuntur ſic: Denſitates atmoſphæræ decreſcunt in progreſſione geometrica, diſtantiis a centro Terræ creſcentibus in progreſſione quidem arithmetica, ſi gravitas ſit conſtans, in progreſſione vero harmonica, ſi gravitas decreſcat in ratione reciproca duplicata diſtantiarum.

Utramque legem Noſter perſpicuam reddit aſſumendo ipſas notiones progreſſionis arithmeticæ, geometricæ, harmonicæ. Arithmetica progreſſio eſt cum termini ſequentes eadem ſemper quantitate ſuperant ſuos præcedentes, vel ab iis ſuperantur; geometrica, cum eodem modo illos continent, vel ab iis continentur; harmonica, cum aſſumptis tribus contiguis terminis quibuſcumque eſt primus ad tertium, ut differentia primi a ſecundo ad differentiam ſecundi a tertio. Sunt 10, 12, 14, 16 &c. in progreſſione

Non aliter reſpectat eum, qui tertius exit,
Quam, quæ eſt differitas primi a ſubeunte ſecundo,
Reſpectet diſcrimen ab excipiente ſecundi;
Qui melicos certe concentus efficit ordo.
Hinc [1] tibi ſi fuerit geminis ſervata viciſſim,
Quam varie ſit denſa, locis liquida aura, valebis
Hanc aliis queiſcumque locis cognoſcere denſam.
At geminis ſervare locis diſcrimen in aura
Denſata, facile eſt; prælongo neſciat iſtud
Quis bene ſervari vitro, quo pluſve, minuſve
Conſurgens liquidi argenti ſuſpenſa columna
Deſuper aurai compreſſæ pondera, vimque
Signat, quamque locis denſata quibuſlibet extet?
Rarior [2] inventa eſt ſic partibus aura quaternis,
Quam nos inter, ubi eſt educta ad millia ſeptem.
Per-

ne arithmetica, quia termini proximi omnes ſe excedunt per binarium. ſunt 10, 20, 40, 80 &c. in progreſſione geometrica, quia ſe bis continent; 3, 4, 6 ſunt in progreſſione harmonica, quia eſt 3 dimidium 6, ſicut 1 differentia inter 3,& 4 eſt dimidiũ differentiæ inter 4,& 6,quæ eſt 2.

Hinc ſi gravitas ſit conſtans, & denſitas atmoſphæræ ſit duplo minor in quadam diſtantia a ſuperficie; in dupla diſtantia erit 4 vicibus minor, in tripla octo, in quadrupla 16 vicibus;illæ enim diſtantiæ a ſuperficie ob æqualem exceſſum ſunt etiam in progreſſione arithmetica, ſi computentur a centro Terræ, & 2, 4, 8, 16 ſunt in progreſſione geometrica. Ad habendam autem in theoria gravitatis decreſcentis eandem progreſſionem in denſitate, quæ ſit ut 2, 4, 8, 16, oportebit aſſumere terminos ita, ut incipiendo a centro Terræ ſit quævis prima ad tertiam in eadem ratione, in qua eſt ejus differentia a ſecunda ad differentiam ſecundæ ad tertiam, quo pacto differentiæ altitudinum creſcunt aliquanto magis, quam prius; ſed pro exiguis altitudinibus, ad quas aſſurgit atmoſphæra, exempla ſine fractionibus moleſtis proferri non poſſunt. De iis agemus pluribus in ſupplementis, ubi & illud patebit, quod affirmat Noſter, initio quidem ejuſmodi binas progreſſiones fere congruere, ſed in majoribus diſtantiis recedere plurimum.

1 Addit inde, ſi obſervetur denſitas in binis locis (quod fieri utique poteſt ope barometri, cum ea, ſi ſit proportionalis ponderi comprimenti, debeat eſſe proportionalis altitudini mercurii in barometro) haberi inde poſſe denſitatem pro quavis altitudine data. Id præſtatur a peritis calculi videndo, quot termini progreſſionis arithmeticæ in prima hypotheſi, harmonicæ in ſecunda, quorum primi ſint binæ diſtantiæ illarum binarum altitudinum a centro, habeantur uſque ad illam datam altitudinem, & toties continuando progreſſionem geometricam, cujus primi duo termini ſint binæ denſitates obſervatæ: ratio ineundi calculi patebit in ſupplementis.

2 Inventam eſſe affirmat in altitudine milliariorum circiter 7 atmoſphæ-

Perge vices per quadruplices ita ſemper in altum,
Septenis ſeptem cumulata prioribus addens
Millia, ſi gravitas conſtans ſit, credere certe
Difficile eſt, quam tum longe tenuabitur aer,
Scilicet obruimur tanta a levitate fluentis.
Fama [1] Repertorem ludi, quem Schachida dicunt,
Monſtraviſſe ferunt olim, quam protulit artem,
Regnatori Indo; belli ſimulacra placebant,
Et nigræ, canæque acies, variataque miro
Prælia conſilio, & pugnacis nomina buxi,
Motus, inſidiæque, armorumque uſus, & ordo.
Non Rex ingenium infœcunda ornavit, uti mos
Pluribus eſt, tantùm laude, at, pete, dixit, habebis
Præmia, quæ cupias: Voti hìc prætetulit eſſe
Callidus exilis, munuſque expoſcere viſus

moſphæram quadruplo rariorem; hinc in hypotheſi gravitatis conſtantis, ſi aſſurgamus ulterius, habebimus poſt ſingula ſeptena milliaria denſitatem imminutam vicibus 16, 64, & ita porro, quæ progreſſio incredibile dictu eſt, quo brevi aſſurgat.

1 Ut ejus incredibilis augmenti ideam aliquam ingerat Noſter, illud memorat, quod fama fertur de Inventore ludi, quem vulgo dicimus *gli ſcacchi*: cum nimirum a Rege, qui ipſi obtulerat, ut præmium pulcherrimi inventi peteret, quod vellet, poſtulaſſe tantum frumenti, quantum requireretur, ut poni poſſent, ſuper primo quidem luſoriæ menſulæ quadrato unicum granum, tum vero duo ſuper ſecundo, quatuor ſuper tertio, & ita porro, duplicando ſemper uſque ad 64, quot nimirum ibidem habentur quadrata. Regem riſiſſe præmii petiti tenuitatem, ſed brevi obſtupuiſſe admonitum ab adminiſtris ſupputatione inita reperiri, vim frumenti petitam ejuſmodi eſſe, ut in univerſo Terrarum orbe tanta non adſit, quin immo, ut non habeantur in univerſo orbe tot naves, quot ad eam frumenti copiam devehendam requirantur.

Calculum in ſupplementis inibimus: ſuperat autem poſtremi quadratuli immanis numerus 9 triliones, & ſumma omnium 18 triliones. Addit autem illud Noſter; ſi eo evadat progreſſio rationis duplæ, quo evaſuram cenſendum erit rationis quadruplæ progreſſionem, quam per ſeptena milliaria continuaveramus! Eo abire, ut poſt 35 milliaria pluſquam millecuplo minor evadat atmoſphæræ denſitas, & poſt 210 milliaria aſſurgat ad numerum conſtantem 19 arithmeticis notis hiſce Arabicis, quibus utimur, qui numerus latino ſermone vix poteſt exprimi, ſuperat enim trilionem, quem latine diceremus millies, millies, millies, millies, millies mille.

Porro eo rem evadere facile conſtat, nam poſt 7, 14, 21, 28, 35 habentur quadruplicando ſemper, 4, 16, 64, 254, 1016. Tum poſt alia totidem milliaria 35, nimirum ad 70, 105, 140, 175, 210, habebitur plus quam unitas cum cyfris 6, 9, 12, 15, 18, adeoque habebitur numerus notarum 19.

Pertenue, optarem, Regnantum maxime, dixit,
Tot Cereris mihi grana, quot hac ratione putentur;
Princeps hæc unum ſedes (albaſque, nigraſque
Quadratas tabulæ ſedes monſtrabat, ubi ambæ
Inſiſtunt acies, & noto limite pugnant),
Altera bina ferat, tum tertia quattuor, octo
Quarta, & ſic duplici creſcant repetita per omnes
Grana coloratas vice ſedes, quolibet octo
Quæ ſunt in latere, & toto non æquore plures,
Quam decies ſenis adjunctæ quattuor, extant.
Rex inopem ridens animum tam parva petenti
Annuit. Aſt inita porro ratione Miniſtri
Per numeros, adeunt illum, attonitique fatentur;
Non ſi vel toto dominetur ſolus in Orbe,
Poſſe reum exſolvi promiſſi; haud eſſe per amplum
Navigia oceanum ſegeti ſatis ampla ferendæ,
Omnia gente procul ſi conducantur ab omni.
Rex ſtupet, atque viri magnum admiratus acumen
Regni conſiliis ratus eſt ingentibus aptum;
Proin opibus donatum in publica munera rerum
Detinuit, nunquam & propria dimiſit ab Aula.
Tanta vi numeri cumulantur progredientes
Ordine vel duplo; quot erunt, ſi quadrupla conſtent
Perpetua incrementa, velut conſurgere nuper
Per rareſcentes dixi auras? Millia ſi per
Quinque animo ſubeas ſurſum, & ter dena, videbis
Mille, hunc quam noſtrum, mage partibus aera rarum.
Surge age, & ulterius, bis millia conſice centum,
Et ſuper adde decem, quantus, quantuſque repente
Prodibit numerus? non illum efferre valebis
Voce, ſed exſcribens per ſigna decemque, novemque
Ellicies, Arabum fuerunt quæ more notari.
Scilicet [1] hæc fiunt, ut paulo finximus ante,
Si gravitas ſurſum non ſit mutata; profecto
Sed mutatur, uti docui, numeriſque notantur
Di-

1 Illud jam monet in ratione reciproca duplicata diſtantiarum minorem numerum obvenire; adhuc tamen & hunc eo evadere, ut poſt milliaria 840 jam ſuperet notas 60, quem quidem numerum ne imaginatione quidem ſatis complecti poſſumus. In priore progreſſione, cum diſtantia 840 contineat quater diſtantiam 210, notarum numerus evaderet quadruplo major, & excederet numerum 7 cum cyfris 75.

Diverſis paulo ſpatia ipſa, minuſque repente
Progredieris, at immensùm tamen; utpote ſi tu
Millia ſublimi poſt octingenta volatu
Tum quoque dena quater ſcandas, tam rarus ibi aer
Fundetur, vix ut decies ſub ſena reduci
Signa queat; numeris quæ nomina reddita tantis?
Verum [1] a ſervato diverſus cernitur ordo
Ordine deſcensùs interdum, pondera vitri
Surſum cum ferimus gracili concluſa cylindro
Argenti, atque alia denſarier aura videtur
Tum ratione. Aliquis dum montem ſcanderet altum
Paulatim, ſupraque maris conſiſteret æquor
Sex pedibus decies; quæ limpha argentea vitro
Clauditur, ipſa aliquem deſcenſum prodere cœpit,
Scilicet hanc digito partem decerpſit ab alto,
Quæ de biſſenis pars unica partibus extat.
Tantundem dorſo conſcendere montis eodem
Pergit; & eſt digiti nondum pars altera viſa
Deſcenſu confecta novo, niſi donec & uno
Hos decies ſupra ſenos pede celſior eſſet;
Conſcenſiſque aliis decies ſex, jam duo deerant
Scandendi, digiti rurſum ut pars æqua vacaret.
Hoc igitur, quantum valuit tentare, probavit
Ordine depreſſas argenti mobilis undas
Uſque viæ magis alta petens; quin credidit iſtis
Sublimes ſe poſſe etiam deprendere tractus,
Evecti queis conſiſtant ſupra mare montes,
Queis aliuſque alio vincatur vertice vertex.
At variantia dicendum hæc diſcrimina poſſe
Ponderis aurarum producier a calefactis
Hic prope nos auris varia ratione. Calores
Scilicet & Terra clauſi (mons plurimus unde
Sæpe ignem eructat), locaque aeris ima vapores
Replentes tepidi, & radiorum multiplicatæ

1 Hanc progreſſionem ipſam, quam requireret gravitas decreſcens in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, prope Terram, affirmat, non deprehendi per obſervationes: exhibet autem progreſſionem elegantem ſane, quam Caſſinus invenit obſervando, cum nimirum per 60 pedes Pariſienſes in altitudinem evectus a ſuperficie maris, invenerit mercurium in barometro deprimi per 1 lineam, ſive duodecimam par-

Terræ a reflexu vires , & denſior aura
Suſcipere apta magis , captumque fovere calorem
Efficiunt , magis hæc loca celſis ima caleſcant ,
Illic ut nivium ſit , duræ & grandinis ortus
Tunc etiam , cum nos fervente exurimur æſtu .
Propterea eſſe aer prope nos pro pondere denſus
Non queat aggeſto , conſtante nec ordine tractùs
Sublimis minui , nec , quæ ſervata , manere
Quoque loco poſſint , & tempore ; tempore quovis
Nam regione calor varie mutatur in omni .
Aſt aliquo a Terra tractu procul , æqua per auras
Temperies eſt , quo nequeant hæ ſcandere cauſæ ;
Ordo propterea , & progreſſus certus ibidem
Rareſcentibus eſt mutato a pondere in auris .
Multi hunc diſtenſo diſtendunt aere multa
Progreſſum longe per millia , currere tantis
Quippe volunt ſpatiis fuſum mare mobilis auræ
In Cælum , Terræ prope ſint ut tractibus altis
Dimidiæ paria ; at nobis propiore videtur
Eſſe opus aerios conſtringi limite campos ;
Auris quandoquidem Soli circumſitus aer

His

tem Pariſienſis pollicis , poſt alios 61 per aliam , atque ita porro poſt 62 , 63 , 64 &c. per tertiam , quartam , quintam &c. lineam mercurium deſcendiſſe ; unde factum ſit , ut cenſeretur , per ipſas mercurii altitudines in barometro poſſe inquiri in altitudines montium , qua de re , ut & de aliis huc pertinentibus , agemus in ſupplementis .

Verum nec eam progreſſionem ubique accurate ſervari ait , & impedimenta congerit orta a calore in primis inæquali prope ſuperficiem Terræ , quæ inconſtantem etiam reddat in eadem altitudine denſitatem , uti conſtat ex ipſis barometri variationibus : eſt autem & alia irregularitatis cauſa prope ſuperficiem , nimirum perturbatio rationis reciprocæ duplicatæ diſtantiarum in gravitate , ob Terræ figuram non ſphæricam , ac montes .

Addit , in majoribus a Terra diſtantiis attenuationem atmoſphæræ longe magis debere accedere ad illam progreſſionem expoſitam : eam vero a nonnullis longiſſimè protendi ita , ut pertineat etiam ad diſtantiam ſemidiametri Terræ , at longe humiliorem eſſe atmoſphæram terreſtrem , & illam progreſſionem terminari , ubi terreſtris atmoſphæra comprimitur ab atmoſphæra ſolari , quæ ad ipſam Tellurem pertingit ; ubi occaſione arrepta Noſter ad atmoſphæram ſolarem gradum facit , & pleraque ex iis , quæ de ea , & de Aurora Boreali commemorat , continentur in meis diſſertationibus de Aurora Boreali , & de Atmoſphæra lunari , ac in adnotationibus ad poema de Aurora Boreali P. Caroli Noceti , & dialogis de ipſa Boreali Aurora italico ſermone conſcriptis , & editis .

His levibus levis occurrit, ſurſumque volentes
Ire æqua retinet vi, nitenteſque refrænat,
Inque vicem ſimul his ipſe interrumpitur auris.
Namque [1] quis eſſe ſuum magnum neget aera Soli
Præterea, immenſis & fundier ætheris oris?
Indicio primùm maculæ ſunt lucida Phœbi
Turpantes ora, & quædam velut aere in illo
Nubila ſuſpenſa, & faciem radentia diam;
Indicio candens porro eſt lux illa, tenebris
Quæ Solem offuſum, & ſubjecto corpore Lunæ
Obſtructum penitus nobis, complexa coronat.
Eſſe ſed hunc nobis magis indicat aera vaſtum
Lumen id, in Cælo quod dudum aſpeximus alto,
Caſſino monſtrante, via quod ſpargitur orbis
Signiferi, eque loco grajum ſibi nomen adeptum eſt.
Hoc ſub ſignifero longum diſtenditur orbe
Lumen & occidua de parte, & Solis eoa.
In ſpeciem rhombi, peluſiacæque per alta
Procurrit lentis, quam ſpectes e latere ipſo
Tranſverſam; ſupremus apex nunc profugit ejus
Centum a Sole procul gradibus, nunc pervenit idem

1 Solem habere ſuam atmoſphæram probat primo quidem maculis ſolaribus, quas affirmat eſſe quaſdam ejus veluti nubes, quæ ſententia de ſolaribus maculis eſt cæteris omnibus longe probabilior; tum illa luce, quæ, ubi Sol in totalibus ſuis ecclipſibus a luna tegitur, circa Solem ipſum cernitur, quam nonnulli Atmoſphæræ lunari tribuunt, ſed Atmoſphæræ Solis eandem Noſter tribuit, ut & ego ipſi tribuendam omnino cenſeo minus vividam illam, quæ tum ad majorem inde diſtantiam circumquaque protenditur.

Verum multo adhuc evidentius evinci affirmat ſolarem atmoſphæram per illud, quod olim a Joanne Dominico Caſſino detectum appellant lumen Zodiacale idcirco, quia ſub Zodiaco cernitur. Id protenditur ſub Zodiaco ad magnam a Sole diſtantiam verſus Orientem, & verſus Occidentem ſub forma rhombi cujuſdam, vel lentis tranſverſim conſpectæ. Jam ejus vertex diſtat a Sole gradibus etiam 100, jam vix ad 70 pertingit: eſt tenue id lumen inſtar luminis viæ lacteæ, nec ſemper videri poteſt, ſed tantummodo, ubi ſatis magno temporis intervallo poſt Solis occaſum, vel ante ejus ortum, ſatis longe protenſum ſatis alte emergit e craſſioribus nebulis, atque vaporibus horizonti proximis.

Quod ſatis longe protendatur a Sole, id pendet ab ipſa extenſione atmoſphæræ ſolaris, quam quibuſdam ſæculis, & annis multo majorem, aliis multo minorem extitiſſe per vices quaſdam probat Mairanius in celeberrimo ejus opere, quo de Aurora Boreali egit inde deducta. Quod alte adhuc emergat ab hori-

Vix decies ad quinque; & longa, breviſque viciſſim
Bellantis veluti comparet lancea Phœbi.
Debile lumen id eſt, via qualis candida lactis,
Conſpicuum nec idem patet omni tempore nobis.
Non igitur lucem hanc cernes, ſi veſpere ſummo,
Vel nondum roſea Tithoni conjuge cani
Exoriente, eadem non Cælo ita perſtet in alto,
Ut ſuperet nebulas, fuſcanteſque ima vapores;
At perſtat, ſuperatque umbrantes ima vapores,
Si procul altus apex a Sole excurrat utrinque
(Ævo quod certo, quod certis accidit annis),
Et plaga, quam Phœbi currus perlabitur, orbis
Si tum ſigniferi noſtrum minus extet ad æquor
Obliqua, ante ſuos quam jungere quadrijugos Sol
Incipiat, vel poſt quam ſolverit imus anhelos.
Signifer orbis enim diverſos efficit ipſam
Terræ ad planitiem flexus, nobiſque, borea
Qui regione ſumus Mundi, æquantemque videmus
Tempora non paucis diſtantem tractibus orbem,
Signa quidem, vernum quæ circa Vellus utraque
Parte micant, obliqua nimis naſcuntur eoo
Littore; non ideo propera eluctantur ab imis
Telluris nebulis, clarumque educere poſſunt
Non ſubito jubar in fuſca caligine merſum;
Aſt eadem occiduis occumbunt recta prope oris.
Contra quæ oppoſitam circumdant lucida Libram,
Obliquant ſe ſigna cadentia, at alta oriuntur.
Idcirco e noſtris regionibus aeris illa
Non bene conſpicimus Phœbei lumina Cælo
Edita, ni vernæ per ſuda crepuſcula noctis,

Et

horizonte, id pendet ab inclinatione ad horizontem ipſum arcus Zodiaci occidentis poſt Solem, vel orientis ante ipſum. Signa circa Arietem, quod facile eſt videre in armilliari ſphæra, nobis quidem ſitis in boreali hemiſphærio ad ſatis magnam diſtantiam ab Æquatore, naſcuntur nimis obliqua, & occidunt ſatis erecta, contra vero ſigna circa Libram naſcuntur erecta, & occidunt obliqua; & idcirco Lumen Zodiacale nobis quidem ſupra nebulas non ſatis eminet, niſi vere poſt crepuſculum veſpertinum, & autumnali tempore ante matutinum: oppoſitum autem accidit in auſtrali hemiſphærio ſitis, dum zonæ torridæ incolis per totum annum Zodiacus ſatis elevatus & oritur, & occidit; unde fit, ut ſi ſatis longe protendatur a Sole Lumen Zodiacale, ipſum toto anno videre poſſint & mane, & veſpere.

Et matutinis Autumni divitis horis.
Omnia in adverſi contraria partibus Auſtri
His, opus eſt, fiant. Quæ vero Æquante ſub orbe,
Vel prope ſunt gentes, rectus queis ſignifer orbis
Occumbitque, oriturque, vident hanc tempore lucem
In quovis, dum ſe diſtendat cuſpide longa.
Hanc [1] vero lucem exortam de parte quis illa
Ambigat aurarum, quæ ſit mage craſſa, potenſque
Deorſum occurſantes radios convertere pulſos,
Augmine vel proprium majori effundere lumen?
Ipſe ſuum jam Sol quia circa vertitur axem
(Ejus ut a maculis patefit, quas cernimus omnes
Tempore circuitus facere æquo, & volvier uno
Axe ſuper, varias quanquam, & ſine lege coortas
Ex improviſo, certa nec lege obeuntes),
Atque ſuum ſecum quia pertrahit aera raptans,
Ipſum hunc compreſſam ſeſe conflare neceſſe eſt
In lentem, propter majorem particularum
Niſum de medio fugiendi limite gyri,
Propterea nobis oblique ut viſa ſub illa
Debeat, ut docui, rhombi apparere figura.
Corporis utque ſui partem, quæ rapta per orbem
Eſt latum, ad nos Sol convertit, ita aera quanto
Plus a ſe projectat agens, accedere nobis
Plus facit, interdum tranſmittat ut oſcula Terræ
Contactu ætherio; quod fit, cum cernimus auras
Eductas gradibus novies ab origine denis.
Si vel adhuc magis excurret, conveſtiet omnem
Lux ea Tellurem circum, quo tempore quidam
Undique diffuſus tota de nocte videri

Debe-

1 Jam oſtendit, quo pacto id lumen ortum ducat ab Atmoſphæra Solis vel reflectente radios ipſius Solis, ubi ea eſt denſior, vel ſuum etiam lumen emittente. Solem circa proprium axem converti, probant maculæ, quæ licet tam variæ ſint, & ſine ulla certa lege exſurgant, & evaneſcant, ſemper circa eundem Solis axem convertuntur iiſdem converſionum integrarum temporibus. Eo motu Sol ſecum abripit in gyrum atmoſphæram ſuam, quæ ob vim centrifugam majorem in æquatore motus, quam ad polos, debet induere figuram ſphæroidis compreſſæ accedentem ad formam lentis, atque ea ipſa lens a nobis obliquè videri debet; cum Sol ipſum æquatorem ſuum aliquando accurate, ſemper vero ſatis proximè Telluri obvertat.

Quan-

Debebit ſplendor tenuis: mirantur agentes
Excubias proin interdum, vel longa viarum
Carpentes noctu, cur nox hac fuſcior illa,
Scilicet hæc formas varias diſtinguere rerum
Cur ſinat, illa nigris æque omnia contegat alis:
Ignorant, id qua poſſit contingere cauſa.
  Aeris [1] hujus at hìc num meta, & terminus hærens,
Ipſum quo monſtrant oculi finire? profecto
Idem & adhuc, nequeant oculi ut pertingere, pergit
Rarior, atque ideo ſubtili corpore cæcus
Ætheris intervalla per ardua continuatur
Edita fors ultra longe Saturnia regna.
Hoc caudata probent ingentibus intervallis
Aſtra evecta procul, quorum præbentia caudæ
Nubila fumantis ſpeciem, ſurſum aere eodem
Tolli credibile eſt (ratio tibi vera probari
Quæ poſt efficiet), quo pacto noſter & aer
Noſtros ſcilicet hinc ſuſtollit ad alta vapores.
  Sic [2] itidem noſter, qui circumfunditur, aer

Altior

Quando ſatis a Sole protenditur illa pars ejus atmoſphæræ, quæ lumini vel emittendo, vel reflectendo par Lumen Zodiacale efformat; tum vero ad Terram etiam pertingit aliquando, & aliquando ultra eandem quoque tranſcurrit. Primum illud accidit, ubi vertex ipſius Luminis Zodiacalis ad 90 gradus pertingit; hoc ſecundum, ubi ultra eum terminum procurrit, quod facile admodum demonſtratur, & videbimus in ſupplementis.

Hinc etiam cenſet fieri poſſe, ut quædam noctes æquè ſerenæ ſint multo lucidiores aliis; ubi nimirum Lumen Zodiacale Terram ambiens multo plus vividum ſit, & altius ultra ipſam excurrat illuſtrans umbroſum conum.

1 Docet jam Atmoſphæram Solis multo longius a Sole protendi, quam Luminis Zodiacalis materiam, quod argumentum in Diſſertatione de Cometis pertractavi fuſius, ut & cætera, quæ ad Cometarum in primis pertinent atmoſphæras, & caudas, atque id ipſum oſtendere Cometarum caudas ortas, uti infra exponetur, ex eo, quod vapores Cometici in atmoſphæra ſolari aſcendant ad partes Soli oppoſitas, quemadmodum hìc apud nos noſtri fumi aſcendunt in Atmoſphæra terreſtri. Caudas autem habent Cometæ etiam ibi, ubi multo longius a Sole diſtant, quam quo luminis Zodiacalis materia protenditur.

2 Eodem pacto affirmat etiam in noſtra atmoſphæra ſe rem habere: ea pars, quæ radiis Solis reflectendis eſt par, & crepuſculum gignit, ultra quadraginta paſſuum millia non extenditur, ſi crepuſculum oritur per unicam reflexionem radiorum Solis in aere factam; ſi per duplicem, non ultra decem; cum ejus pars magis tenuis, & incapax reflectendæ lucis multo altius elevetur, ea nimirum, quæ ſuſtineat materiam.

Altior eſt multo, quam queis reflectere lucem
Quit ſpatiis: ſtatuunt hos ipſa crepuſcula fines,
Quæ Solis lux ſunt ad lumina noſtra repulſa
Corpore ab aerio: brevia, atque fugacia cum ſint
Illa, quater denis non plus quam millibus alte
Poſſe repulſantes inventum attollier auras,
Quin denis tantum his ſpatiis, ſi forte repulſu
Bino ad nos dubiam credas deſcendere lucem.
Aura at quæ radios nequeat convertere deorſum,
Officione alio monſtret ſe impervia viſu?
Ejus an in vaſto pelago non innatet illa
Lux inſueta, novo Boreæ quam nomine dicunt
Auroram? re tam tenui ſe ſuſtinet ardens.
Hic [1] mihi par etiam peregrinam hanc dicere lucem,
Qualis, & unde ſuos deſcendens hauriat ortus,
Queiſque magis, Terræ, an Phœbeis debeat auris.
Illa quidem rubeos Tithoni conjugis ortus
Viſa polo plerumque refert: ſolet altivolantis
Principio ad Cauri regionem fumidus ingens
Spectari globus; ejus humo pars conditur ima,

Edita

teriam exhibentem Auroras Boreales juxta Mairanii ſententiam, quam ſententiam Noſter amplectitur, & ad quam hic gradum facit; eandem autem infra in fine hujus tractationis commendat plurimum, & tam ipſam, quam celeberrimum Auctorem meritis attollit laudibus, ingentem cum tot aliis ſuis ſcriptis, tum ex hoc ipſo argumento nominis celebritatem & adepto jam, & ad poſteros traſmiſſuro.

1 Acturus de Boreali Aurora primo quidem ipſius præcipua phænomena exponit, quæ nimirum plerumque ſolent occurrere, ubi Auroræ Boreales inſigniores effulgeant: vocat autem Noſter eam lucem peregrinam, quod identidem tantummodo, & quidem rarius, apparere ſoleat. De hoc itidem argumento agemus pluribus in ſupplementis.

Solet initio ſub finem crepuſculi veſpertini apparere caliginoſi, & obſcuri cujuſdam amplioris globi ſegmentum ſupra horizontem extans inter Boream, & Occidentem: ejus limbus evadit lucidus, & aliquando plures habentur arcus ad ſenſum concentrici alternatim diſpoſiti alii circa alios lucidi, & obſcuri. Inde erumpunt, ac longè protenduntur plures radii, & velut igneæ columnæ, quæ formam perpetuo mutant, & ſæpe obſcurus ille globus diſrumpitur, & radios vibrat tanquam ex ulteriore quodam incendio. Nonnunquam & corona quædam a radiis, vel columnis quibuſdam lucidis efformatur coeuntibus in ipſo Zenith, vel prope ipſum. Quando autem ingens eſt phœnomeni lux, vapores, & nubes ingentem ſæpe ruborem concipiunt, quo & objecta omnia terreſtria inficiuntur circumquaque. Deſinit demum illud ferale ſpectaculum ad Boream in lucem placidam quandam, & quietam matutinæ Auroræ ſimilem.

Edita pars ſeſe poſt paulo lumine tingit,
Et nitet, interdum fuſcas, claraſque viciſſim
Diſtincta in zonas; multiplex proditur inde
Formarum ratio, ſcenæ variantis ad uſum,
Ludicra gaudentis velut in ſpectacula Cæli.
Funditur in ſpatium globus ille, lociſque recurvus
Rumpitur in variis limbus, lucemque profundit
Eructans, acſi ſe retro incendia volvant
Flammarum; ſurgunt alternis, intereuntque
Ex improviſo radii, rectoque columnas
Stare ſitu videas, ſeu paulum forte reclini
Lucentes alte ſuper atro fornice nixas.
Sæpe illæ educto protenſæ culmine longe
Contingunt noſtri ſupremas verticis oras,
Et, coeunt illic multæ, & tentoria caſtris
Formant in ſpeciem, fulgentemve igne coronam.
Et ſi tum radiis vis inſit magna, videbis
Sanguineo aerios tingi fulgore vapores,
Nubilaque, & montes, & ſilvas, conſitaque arva,
Et pavidas urbes populi inter denſa rubere
Murmura, diſtinguique vias, & mœnia lævas
Umbras projicere, & tenebras diſcedere noctis.
Iſta minax ſpecies finitur denique luce
Innocua, placidaque poli ſublimis ad axem;
Acſi illinc verſa vice rerum nuncia Solis
Prodire, & mundo roſeos oſtendere vultus
Diva velit, thalamiſque ſenis frigentibus illas
Præferat iracunda nives, brumalia regna.
Hæc [1] multi radiis Solis tribuere, putantes
Eſſe

1 Ad cauſas gradum faciens duas hic tantummodo recenſet, & confutat. Sunt, qui cenſeant oriri phænomenum a reflexione radiorum Solis infra horizontem deliteſcentis, & quidem ſunt etiam, qui cenſeant reflecti lumen a nubibus ad nives, & inde ad nubes pluribus vicibus. Hanc ſententiam omnino evertit illa humilitas tanta atmoſphæræ terreſtris, ad cujus partem nobis conſpicuam non poſſunt pertinge reradii Solis uſque adeo infra horizontem depreſſi per hyemem, quo tamen tempore Auroræ Boreales itidem occurrunt, & ſanè multæ.

Alii hoc phænomenum tribuunt exhalationibus ſulphureis, quæ accendantur; ſed nec tanta haberi poteſt exhalationum ſimul inflammandarum copia, ut tantum univerſæ ſimul Europæ præbeat ſpectaculum, nec exhalationes terreſtres aſcendunt ultra illam adeo humilem atmo-

Eſſe vel a nivium cumulatis montibus, illis
Sive repercuſſos a denſis aeris auris,
Nequidquam, quoniam nimis alta conditur ardens
Terra Sol mediæ brumali tempore noctis,
Tempore quo ſeptem quoque ſæpe arſere Triones,
Ut nequeant illuc radii pertingere miſſi.
Fruſtra alii accenſos evulgavere vapores
Urſas ſub gelidas ſimul undique convenientes;
Nam neque vim tantam cogi illuc poſſe vaporum
Credendum eſt, uno igneſcant qui tempore in ingens
Diſtenſi Cæli ſpatium, ut de parte videri
Terrai magna poſſint, nimiumque remota,
Nec tantum educi poſſe in ſublime volantes,
Longe ut prætereant fines, qui ſuſtinet illos,
Aeris; hos fines diſtendi poſſe probatum eſt
Vix ad dena quater nimirum millia, nuper
Ut docui; aſt ardens Auroræ tollitur illa
Flammantis ſpecies (præſertim totius ingens
Europæ populis converſis lumina ad Urſas
Cum micat, & Boreæ haud ſoli videre coruſcam
Indigenæ) plus quam ſexcenta ad millia ſurſum,
Alteraque interdum his cumulata, atque altera centum
Præterit; invia ſunt quæ regna vaporibus imis.
  Ergo [1] cum poſſit tanta ad ſpectacula Cæli
Terra nec ima ullos, neque ſuppeditare paratus
Imus & ipſe aer; quid ſummus poſſit inani
Aſſimilis, ſubtili imbellis corpore, inerſque?
At fors poſſit, ubi introrſum quid deſuper haurit,
Fœcundoque ſinu cæleſtem percipit auram,

Scili-

atmoſphæræ noſtræ nobis conſpicuæ partem; dum e contrario Auroræ Borealis materia, quæ per univerſam Europam ſæpe ubique apparet ad eandem Cæli plagam, nimirum ad Boream, ex tam disjunctis regionibus parallaxi tam exigua exiſtente, debet eſſe editiſſima.

1 Veram hic originem a Mairanio inventam prodit. Maſſa ingens atmoſphæræ ſolaris, de qua paullo ante egimus, quando ipſa ita accedit ad Terram, ut gravitas in eam ſit major gravitate in Solem, decidit verſus ipſam Terram, & rarior illa etiam terreſtris atmoſphæræ parte, quam radiis reflectendis imparem diximus altiſſimè elevari, illi innatat, ac congeſta, & concuſſa, dum effunditur, quandoque igneſcit etiam, & lumen emittit ſuum. Sæpe tamen, immo plerumque fit, ut ante, quam igneſcat, decidat; tum vero verſus polum propiorem fluit,

Scilicet illam ipſam, phœbeo funditur aſtro
Quæ circum, ut docui, atque apparet ſæpe ſub orbe
Signifero, cujus formam, loca, tempora dixi.
Illius ut pars denſa ſolet protendier ipſam
Ad Terram interdum, procurrere forte vel ultra,
Fiet, uti fines ea tranſmeet ætheris illos,
Terram in vicinam gravitas quibus incipit eſſe
Major paulatim in Solem gravitate remotum.
Tum ſubito, ſi præſertim cumulatior illic
Forte ſit, in Terram properat phœbeius aer
Avulſus parte haud modica de corpore magno,
Ut rupes de monte, novique fit incola regni.
Noſtra dat aura locum celeri; tum denſior obſtat,
Innectitque moras ſenſim, curſumque refrænat:
Aura retenta fremens ferviſcit, læſaque triſtes
It velut in flammas irarum; ſæpe ſed, ante
Quam cœptet motu interius flammeſcere diro,
Alterutrum projecta polum petit, ob fugiendi
Vim medio a motùs, peragit quem Terra, diurni,
Quæ motu hoc languente polum langueſcit ad ipſum,
Ob calidas itidem, magis & ſub Sole tumentes
Auras, inque polum proin ob declivia utrumque.
Dum petit ille polos, interdum concipit aer
Ardorem, interdumque polis procul editus ipſis,
Aut quoque poſt multo depreſſior, inſinuatus
Auris interius terreſtribus, atque deorſum
Deſcendentibus hoc citius, quia pondus ob auras
Has alienigenas increſcit convenientes.
Hæc [1] ſi percipias bene cuncta, reſolvere poſſis

Quæ-

fluit, tam ob vim centrifugam motus diurni, quæ, quo ad æquatorem magis acceditur, eo eſt vividior, & ipſam auram affluentem magis repellit; tum quia calore Solis exuſtus aer terreſtris æquatorem verſus, & rarefactus attollitur, ac inde ad polos defluit, & ſecum atmoſphæræ ſolaris maſſam rapit, quæ ibi congeſta facilius efferveſcit, vel dum adhuc eſt elevatiſſima, vel etiam poſteaquam addenſata ibi, & aeri refrigerato commixta deſcendit inferius,

1 Ope hujus theoriæ, affirmat, explicari optimè præcipua quæque phœnomena ad Auroram Borealem pertinentia. Plerumque videri incipit veſpere ad occidentem, quæ plaga eſt poſtrema obverſa Soli per diem, & proinde parti ejus atmoſphæræ propiori ipſi Soli, & craſſiori. Apparet inſtar globi, vel circuli, in quem nimirum diffunditur ingens maſſa delapſa, ut gutta olei aquæ affuſa

Quæcumque aſpicias, cum ſeptem arſere Triones.
Inter hyperboreas primò, occiduaſque videri
Incipit illa plagas ad Caurum fumida nubes,
Nam Mundi pars illa die converſa cadente eſt
Phœbo, & phœbigenis mage denſis aeris auris;
Et globus eſt, nondum concepto expanditur igne
Quandoquidem, Terræ ſuper auras fuſa per orbem,
Haud ſecus ac olei ſuper undas gutta tenacis:
Poſt hæc aſpicimus lucentes marginis oras
Nigrantis guttæ; quia pars magis apta cremari,
Imbuiturque prius quæ flammis, altior extat
Ad Cælum converſa, aliiſque obſtructa lateſcit
Inferioribus, & ſiſtentibus undique viſum;
Tantùm igitur fili apparet lucentis imago
Circum oras, ubi præter ea impedientia nigra
Corpora ſubtiles expanſæ nant quoque partes.
Tum varios illic fuſcos, claroſque videbis
Alternatim orbes, cum decidet altera major
Maſſam maſſa ſuper, guttam ut ſuper altera gutta.
Tum limbum illius brevioris fumida oportet
Hujus pars tranſcurrat, & illud corpore nigro
Excipiat lucens filum, poſt proferat igneum
Ipſa ſuum pariter, qua circum deſinit, orbem.
Sed rarò fit, uti plures ſic accumulatæ
Uſque magis lato diſtenſæ corpore guttæ
Deſuper adveniant; idcirco non erit unquam,
Ni raros, paucoſque, queas ut cernere claris

Hos

affuſa in circulum conformatur; ac obſcurus eſt circulus ante inflammationem: quoniam autem pars ſuperior, ut tenuior, inflammatur prius, ea a craſſiore obtecta latet, ſed ipſam tranſgreſſa zonam exhibet lucidam circa eandem; ac ſi plures maſſæ cadant aliæ poſt alias ita, ut ſequentes præcedentibus majores ſint, dum hæ ſupra illas expanduntur, exhibent circularem zonam nigram circa inferiorem lucidam, tum ſuam lucidam ſuperiorem circa eam nigram ſe inferiorem, & ita porro; quod quidem cum raro evenire debeat, raro itidem plures ſpectantur zonæ.

Poſteaquam vel ardore ſuperioris incendii conſumi cœpit inferior obſcura pars, vel etiam agitatione diſrumpi; erumpunt radii, qui etiam ultra globum, & anulos protenduntur, ut interdiu trans nubes diſruptas erumpunt radii, quaquaverſum a nubibus profecti ſuperioribus a Sole illuſtratis; ſed vibrantur, & tremunt, ac mutantur ſitu, ob agitationem ingentem ſuperioris illius incendii.

Hos intermixtos nigrantes orbibus orbes.
Præterea Cæli non longo tempore prima
Permanet hæc ſpecies, nam ſive abſumitur illa
Fumida materies, ſeu ſeſe diſtrahit a ſe
Mutuà, divellitque, incendj protinus ardor
Comparet, radiique erumpunt; haud ſecus, alte
Ac per conſtratas nubes cum funditur alma
Solis lux imo nigrantum nubium hiatu
Eluctata; vias loca per caligine denſa
Diſtendit longas, & claro tramite ſignat.
At [1] quæ non vaſto nimium ſe corpore deorſum
Præcipitant guttæ, varias formare columnas
Dicendum eſt; ſiquidem caſu producier illo
Debent, nam craſſæ quæ ſunt mage, ad ima revolvunt
Se partes loca, ſubtiles retinentur in altis
Ordine quæque ſuo, tenui pro mole, locatæ.
Deorſum ipſas noſtri ſi circum verticis oras
Labuntur; graciles magis, apparere neceſſe eſt
Altius, & ſumma inclinare cacumina ſeſe
Inter, ut in medio coeant, formamque coronæ
Prætendant, aut fixa altis tentoria ſtellis.
Sic etiam longo ſi conſita robora cernas
Ordine, vel triſtes præcelſa fronte cupreſſos
Hinc illinc tractu campis protendier æquo,
Extremæ longe quæ ſunt, conjungere ramos
Inter ſe apparent nexos, trunciſque coire.
Poſtremo [2] rubeus color ille, & ſanguine ſplendens,
Qui ſilvas monteſque, paventeſque imbuit urbes,

Illa

1 Omnium in hac theoria ingenioſiſſima eſt Mairanii explicatio coronæ, quæ cernitur prope zenith, quam hic Noſter exponit. Dum guttæ plures minores decidunt, ſingularum pars denſior deſcendit in craſſiorem atmoſphæræ noſtræ partem, tenuior remanet altior; adeoque fiunt quædam veluti columnæ verticales, quas qui cernit e ſuperficie Terræ, debet videre inclinatas verſus ſuum zenith; cum remotiora appareant ex Opticæ legibus propiora inter ſe; ut ſi plures habentur ordines arborum paralleli, apparent ſtanti in prima earum origine, tanquam coeuntes in majore diſtantia. Nonnunquam motu atmoſphæræ noſtræ fieri poteſt, ut ejuſmodi columnæ nonnihil inclinentur, quo caſu non in ipſo zenith, ſed prope ipſum apparet coronæ illius vertex, quod ipſum aliquando accidit.

2 Coloris rubei eadem eſt origo inter nocturnos vapores, quæ generaliter, ubi mane, vel veſpere, Cælo admodum caliginoſo rubent omnia, cujus phænomeni optica ra-

tio

Illa continctis a luce vaporibus ortum
Non referat, Cælo obſcuro, noctiſque per umbras?
Sic etiam Cælum, multo ſi fœta vapore eſt
Aeris aura, rubere videmus, purpureoque
Lumine contingi nubes, jam Sole ſub undas
Æquoreas lapſo, & feſſos ſolvente jugales.
Nunc [1], quibus aſpicere eſt ea rubro incendia Cælo,
Tempora temporibus conſpectas Solis ob auras
Vulgatis quam conveniant, pariterque revertant
Utraque, ne certæ poſſis te opponere cauſæ,
Percipe. Si faſtos, rerumque antiqua revolvas,
Auroræ perſæpe leges conſpecta Boreæ
Lumina, quæque metus pavidis expreſſerat olim,
Nomina non eadem luci ſunt indita, Cælum
Scilicet aut ardens, pollutum aut ſanguine diro,
Forte vel armatas contis, piliſque cohortes
Prælia miſcentes dicebant, triſtia proinde
Vulgus in attonitum fundebant omina vates;
Mactabant populi pecudes, ſtratique per aras
Numina placabant votis; doniſque Sacerdos
Lenitus meliora Deum ſpondebat ab ære;
Hæc, inquam, priſcis quanquam olim lumina ſæclis
Prodita, viſaque ſunt, non omnibus emicuere;
Nimirum ſæclis lucis veſtigia nulla
Comparent aliis, ut tum neque viſa, neque illa
Nota fuiſſe putes: Quibus at conſpecta fuere
Temporibus, jam non una ratione quotannis
Lumina fulſerunt, modo rarave, nullave prorſus

tio exhibebitur tomo tertio; hìc ſatis eſt exemplum a re ſimili, & frequentiſſima deſumptum.

1 Nihil, magis confirmat hanc Mairanii ſententiam, quam mirus quidam conſenſus frequentiæ, vel raritatis hujuſce phœnomeni cum iis temporibus, quæ juxta ejus theoriam maximè favent, vel obſunt eidem phœnomeno. Rem accuratius exhibebimus in ſupplementis excerptam ex egregio ipſius volumine.

Primo quidem oſtendit ipſe Mairanius Auroram Borealem quibuſdam ſæculis fuiſſe admodum frequentem, nam omnia illa Veterum ſpectra, cum Cælum ardere crederent, & præliorum ſimulacra videre ſibi viderentur exterriti, cenſendum eſt, Auroras Boreales extitiſſe; at iiſdem temporibus invenit frequentia etiam veſtigia luminis zodiacalis viſi, & nobis prodiri ſub ſpecie ingentis rhombi, vel immanis lanceæ, & enumerat plures vices regreſſuum utriuſque phœnomeni, quæ conjunctio illud ſuadet, ab eadem pendere cauſa communi, majore nimirum ſolaris atmoſphæræ extenſione, ac denſitate,

Prodibant, modo crebra, ſuique feracia longe.
Ergo ſi repetas ea prodigialia volvens
Tempora, quam docui, lucis quoque ſigna notabis
Tunc quædam per Solis iter conſpecta, ſuaſque
Effudiſſe comas Phœbum magis orbe ſub illo.
Præterea [1] tria ſunt, quæ propter quolibet anno
Res redeunt faciles luci, adverſæve Boreæ:
Nimirum Soli accedens, ſeu Terra recedens,
Ipſaque hyperboreæ regio telluris ad auras
Converſa has Solis denſas mage, vel mage raras,
Poſtremo Terræ polus idem, aut obvius auris
Incurrens, ſulcanſque mare illud, ut ærea prora,
Aut retro incurſu abſiſtens, velut ultima puppis.
Quod primum eſt, Terræ non æquo pendet ab orbe,
Annua quo Solem cingit; quod deinde ſecundum,
Obliquo a poſitu deprendes Solis ad orbem
Terrai magnum; nec enim protenditur aer
Ex omni circum phœbeus parte, ſed ipſum
Trajicit obliqua Tellus regione meando,
Bis ternis converſa polum nunc menſibus iſtum
Ipſius in faciem, totidem nunc menſibus illum.
Demum, quod supereſt diſcriminis, axis ab ipſo
Exoritur flexu terreſtris, quo ſecat orbem
Annua Terra terens magnum; nempe annuus iſte
Si gemina Terræ curſus ſit parte retextus,
Una per æquantem pars orbem recta feretur,
Quæ celerare facit motum, aut tardare diurnum,
Vimque auget, minuitve illam, quæ projicit hinc, atque
Illinc in geminam regionem utrinque polorum
Hanc

1 Deinde conſiderat tria anni tempora, quæ maximè favent Auroræ Boreali, dum iis oppoſita eidem contraria ſunt. Sunt autem cum Terra ob orbis annui ellipticitatem eſt Soli propior in Perihelio, vel contra ab eo remotior in Aphelio: cum noſter Borealis polus obvertitur verſus æquatorem atmoſphæræ ſolaris, ſive verſus mediam lentis craſſitudinem, quæ, uti diximus, obliquo poſitu Terram excipit, fere nunquam accuratè ipſi Telluri obverſa, vel cum e contrario Borealis polus ſpectat partes ipſius lentis extimas: cum in motu annuo, quo Terra partim movetur ſecundum directionem æquatoris terreſtris, accelerato tantummodo per hunc motum, vel retardato diurno motu, partim ſecundum directionem axis ejuſdem æquatoris, ob obliquitatem nimirum Ecclipticæ, noſter polus in hoc ſecundo
motu

Hanc alienigenam phœbeæ lampadis auram:
Altera pars curſùs Terram protrudit in illo
Ætherio pelago, per ut undas truditur alnus.
Ergo tempora, queis aptæ, facileſque per annum
Res, genus hoc, unà coeunt, & mutua jungunt
Auxilia, invenies magis illa ſplendida luce
Sithonia, tantoque magis, quo fortior inde
Adveniet cauſæ vis, & numeroſior unà.
Quæ cum conveniant, quantumlibet aucta, minuta,
Et variata modis multis, mutataque rebus,
Vero quis dubitet conjungi ea denique nexu?
Nobis Sequanicis quæ prodidit omnia ab oris
Mæranus Sophiæ cultor, verique miniſter,
Ingeniique ſui fulgenti lumine claram
Extulit, ut cunctas per gentes nota clueret,
Auroram: cui vix olim nomenque, locuſque
Conſtiterat, nunc eſt ortus, patefactaque cauſa,
Nunc nihil ambiguum in rara, aut mirabile luce eſt;
Ille ut proinde queat (ſileat licet invida Fama
Cætera, quæ ſæclis longe noſcenda futuris
Tranſmiſit) cenſeri inter memoranda Virorum
Nomina, Naturæ qui ſuerunt pandere clauſtra
Ærea, nec victi rerum atra nocte recedunt.
Hac [1] tibi ſubjuncta Borealis origine lucis,
Et ſpatio, quo ſe tollit celſiſſima, quo tu
Millia pertingas poſt ſeptingenta ſuperne
Accumulata; nimis non hos excedere fines
Aera cognoſces noſtrum, at ſolaribus auris
Finiri circum, atque inducto ut parjete claudi.

motu præcedit, ut prora quædam, & veluti ſpumam agit in ipſa ſolari atmoſphæra, vel e contrario conſequitur polum oppoſitum, ut puppis.

Conſulendo autem hiſtoriam Auroræ Borealis, & catalogos plurimarum obſervationum inter ſe conferendo, in quibus nimirum fortuitæ conbinationes ob ingentem numerum ſe mutuo elidunt; ſemper inveniuntur plures Auroræ Boreales menſibus faventibus, quam oppoſitis, atque id in conſtanti quadam ratione, & quidem eo majore, quo tempora aſſumuntur propiora momento maxime faventi; qui admirabilis ſanè conſenſus ſententiam mirum in modum confirmat.

1 Cum Auroræ Boreales ad 600, vel 700, & ad ſummum 800 milliaria aſſurgant, inde Noſter deducit, atmoſphæram terreſtrem non

Progreſſus pariter, quo tenuior uſque ſit aer
Surgendo, ſiſti ſub eodem limite debet.
Quantum & compreſſus foret aer hìc prope, ſi nil
Officeret ſemper ſurſum ulteriora petenti;
Tantum comprimitur revera, ponderis ejus
Phœbeo ſupplente vices ſuper adveniente
Aere, & uſque magis dilatari impediente.
Sic intra clauſum thalami penetrale videmus
Aera compreſſum nihilo minus eſſe, ſuperno
Non interrupto quam ſi aere continuetur;
Nam retinet fornix, quantum retineret id ipſum
Aeris aggeſti pondus ſuper accumulatum.
Non noſtri perſtant fines tamen aeris idem
Ad Solem mutante ſitus Tellure, modo ipſa
Nam Soli propior, modo contra abductior extat,
Et nunc denſatis magis illius innatat auris,
Nunc mage laxatis; proin & ſua denſior illic,
Et compreſſior eſt, hìc contra rarior aura,
Et ſublimior eſt eadem, mutataque ſemper.
Progreſſus [1] quin ille prius turbetur in auris
Nonne opus aeriis, quam ſummi limitis oras
Contigerit ſcandens? nonne impellantur utrinque
Mutua contiguæ, diverſoque ordine motæ,
Semper & extremis pugnent in finibus auræ?
Nam qua non multo eſt ſolaris denſior aer
Aere terreſtri, tardari debet, & a ſe
Diſcerpi victus multis in partibus, atque
Commiſceri alii, diverſaque jura ſubire,
Telluremque ſequi, & leges turbare receptas.

Quod

non aſſurgere longe ultra eum terminum cum ea progreſſione denſitatis, quam ſtatuimus, reſpondente ponderi comprimenti, ſed finiri concluſam ipſa ſolari atmoſphæra, ut in cubiculo ea lex uſque ad fornicem pertingit, nec intra ipſum continuatur, eo ſupplente vim, quæ a ſuperiore pondere haberetur. Addit & illud, cum Terra jam Soli propior ſit, jam ab eo remotior, ac ipſa ſolaris atmoſphæra jam contrahatur, jam dilatetur; atmoſphæra terreſtris conſtantem menſuram non habet, ſed mutatur, prout ab ejus denſiore, vel tenuiore parte comprimitur, & terminatur.

1 Accedit & illud, progreſſionem propoſitam pro denſitate atmoſphæræ terreſtris debere turbari plurimum etiam ante, quam deveniatur ad atmoſphæram ſolarem, prope quam omnia perturbari debent, & ob utriuſque motum ingens alterius pars cum altera commiſceri.

Quod [1] ſupereſt, quoniam varie facit aera denſum,
Ut docui, gravitas, ab ea quoque manet, oportet,
Mobilitas, qua ſe reſonans fluida aura propagat.
Ergo auras facili ſe mobilitate cientes,
Seque propagantes fluctu non ſimplice circum,
Unde ſuus gemina ſenſus ſit in aure, ſequamur
Mente agili, nam non oculis ea pervia vis eſt.
Aura ſonum circum fundit, cum nempe frementi
Concutitur motu, trepidatque reciprocus aer,
Cujus particulæ, quibus eſt vis indita ſeſe
Compreſſis dilatandi, in ſpatia arcta premuntur,
Inque vicem ſaliunt, expandunturque repulſæ,
Et mediis velut unda frequens ſe ſuſcitat auris.
At ſolet unda fluens ſeſe ulteriora propagare
In loca, demittens partem, quæ ſe altius ante
Intulerat, tollenſque profundam, quæque quieta
Ante fuit; moti pulſus ſic aeris ultra
Extenduntur, ubi conſtrictæ diſſiluere
Particulæ, in ſpatiumque breve adduxere patentes,
Immotaſque alias prius, exteriuſque locatas.
His vicibus, veluti vibratur pendula virga,
Nexibus inter ſe vibratur particularum
Sic aer variis, & itus, redituſque repente
Multiplices peragit, fineſque extendit eundo.
At quæ mobilitas vibrantum particularum eſt?
Quove modo fluit ex ipſa gravitate? profecto
Pendet mobilitas aurai a corpore denſo
Scilicet, & ſeſe dilatandi, exque plicandi
Niſibus aſſiduis: hoc porro pendet utrumque

 Deſu-

1 Pauca hìc de ſono attingit, qui oritur a vibratorio motu particularum aeris, & pendet ab ipſa ejus compreſſione, & expanſiva vi inducta a pondere ſuperincumbente, adeoque pertinet ad argumentum illud de aeris gravitate, & denſitate, ex qua ad atmoſphæram ſolarem, quæ terreſtrem terminat, & ad Auroras Boreales inde ortas diverteramus. Ut undæ naſcuntur in aqua dempto æquilibrio, deſcendentibus nimirum particulis, quæ aſcenderant, & cogentibus aſcendere tam eas, quæ deſcenderant, quam ſibi proximas, quæ quieſcebant, atque id per multas vices, propagatis eo pacto undis ipſis; ſic particulæ aeris, quæ percuſſæ ad ſe invicem accellerant, vel receſſerant a ſe invicem dimotæ ab ea poſitione, quam requirit æquilibrium virium elaſticarum ad earum ſingulas pertinentium, oſcillant per vices,

Deſuper incumbente aurarum a pondere; quare
Mobilitas etiam; proinde a gravitate receptat
Vires ipſa ſuas. Numeris efferre retectam
Hinc liceat; ſiquidem poſtquam cognoveris, aer
Quantum denſus is eſt, ejus ſi æquare frementis
Pondus comperias argenti pondera vivi,
Quod ſe ad biſdenos digitos, ſeptemque per altum
Eduxit vitri tubulum; prope mille videbis
Ire pedes ſonitus aurarum tempore perquam
Exiguo, quod nimirum pars una ſit horæ
In decies ſenas partes diviſæ, iterumque
In decies pariter ſenas pro qualibet illa.
Atque hoc a vario tentamine conſtabiliri
Percipies, ſi fors ire in tentamina rerum,
Vel, genus hoc, cognoſſe aliis tentata libebit.
His [1] a principiis ſonitus ad cætera deſer
Munera te, cunctoſque aurarum conjice motus
Vocales; rapiunt memet majora, viamque
Difficilem oſtendunt; intenta percipe mente
Tu tamen, & durum tecum partire laborem
Me ſine, verba cadant ne ſi irrita, protinus artem
Cauſeris noſtram, nec idonea carmina damnes,
Cum tu non eadem, qua polles, mente ſagaci
Excipias, ſubeaſque animo vigilante, tuaque
Proin pereat culpa noſtris vis indita dictis.
Sic pila non dextræ mittentis, at excipientis
Sæpe errore cadit, ſocio tranſmittere Luſor
Nimirum debet jactu longove, brevive,
Novit ut ille brevi ſpatio, aut colludere longo,
Excipere atque oculis illic, manibuſque cadentem.
At licet audaci jam tum tranſmittere jactu,

Cum

vices, & oſcillationem propagant. Celeritatem propagationis Newtonus, quem hic Noſter ſequitur, inveſtigavit Principiorum lib. 2; & aſſumpto pondere aeris, quod barometrum indicat, ac ipſius aeris denſitate, quam experimenta oſtendunt plura, invenit per mille circiter pedes progredi ſonum ſingulis minutis ſecundis temporis, qua de re dicemus aliquid in ſupplementis.

1 A ſono pertinente ad gravitatem Terræ addenſantem atmoſphæram Terræ ipſius conſcenſurus ad nonnulla, quæ Planetas reſpiciunt a gravitate generali deducta, attentum lectorem jure exquirit, quem ad ardua magis præparat amœniore epiſodio.

Cum contra expectat facilis manus, exque pedita,
Quæque repercutiens, quacumque ea parte volarit,
Audaci pariter jactu, longeque remittat.
Expertum ſic cum noſtris rationibus eſſe
Te rear, atque agili poſſe undique mente ſubire,
Effice, ne prorſus temeraria noſtra videri
Ars queat, & vano contendere ad ardua niſu;
Quas pote, majores proin exere pectore vires.
Ergo [1] etiam hìc Terris Cælum conſcende relictis,
Et nunc hæc, deſultor uti, nunc illa repente
Mecum ſidera adi, præſertim errantia luſtra;
Contemplator ibi in multis quid rebus agatur
A gravitate, per ætherias quæ funditur oras.
Primò materies fulgenti Solis in aſtro
Quam ſit denſa, Joviſque etiam, Terræque videndum in
Corpore, Saturnique, quibus parere videmus
Aſtra alia inflexis medios obeuntia gyris.
Proin [2] ſi diverſis obeantur corpora circum
Corporibus diverſa, opus eſt cognoſcere quæque
Et ſpatia a medio, & volventum mobilitates,
Tempora nimirum, quibus unus clauditur orbis;
His etenim a rebus videas conſtare duabus
Vires; a medio nam debent tractibus iſtæ
Reſpondere ſuis, repetitis & ſemel in ſe
Temporibus, verſa verùm ratione relatis.
At ſi æquare velis ſeſe inter mutuà tractus,
Tum vires varias, quæ volvunt corpora in orbes,
Inſuper ad tractus debes expendere, ſed qui
Sint ſemel in ſeſe repetiti. Proinde neceſſe eſt
Tum quoque corporum item circa ſe verſa trahentum
Corpora materies, quæ viribus æquiparari

1 Argumentum proponit eorum, ad quæ tranſitum facit, acturus de maſſis, & denſitatibus Planetarum quorundam inter ſe comparandis, nimirum iis, quæ habentur in Sole, Terra, Jove, Saturno, quorum maſſæ per theoriam gravitatis admodum facile inter ſe comparantur, & ope maſſarum, ac apparentium magnitudinum etiam denſitates. Id jam olim Newtonus præſtitit Principiorum lib. 3.

2 Tradit ipſam inveſtigationis methodum. Si circa quædam corpora gyrent alia, datis orbium radiis, & periodicis temporibus facile invenitur ratio inter vires, quibus ibi hæc trahuntur in illa; nam ſunt directè, ut diſtantiæ, & reciprocè, ut quadrata illorum tempo-

Jam queat æquales ad tractus nempe relatis,
Materies, inquam, duplici hac ratione putetur,
Quæ ratio conſtet repetitis tractibus in ſe
Et ſemel, & rurſum repetitis, at ſemel ipſis
Temporibus, ſed quæ inverſo ſint ordine nexa.
Jam cum Solem obeant medium Titania circum
Aſtra, Jovemque ſui Comites, ut Delia Terram,
Saturnumque ſui, cumque horum & tempora conſtent,
Et ſpatia; ad vires cujuſvis, materiemque
Exin pervenies, &, quæ diſcrimina, noſces.
Tum vero moles aſtrorum inquire, quod ipſis
A ſpatiis Terra diſtantum pendet, & auctu,
Quo noſtris extendi oculis ſervata videntur.
Materia porro percepta, & mole vagantum
Aſtrorum, invenies, ea tum quam denſa viciſſim
Conſtent; materies queis major namque, minorque
Eſt moles, mage denſa aliis ſunt, raraque contra
Sunt mage, materies quibus eſt minor, amplior auctus.
A Terra jam ſi ponas conſurgere Solem,
Undecies [1] Terræ quantum axes mille profundæ
Metirentur (uti ponunt, qui cætera tentant
Eruere intervalla illinc), hac arte videbis
Majorem mille, & biſcentum partibus eſſe
Materiem Soli prope, quam tibi magne Deorum
Juppiter, & plus quam tibi corpore cedere Patrem
Dimidio; tenuis vel ab hoc quam Terra receſſit!

Victa

rum ſimul; id facile deducitur ex iis, quæ de vi centrifuga diximus in ſupplementis tomo primo, ut hîc itidem patebit in ſupplementis, ad hunc locum: ſi reducenda fuerit vis ſecundi corporis ad diſtantiam pertinentem ad primum, oportebit iterum aſſumere rationem quadrati diſtantiæ pertinentis ad primum corpus ad quadratum diſtantiæ pertinentis ad ſecundum, adeoque vires redactæ ad eandem diſtantiam erunt in ratione compoſita ex directa triplicata diſtantiarum, quas habent corpora gyrantia ab iis, circa quæ gyrant, & reciproca duplicata temporum, in qua eadem ratione ſunt & maſſæ trahentes.

Cum igitur Sol habeat circa ſe Planetas primarios, Saturnus, & Juppiter ſuos Satellites, Terra Lunam, aſſumptis eorum diſtantiis, & temporibus periodicis habetur ratio maſſarum.

Porro denſitates ſunt, ut maſſæ diviſæ per moles, & moles definiuntur ab Aſtronomis per diametros apparentes, & diſtantias. Hinc facile eſt & denſitatum rationem determinare.

1 Exhibet hîc rationem maſſarum, & denſitatum, quæ proveniunt

niunt

Victa quater centum prope partibus. Inde repertis
Molibus, accedes ad corpora denſa; decemque
Quos, genus hoc, numeros Phœbus, prope Juppiter octo,
Sex Saturnus habebit; at his præſtare repertum
Tellurem, quoniam eſt decies compacta quaternis.
Illis [1] præterea poſſis in quattuor aſtris
Noſcere, quæ conſtet facie in cujuſque ſuperna
Quælibet inter ſe gravitas collata viciſſim;
Namque ea materiæ bene congruit, & repetitis
In ſeſe a medio ſpatiis, aſt ordine verſo.
Quapropter facie in Solis ſi vis gravitatis
Mille ferat partes, decies feret in Jove partes
Octonas, decies Saturno quinque, quaternas
Sortita & decies prope Terra eſt, hìc ubi noſter
Afficitur ſenſus, Telluremque excipit aer.
Ne [2] vereare tibi ſecreta his prodita Divum,
Viribus & quantis, & quanto corpore conſtent
Scilicet. Idcirco ſubeundæ num mihi pœnæ,
Concilio admiſſus Divum quas garrulus olim
Dicitur in ſtygiis perſolvere Tantalus umbris,
Dum limphas inhians, & poma fugacia captat
Nequidquam? num propterea ne numine lævo
Aſpiciat me Saturnus, neu Juppiter a me
Avertat, placidos quanquam, inclementior ignes,
Formidem? morer anne tuos rubicunde furores

Marſ-

niunt in iis quatuor corporibus, poſita diſtantia Solis a Terra 11 millium diametrorum terreſtrium, quæ circiter reſpondet parallaxi ſecundorum 10, expreſſam craſſioribus numeris: Solis maſſam eſſe 1200 partibus majorem maſſa Jovis, hujus maſſam eſſe circiter duplam maſſæ Saturni, hunc autem quadringentis partibus eſſe majorem ipſa Terra in immenſum exigua: denſitates autem eorundem eſſe ut 10, 8, 6, 40. De his omnibus accuratius in ſupplementis.

1 Inde facile affirmat erui poſſe & rationem gravitatis in ſingulorum eorundem Planetarum ſuperficie. Ea nimirum debet eſſe, ut maſſa diviſa per quadratum diſtantiæ a centro, quibus idcirco datis datur. Exprimit eaſdem Noſter craſſioribus numeris, & affirmat eſſe ut 1000, 80, 50, 40.

2 Poſt breve poëticum epiſodium illud monet Martis, Veneris, & Mercurii maſſam determinari non poſſe, cum Satellites circa ſe nullos habeant; definiri tantummodo eorum molem per Aſtronomicas obſervationes, quæ cum multo minor ſit mole Jovis, & Saturni, ac horum maſſa ſit exigua reſpectu maſſæ Solis, addit, eſſe admodum credibile, multo magis exiguam eſſe & illorum maſſam reſpectu Solis ipſius.

Marſque, Venuſque tuos, polluto qualis amore. es?
Veſtra etiam jam ſiqua via ad ſecreta daretur,
Tentarem vel Lemniacis comprendere vinclis;
Nec clam adeo nobis furtive Caducifer ires.
Scilicet illa aliis incerta errantibus aſtris
Omnia ſunt; aditus nondum illuc ſtant patefacti,
Quippe carent famulis Dominos prodentibus: horum
Deprenſæ tantum ſunt moles, utpote pendent
Quæ ſpatio a ſervantum, & viſæ molis ab auctu.
Haud tamen idcirco eſt, nequeas ut credere, Terræ
Cum nimium ad Solem ſit, Saturnique, Joviſque
Parvula materies, Veneris, Martiſque quoque eſſe
Fors magis exiguam, multo illis quippe minorum.
  Hinc [1] facile efficies, prope libræ examine poſſis
Ut Solem hinc, illinc errantia ſidera cuncta
Pendere, non longe ſecus, ac quæ parva movemus
Inter nos facili molimine corpora; eorum
A ſpatiis inquirentes, & pondere noto,
Quo commune loco medium gravitatis ineſſe
Debeat, & quantum de corpore quoque recedat.
Ergo age, finge animo, quod fors vix accidat unquam,
Cuncta tamen finge aſtra ſimul, quæcumque vagantur,
Deflexiſſe latus phœbeæ ad lampadis unum;
Solis tum medium medio gravitatis ab ipſo
Diſtabit paulum puncto, nam major ibidem
Quanto eſt materies, tanto hoc vicinius olli eſt;
Nec turbet quidquam, medium dicantur obire
Quin Solem, in mediumque ſuis contendere circum
Flexibus errantes intra vacuum æthera Stellæ.

Tam

1 Inde gradum facit ad centrum commune gravitatis Planetarum omnium, quod, datis maſſis, & poſitionibus ipſorum, facile determinatur accuratè. Illud autem unum in genere affirmat, Solis centrum diſtare parum admodum a centro communi gravitatis Planetarum omnium etiam pro caſu, rariſſimo illo quidem, quo omnes Planetæ jaceant ad eandem Cæli plagam reſpectu Solis; cum nimirum maſſæ majori debeat eſſe propius, cæteris paribus in eadem ratione maſſarum, & ſumma omnium maſſarum ſit exigua reſpectu maſſæ Solis, & quidem invenitur ejuſmodi diſtãtia minor una ſolari diametro. Deducit inde parum inter ſe differre hæc duo, Planetas gyrare circa Solem, vel circa commune gravitatis centrum: eſt tamen diſcrimen in eo non inſenſibile, & ex ea diſtantia aberrationes non inſenſibiles oriuntur in motibus Planetarum.

Tam [1] tenui pariter deprenſos mole Cometas
Scire licet, vix ut Solem deducere poſſint,
Et, commune quod eſt, medium gravitatis ab ipſo
Vix diſtet Solis medio, niſi forſitan horum
Orbis in immenſas nimium cum ducitur oras,
Cumque una conſtant tam multi e parte receſſu
Illo in longinquo, ſimul addita materiai
Materia ut faciat longe diſcedere punctum
Id, commune quod eſt, medio de corpore Solis.
Parvula ſic quanquam, quæ nec laſſare ferentes
Forte queant digitos, longe procul addita vecti
Ingentes poſſint convertere pondera moles
Oppoſitas, monteſque etiam, Terramque movere.
Jam [2] ſi, quidquid agant immenſo ſidera tractu
Edita, fixa velut quæ Cæli in fornice conſtant,
Negligere ipſe velis, nihil inde ut turbet, oportet
Commune hoc Soliſque, Cometarumque, vagantumque
Aſtrorum punctum, fixum, immotumque vel eſſe
Conſtituas ſemper, vel, ſi moveatur, eadem
Uſque via recta, & curſu ſibi labier æquo;
Scilicet ut vera, cum de communis agebam
Puncti natura medii, ratione probavi.
Jam quoniam poſitus ſeſe inter ſemper eoſdem
Hærentes Cælo conſervant undique Stellæ
In ſpeciem, punctum id dicendum eſt ſtare quietum
In ſpeciem; nam ſi moveatur tramite recto
Perpetuùm, Cæli nos partem ſemper ad unam
Accedamus, & hic ſentiri ſæcula poſt tot
Acceſſus, ſi longa queat, confuſa tuamur,

Quæ

1 Nec Cometas, ait, multum turbare locum centri communis gravitatis Planetarum, & Solis, cum ipſi ſint perquam exigui; niſi forte cum in immenſum recedant, id præſtent, & potiſſimum ſi multi recedant ad eandem Cæli plagam; ac utitur opportuno ſanè exemplo vectis, in quo vel digito ad ingentem diſtantiam applicato, ingens pondus attollitur. Revera unicus etiam Cometa ſi ſatis longe recedat, poteſt inducere non exiguam diſtantiam centri ejuſdem a centro communi Planetarum, & Cometarum: ſed orbitæ Cometarum, qui nobis ſunt noti, quaquaverſus diſperſæ ſunt ita, ut aliæ aliarum effectum elidant in ordine ad ejuſmodi receſſum.

2 Centrum commune gravitatis Planetarum, & Cometarum, affirmat, ne a Fixis quidem ad ſenſum turbari, diſperſis nimirum circum-

cum-

Quæ modo fixa, locis inter ſe ſidera verſis,
Multa magis, quam ſint, vicina, remotaque multa,
Vaneſcentia multa, nova exorientia multa.

Hoc [1] medium circa punctum commune neceſſe eſt
Corpora cuncta, quibus nempe eſt commune, moveri
Perpetuò, & nullo capere ullam tempore pauſam
Poſſe; etenim vires, ſeſe quibus inter aguntur,
Vel ſi alio quovis ſtarent expertia motu,
Mutua pulſarent, & in illud cuncta cierent.
Si nunc vel nullos confingimus eſſe Cometas,
Cætera vel turbare nihil, quia forte tributi
Æque ſunt circum, atque æquali momine pollent,
Sol minimo motu circa commune feretur
Id medium; circa ſed Solem cætera turba
Aſtrorum, non, ut poſitum, ſuperaque receptum eſt,
Signabit primas coni de ſegmine formas,
Verum longe alias implexas, inque peditas,
Compoſitaſque; etenim quas Sol, & quodlibet aſtrum
Efficerent ſingillatim, commune obeundo
Uſque ſibi punctum, coni de ſegmine formas,
Perturbant aliæ hinc vires, atque inde aliorum,
Difficileſque alios texunt, varioſque meatus:
Hoc certe exiguum eſt diſcrimen tempore parvo,
Creſcit labente, & diuturno tempore magnum eſt.

Pro-

cumquaque, & quidem ad immanes diſtantias. Quamobrem id ipſum juxta ea, quæ de centro gravitatis maſſæ nullis externis viribus agitatæ dictum eſt lib. 3. ad verſum 2646, vel debet quieſcere, vel moveri uniformiter in directum. Non moveri uniformiter in directum, videtur erui ex eo, quod omnes Fixæ eandem poſt tot ſæcula ad ſenſum diſtantiam ad ſe invicem, & poſitionem tueantur, quod non accideret, ſi ad quaſdam perpetuo accederet noſtrum ſyſtema, & ab aliis recederet.

Hæc quidem rite procedunt de noſtra poſitione reſpectu Fixarum, ſaltem ad excludendum ingentem motum reſpectivum; at nulla ratione philoſophica evinci poſſe arbitror, non eſſe aggregatum ipſum omnium, quæ nos videre poſſumus, particulam perquam exiguam Mundi majoris, in quo ea tota communes alios, & parallelos ad ſenſum ſuorum punctorum motus habeat quoſcumque.

1 Neglecta actione Fixarum, & Cometarum, quæ ob oppoſitionem ſe elidant, haberi poſſe, affirmat, centrum commune gravitatis Planetarum omnium, & Cometarum pro immobili, ſed nullum corpus totius ſyſtematis quieſcere, motis nimirum omnibus per gravitatis actionem, & velocitates præceden-

tes,

Propterea tabulæ, queis Cæli condimus acta,
Et leges ſervamus, in annos ſæpe recudi
Expoſcunt longos (aliter non vera profantur);
Illi dum numeris adeantur ſcilicet orbes
Difficiles, curvæque viæ flectantur, uti ſunt,
Corpora quas varie varias projecta per oras
Conficiunt, dum ſe retrahuntque, trahuntque viciſſim.
 Verum [1] has ſcire vias, atque omnes noſcere flexus
Tam varios, ortos rerum a gravitate viciſſim,
Humanæ poſitum eſt vim ſupra mentis, & ultra
Obtutus animi, ſaltem majoribus ipſi
Auxiliis donec firmemur, ut aucta poteſtas
Mentis, & inventrix animi vis illa ſagaci
Excutiat motu, &, modo quæ ſunt invia, luſtret.
Jam nunc, quidquid in his eſt artis opiſque, feraci
Obruitur rerum numero, dum viſcera tentat
Intima, multiplicique opera, longaque laborat,
Quamque ſuo nequeat cunctam comprendere textu.
Corpora terna etiam, quæ ſe ad ſe mutua ducunt,
Ducunturque, ubi rem generatim expendere cœptes,
Nodus non ſimplex & inextricabilis ambit,
Præſertim res ad privas cum veneris inde.
Unum ex his longe ſi vincat cætera corpus
Mole ſua, veluti Terram Sol, & famulantem

Tellu-

tes, quæ etiam ſi nullæ eſſent, adhuc tamen gravitatis vi moverentur omnia, & tenderent ad ſe invicem unienda in ipſo communi gravitatis centro. Verum ob projectiones habitas, & celeritates jam acquiſitas Solem circa ipſum id centrum, ut ſibi proximum, moveri motu exiguo, Planetas autem cæteros, nec circa Solem, nec circa ipſum debere deſcribere accuratas ellipſes, ſed alias curvas admodum implexas, & ſublimes, quæ tamen ab ellipſibus non multum diſtent, uti vidimus. Hinc oriri perturbationes illas, quæ exiguo tempore exiguæ, poſt longum tempus collectæ excreſcant in majorem ſummam, & Aſtronomicas tabulas turbent; ut idcirco eædem identidem corrigendæ ſint, nec haberi poſſint ſatis accuratæ; donec illæ ipſæ orbitæ, quæ debentur Planetis omnibus, ex omnium actione mutua in ſe invicem definiantur.

1 Problema hujuſmodi, determinandi orbitas plurium corporum, vel quotcumque, vel ſaltem numero 17, quot ſunt Planetæ Primarii, & Secundarii, affirmat excedere vires humanæ mentis, ſaltem donec alia ſibi præſidia non comparet; uti quæ ante calculum integralem cognitum fuerant inſolubilia, nunc demum ſolvuntur admodum facile. Ipſum, quod ali

bi

Telluri vincit Lunam, venietur ad ipſos
Implexos Lunæ motus, ſolvique tenaces.
  Monſtrum [1] aliquod Tellus olim cum vaſta tuliſſet,
Arcadiumve ſuem, Nemeæve leonis hiatum,
Hydram aut multiplici vallatam peſte, biformes
Tauros, Harpyas, Pythónaque, Geryonemque,
Fama eſt exciri ſolitos Heroas in arma,
Inſuetique ingens belli tentaſſe periclum,
Ut bene mortali poſſent de ſtirpe mereri;
Multos at ferro projecto ſæpe tuliſſe
Vix ſua membra domum exundantia ſanguine multo,
Et laceros artus, difractaque ſæviter oſſa;
At contra horrendo, atque informi corpore nulli
Hærebant ictus, diſcuſſaque tela cadebant.
Arte nova nova monſtra ollis ſubigenda fuere.
Jam quoniam pugnas poſt Herculis, Æacidæque,
Et magicos quibus arma ferunt fabricata per uſus,
Aut riguiſſe feris Cyclopum pulſa lacertis,
Omnia ſunt terris late portenta perempta,
Vel vaſti tantum montes, terræque remotæ
Hoc terrore ſcatent, ut nos vitare queamus,
Eſt alio converſa Virórum illa inclyta virtus,
Et diverſus agit flagrantia pectora fervor;
Contendunt mentis nunc viribus, atque procellas,
Ventorumque domos, adeuntque tonantia magni

Regna

bi etiam diximus, trium corporum ſe attrahentium ſyſtema nodos adhuc habet inextricabiles, ſi non generalem quandam expreſſionem quærimus, ſed *res privas*, nimirum ſingulares determinationes, quæ calculis determinate ineundis ſufficiant. Si eo deveniatur, ut ſaltem ſolvatur id problema pro caſu, in quo unum corpus ſit longe maximum, ac reliqua duo minora ad ingentem ſita ſint diſtantiam ab illo, exiguam a ſe invicem; habebitur theoria Lunæ perfecta, quod hic Noſter proponit, ut ad ipſam Newtonianam Lunæ theoriam gradum faciat.

1 Epiſodio amœniore præparat Lectorem ad aſperiora, quæ conſequentur de Lunæ theoria, in qua, cæteris, quæ ad Primarios Planetas pertinent, multo facilius, ſatis proximè definitis, Aſtronomi ad ea, quæ obſervantur, determinanda, diu incaſſum laborarunt. Newtonus eo per theoriam ſuam acceſſit multo propius, quam ulli ante ipſum Philoſophi, ſed nec ipſe theoriam omnem ſatis perfecit. In eam inquiſitum eſt plurimum poſtremis hiſce annis a primis noſtri ævi Geometris, Eulero, D' Alamberto, Cleraucio in primis, & quidem tabulæ moleſtiſſimæ

Regna Jovis, Martemque domant, penniſque fugacem
Mercurium arripiunt, te Phœbe Sagittifer alto
Audaces curru ſpoliant, adimuntque jugales.
Sola triformis adhuc hominum Dea vincla recuſat,
Vertit ſe in formas varias, varioque meatu,
Multiplicique via multorum elabitur arti.
Illi, de capta veluti, perſæpe triumphos
Concinuere, ſed eſt tenui ſublapſa volatu
Lubrica; cumque novam jactanti voce vocaſſent
Ad prædam ſocios, nuſquam præda illa reperta eſt;
Tantùm fixa pedum levium veſtigia quædam;
Illuſique receſſere. Iritata ſed iſtis
Plus acuit virtus ſeſe, atque audentior urget
Magnũ opus. Haud longum ſors, auguror, arte latendi,
Obſtandique tua lætabere, Diva triformis;
Eſt qui te nimium latebroſa indagine cinxit,
Arctavitque tuos fines, intraque coegit
Cedere ſollicitam, jamjamque extrema timentem.
Ille docet, queis tu poſſis tum denique vinci
Inſidiis, & nuda viris impune videri.
Ille novo obſedit monſtrum inſuperabile bello,
Scribere quod mi animus feſtinat, tantaque cunctis
Tot veterum Heroum geſtis opponere geſta.
  Nil [1] uſquam in rebus, niſi Tellus, Lunaque tantum
Si foret, exercerentque ſuas ſi mutua vires

Pro

ſtiſſimæ illæ quidem, quæ nimirum ad 60 æquationes, ſeu correctiones ſe extendunt, ab hoc poſtremo computatæ per theoriam, ſatis proxime accedunt ad loca obſervata; ſed & ille multa adhuc negligere cogitur. Walmeſleyus itidem theoriam Newtonianam mirum in modum excultam, promotamque edidit ſuperiore anno Florentiæ. Iſta omnia ſpem faciunt expugnandi olim hujuſce veluti monſtri; ſed adhuc ſuperſunt multa ad abſolutam rei perfectionem.

1 Tria hic congeruntur, quæ ad Lunaris theoriæ ſpecimen aliquod exhibendum pertinent. Primo quidem ſi ſolæ eſſent in immenſo vacuo Terra, & Luna, quæ in ſe invicem gravitarent in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, & projicerentur utcumque; illæ quidem deſcriberent ſectiones conicas ſimiles circa commune gravitatis centrum, vel quieſcens, vel delatum motu rectilineo, & uniformi, quorum caſuum primus haberetur, ſi binæ projectiones fierent per rectas parallelas directionibus contrariis, & velocitatibus, quæ eſſent maſſis reciprocæ, ut nimirum quantitates motuum impreſſorum, & contrariæ eſſent, & æquales.

Secundo, ſi projectionum directiones

Pro ſpatiis in ſe repetitis uſque minutas,
Et ſi tum oblique a recto necłente meatu
Projiceretur in adverſas ſimul utraque partes,
Protinus excurrens atque hæc, atque illa figuras
Signaret circa punctum commune orientes
Coni e ſegminibus, mediumque immobile ſtaret
Hoc punctum, aut rectà motu procederet æquo
Semper, ut a jacto nimirum corpore Terræ,
Et Lunæ fuerint qui motus protinus orti,
Inter ſeſe illos æquales, oppoſitoſque,
Sive nec oppoſitos fingas veniſſe, nec æquos.
Præterea oppoſitus projectus corpora ferret
Si rectà a medio, jungit qui corpora, tractu,
Primaque mobilitas ſi æquaret mobilitatem,
Quam motu ſibi quodque æqualiter accelerato
Ob gravitatem illam ex illa regione cadendo
Confectum poſt dimidium tum denique haberent
Commune ad punctum ſpatium; æquo verteret orbe
Seſe, quodque ſuo, punctum hoc immobile circa,
Majori, cui materies minor, orbe minori
At contra, cui nimirum cumulatior illa eſt.
Jamque extra poſitus qui bina hæc corpora longe
Spectaret, properans utrumque videret in orbes
Ire ſuos; at qui ſupra conſiſteret horum
Alterutro, haud proprios motus ſentiret, at omnes

Qui

ctiones eſſent perpendiculares rectæ jungenti illas inter ſe, & cum centro gravitatis communi, ac velocitates æquales illis, quæ acquirerentur cadendo uſque ad dimidiam diſtantiam a centro communi motu uniformiter accelerato per vim, quam habent ibi, ubi ſunt, deſcriberent circulos, maſſa major minorem, & minor majorem.

Tertio, qui extra utramque ſitus earum motum contemplaretur, videret utique ſuam ab utralibet deſcribi orbitam; at qui in altera earum eſſet, ut nos in Terra, totum motum tribueret alteri, tanquam ea deſcriberet orbitam circa ſuum globum immotum radio æquali ſummæ radiorum.

Priora duo facile deducuntur ex iis, quæ demonſtrata ſunt in ſupplementis ad lib. I. §. 18. de motibus curvilineis ortis viribus tendentibus ad centrum immotum, vel motum; nam vires, quæ ad alterum corpus diriguntur, diriguntur ad centrum gravitatis commune, in eadem recta exiſtens, quæ jungit ipſa corpora: tertium patet ex eo, quod Spectator ſolum reſpectivum motum advertit, quod quidem hic Noſter illuſtrat exemplo navium in contrarias partes tendentium in aperto mari; ubi, qui

in

Qui fiunt, extra corpus transferret in alterum,
Appareret & hoc majori flectier orbe,
Unius ut radius ſpatio ſe extenderet omni,
Quod geminum corpus jacet inter, dimidioſque
Amborum ſimplex æquaret hic orbium hiatus.
Sic geminæ tranant cum motibus æquora puppes
Oppoſitis, aliam citius properare tuetur
Nauta, ſuos motus nam motibus illius addit.
At [1] ſi & projectûs vis paulum obliqua veniret,
Ipſaque mobilitas eſſet diverſa priore,
Æqui non orbes, paulum ſed ab orbibus æquis
Diſtantes primo coni de ſegmine formæ
Inter ſe ſimiles fierent, ſimilique locatæ
Ordine circa ipſum punctum, commune quod extat,
Quod pariter focus orbis & hujus, & illius eſſet.
Qui tum unum incoleret corpus, ſe crederet ipſum
Immotum, pariter molem & ſe cernere volvi
Diceret alterius tantùm, velut illius illic
Ipſe focum efficeret gyri, qui tempore eodem
Majori, quam ſit revera, ducitur arcu.
Porro [2] ſic poſitas moles, ſic ſe inter agentes
Mobilitate pari regionem projice in unam:
Quid fiet? medium gravitatis progredietur
Illuc æquali lapſu, inter corpora at idem
Reſpectus, prior & ſpecies ſervabitur omnis,

in una eſt navi, alteram cenſet moveri celerius attributo illi motu & illius, & ſuo. Sed de his hic itidem in ſupplementis,

1 Addit id, quod accideret, ſi vel directio projectionis a perpendiculari nonnihil recederet, vel velocitas ab ea menſura, quam diximus; nimirum debere tum deſcribi binas ellipſes ſimiles circa centrum commune gravitatis poſitum in utriuſque foco, ita tamen, ut qui in altero globo eſſet, motum tribueret alteri totum, tanquam ſi moveretur in ellipſi prioribus ſimili, ſed habente focum in globo ſuo, & omnia latera homologa æqualia ſummæ laterum pertinentium ad priores ellipſes.

2 Progreditur, & concipit totum ſyſtema, ſive utrumque corpus, dum ita circa commune gravitatis centrum gyrat, projici velocitatibus æqualibus & directionibus parallelis: eo caſu centrum quidem gravitatis commune moveretur uniformiter eadem directione, & celeritate, circa ipſum autem peragerentur iidem motus reſpectivi, ac prius; nam motus communis parellelus poſitionem reſpectivam partium nihil turbat, ut dum tota ſimul navis uniformiter progreditur, reliqui motus omnes intra ipſam ita fiunt, ac ſi ea quieſceret.

Et motum circa punctum, at velut ante, ferentur.
Nunc [1] age, finge loco corpus conſiſtere quovis
Exoriens aliud, quod pertrahat, atque trahatur,
Materiaque ſua longe quod vincat utramque,
Proin faciat regione ſibi conſtare propinqua,
Quod gravitatis erit punctum inter corpora terna,
Scilicet ut Sol eſt Terræ, Lunæque relatus.
Tunc in idem gravitas coget deflectere motu
Punctum a directo, quod erat commune priorum,
Atque viam intorquere, & iter ſignare recurvum.
Et ſi quod ſpatium eſt inter duo prima, minus ſit
Uſque adeo ſpatio, quo diſtat tertia moles,
Ut prope vaneſcat collatum, conveniatque
Ut punctum in medium penetrans, in ſeque retractum;
Hoc ejus ſpatii punctum commune feretur
Ternorum circa punctum, & flectetur in orbem
Aut æquum, aut ovi ſimilem, ſi, nempe quod orbis
Ille, vel iſte petat, puncti ejus jactus habebit.
Qui ſtet in alterutro geminorum corpore proinde
Proſpiciens longe poſitam, quæ tertia, molem,
Credet eam volvi, ſeſe orbis ſtare focorum
Non æqui alterutro, media regione vel æqui:
Revera tamen interea tum maxima moles

Con-

1 Conſtituit jam tertium aliquod corpus, uti eſt Sol, in quod gravitent priora illa bina: tum vero ipſa cum ſuo communi gravitatis centro intorquebunt motum circa commune gravitatis centrum omnium trium; & ſi illius tertii diſtantia fuerit ita magna, ut diſtantia mutua priorum duorum reſpectu illius ſit fere nihil, ut nimirum hæc duo conſiderari poſſint tanquam unicum exiguum corpus reſpectu ejus diſtantiæ; harum commune gravitatis centrum, & centrum tertii movebuntur circa commune gravitatis centrum omnium trium in ellipſibus ſimilibus, vel circulis habetibus illud punctum pro foco, vel centro communi. Et ſi tertium corpus fuerit ingens reſpectu reliquorum duorum, ut eſt Sol reſpectu Lunæ, & Terræ, movebitur motu exiguo; ſed qui fuerit in altero e binis prioribus globis, ut in Terra, attribuet illi utriuſque motum, & cenſebit, illud tertium corpus moveri circa ſe in ellipſi, vel circulo habente focum, vel centrum in ſe.

Sinuabitur quidem utrumque e prioribus corporibus ob motum circa ſuum centrum gravitatis, jam ſcilicet accedens magis ad tertium, jam recedens, jam progrediens plus juſto, jam minus, & ipſum commune eorum centrum non feretur accurate in ellipſi, vel circulo, ob aliquam nimirum inæqualitatem virium, quibus ea duo corpora tendent in tertium; ſed ejuſ-

Conteret exiguos circa commune meatus
Ternorum punctum, ſimiles tamen omnia viſis.
Reveraque itidem via, quam percurrit utrumque
E geminis, circum undanti ſinuabitur arcu
Citra, ultraque orbem, quo corpora juncta mearent,
Commune & ritu paulum fluitabit eodem
Propterea punctum amborum. Sed quid queat iſta
Turbare ad ſenſum ſerpens via, conque voluta
Omni cum motu circum collata, viaque?
Ille [1] tibi motus, quo corpora bina viciſſim
Seſe ea reſpectant, turbabitur, atque meatùs,
Quo punctum inter ſe circa commune volarent,
Invertent formas, ſeſeque novo ordine flectent,
Prendier hæc ſenſu ut variantia poſſit ab illis,
Deſuper alterutro qui vitam corpore ducunt,
De Terra incertos ut Lunæ eſt prendere motus.
   Ergo hos incertos, age, motus, nitere, certa
Si ratione queas, & veris prendere cauſis.
Ipſe tuo certe ingenio confiſus, & arte,
Rebus in his longo qua mecum exercitus uſu es,
Diſcutere horrentes adeo caliginis umbras
Connitar, tamque implexos diſſolvere nodos;
Atque hæc me temere aggreſſum non eſſe videri,
Spero equidem, efficies; duro non parva labori

ejuſmodi aberratio erit perquam exigua reſpectu motus apparentis in tertio corpore, quod ob exiguam diſtantiam puncti, in quo eſt illud alterum e binis, a puncto in quo eſſet, ſi utriuſque maſſa in unum coiret, apparebit ad ſenſum ibi, ubi appareret in caſu hujus coaleſcentiæ.

Aberratio, quæ inde in apparentem motum Solis inducitur, eſt quidem aliqua, ſed paucorum ſecundorum. Eam Veteres neglexerunt Aſtronomi, ſed nunc & ipſius habetur ratio, ut in recentiſſimis Caillii tabulis. Spectatori in Luna poſito eſſet multo major, ad plura nimirum aſſurgens minuta prima.

1 Delabitur ad perturbationem motus reſpectivi binorum illorum corporum, quæ ob viciniam ipſorum ſenſus nequaquam effugit; & in eo ſitæ ſunt lunarium motuum perturbationes, ad quarum abſtruſiſſimam, & maxime implicatam conſiderationem, atque evolutionem invitat Lectorem ſuum, non ſingularia ille quidem phœnomena deducturus, & totam perfecturus Lunæ theoriam, quod librum exigit juſtæ molis, & ſublimem admodum geometriam, ac intricatiſſimos calculos; ſed cauſas præcipuas exhibiturus, & ad præcipua quædam capita deducturus totum hoc argumentum.

Laus eſt, ſi nequeant grandes reprendier auſus.
Principio [1] ſi vis, qua Terra, & Luna trahuntur
In Solem, foret æqua, atque æquis per loca diſtans
Cuncta intervallis, quid eas turbaret euntes?
Quippe fit, ut turbet, quia nec ſunt tramite in uno
Semper, ut obliquæ nequeant non mutua vires
Eſſe, nec inter ſe vario non vergere flexu,
Æque nec diſtant a Sole, trahantur ut æque.
Atque mage ut valeas turbantes noſcere vires;
Quæ Terram via recta, & Solis lampada nectit,
Illa tibi Terræ gravitatem in lampada Solis,
Fac, referat; fac deinde, in lampada Solis eandem
Quæ Lunæ eſt gravitas, referat via ſcilicet illac
Ducta, meat qua Solem inter, Lunamque locatus
Trames; at hoc eadem tum ſit contractior, & tum
Longior, hic contra trames cum longior, atque
Cum brevior fuerit, quem dixi, tramite ducto
A Sole ad Terram; Lunai nam gravitatem
Hæc referens debet via reſpondere viai,
Quæ Solem eſt, Terramque interſita (nempe refertur
Qua Terræ gravitas in Solem) ſcilicet illo
Ordine, quo ſemel hæc in ſe repetita locato
Re-

1 Orditur igitur hoc pacto. Si vis, qua in Solem gravitant Terra, & Luna, ageret per directiones parallelas æqualiter, motus ipſarum reſpectivus nihil turbaretur: ſed ob ipſarum diſtantiam a ſe invicem id fieri non poteſt; nam ubi jacent in directum cum Sole in conjunctione, & oppoſitione lunari, vires ob inæqualem diſtantiam a Sole ſunt inæquales: ubi æque ab ipſo diſtant, altera ſita ad latus reſpectu alterius, directiones virium ſunt diverſæ, convergentes nimirum ad Solem: in reliquis caſibus & energia, & directio virium eſt diverſa. Hoc diſcrimen turbat ſtatum reſpectivum.

Ut poſſint cognoſci partes iſtarum, quæ ſtatum mutuum perturbant, oportet concipere alteram, ut vim Lunæ, ita reſolutam in duas, ut prima habeat directionem eandem, quam vis Terræ, & ſecunda ad illam inclinetur: & jam hæc ſecunda erit vis perturbatrix: præterea ſi illa prima non fuerit aſſumpta æqualis vi Terræ, oportet illam itidem reſolvere in duas partes, quarum altera ſit æqualis vi Terræ, & tum altera remanebit vis itidem perturbatrix. Sic autem id jubet fieri cum Newtono, ſed res appoſito ſchemate in ſupplementis patebit magis.

Concipiatur recta, quæ jungit centrum Terræ cum centro Solis, quæ referat gravitatem Terræ in Solem. In recta, quæ jungit centrum Lunæ cum centro Solis, accipiatur recta, quæ referat vim Lunæ in Solem, quæ tamen erit minor,

Reſpondet ſpatio claram inter lampada Solis,
Lunaique globum in ſeſe quoque ſed repetito;
Nimirum gravitatis uti natura repoſcit.
Hanc porro Lunæ gravitatem ita nempe relatam
Diſſolve in geminas, quarum directa ſit illuc
Altera, dirigitur quo tractus, corpora nectit
Qui Lunæ, & Terræ pariter; pars altera at illuc
Contendat, quo Tellurem, Solemque meatus
Conjungens medius. Quæ vis eſt prima, prope æquat,
A Terra ſpatium eſt quod Lunæ, & turbat eandem,
Atque auget Lunæ gravitatem in corpora Terræ:
Altera Telluri partim eſt communis; at hujus
Diſcrimen quod erit Terræ a gravitate, venire
Turbantum in partem cauſarum debet, idemque
Diſcrimen (facile ut Menſores noſcere poſſunt)
Reſpondet triplici ſpatiorum differitati,
Phœbea queis Luna a lampade, Terraque diſtat.
Concipere [1] ut valeas hæc pronius, eja age, magnam
Finge globi faciem, quæ Terræ tranſeat altæ
Per medium, mediumque ſui imo in Sole recondat:
Hæc facies prope plana a Terra tranſit ad orbem
Luniferum. Tum Luna, ſui quacumque ſit orbis

nor, vel major, quam ipſa diſtantia Lunæ, & etiam, quam diſtantia Terræ a Sole, prout ipſa diſtantia Lunæ fuerit e contrario major, vel minor, quam diſtantia Terræ a Sole, cum vires debeant eſſe in ratione reciproca duplicata diſtantiarum.

Reſolvatur jam hæc vis Lunæ ita expoſita in duas, quarum altera agat ſecundum directionem rectæ jungentis Lunam cum Terra, & altera ſecundum directionem rectæ tendentis a Terra ad Solem. Hujuſmodi re peracta in ſchemate aliquo, ſtatim admodum facile perſpicitur rectam, quæ priorem exprimit partem, æquari ad ſenſum diſtantiæ Lunæ a Terra; quæ vis auget ſemper gravitatem Lunæ in Terram, cujus legem turbat, cum varietur in ratione ſimplici, & non in ratione reciproca duplicata diſtantiarum a Terra. Tum & illud facile demonſtratur, rectam, quæ exprimit ſecundam vim, differre a diſtantia Terræ a Sole exprimente vim Terræ ita, ut ejus defectus, vel exceſſus æquetur triplo exceſſui, vel defectui diſtantiæ Lunæ a Sole ſupra diſtantiam Terræ ab eodem.

1 Ut hæc ſecunda pars vis perturbantis intimius cognoſcatur, jubet concipi ſuperficiem quandam ingentis ſphæræ habentem Solem pro centro, & tranſeuntem per centrum Terræ. Si jam a Sole per Lunam agatur recta, quæ hanc ipſam ſuperficiem trajiciat, differentia illa diſtantiarum erit æqualis diſtantiæ Lunæ ab hac ſuperficie. Igitur tripla diſtantia perpendicu-

In regione, velut directo a Fratre petatur
Teli ictu, faciem pariter quod tranſmeat illam.
Rectũ iter hoc teli, faciem eſt, Lunamque quod inter,
Diſcrimen monſtrat ſpatiorum, Luna recedit,
Terraque queis a Sole procul; proin virium & illud
Diſcrimen, quod jam docui, deprendere poſſis
Triplo ex hoc inter Lunam, faciemque meatu;
Directumque in eam partem ſit, oportet, id ipſum,
Parte in qua Luna ad faciem collata moratur:
Nunc hoc, nunc illud ſic in latus æra carinæ
Armatæ obvertunt, ut ab hoc latere impetit hoſtis,
Aut illo, ſævos & oberrans dirigit ictus.
Omni Lunigeri tractu namque orbis in illo,
Qui jacet a facie partes ad Solis, oportet,
Luna magis vicina trahatur fortius, ipſa
Quam Tellus; proin deſerere hanc contendat, & alta
Diffugere a facie ad Fratrem, jungique viciſſim.
Orbis at oppoſitum per tractum Luna recedet,
Quam Tellus, a Sole magis; minus inde trahetur
Propterea, a Terraque relinqui invitá videbit
Tantundem, quantum procul ipſa optaret abire,
Viribus exterius ſi tum raperetur ab æquis.
Idem [1] turbati tum fient denique motus

Quo-

dicularis Lunæ ab ejuſmodi ſuperficie exhibebit hanc ſecundam partem vis perturbatricis: ea autem ſemper dirigetur ad partes illi ſuperficiei contrarias, ad quas reſpectu ipſius jacet Luna ipſa. Nam ubi Luna jacebit citra ejuſmodi ſuperficiem propior Soli, quam Terra, ipſa tendet in Solem magis, quam Terra, adeoque differentia virium diſtrahet Lunam a Terra verſus Solem; cum autem jacuerit ultra remotior, differentia eadem diſtrahet Terram a Luna, adeoque ad motus reſpectivos definiendos eadem conſiderata in Luna diſtrahet ipſam Lunam a Terra, & idcirco in utroque caſu tendet ad removendam Lunam ab illa ſuperficie tranſeunte per centrum Terræ.

1 Concludit omiſſa penitus conſideratione illius partis virium Terræ, & Lunæ, quæ redacta eſt ad eandem directionem, & magnitudinem, debere omnia peragi eodem modo, quo peragerentur, ſi nequaquam adeſſet Sol, ſed Luna gyraret circa Terram, & præter vim in ratione reciproca duplicata diſtantiarum a Terra haberet binas vires, alteram directam in Terram, & agentem in ratione directa ſimplici diſtantiarum ab ipſa, alteram directam ad partes oppoſitas ſuperficiei perpendiculari rectæ, quæ Terram cum Sole jungit, & tranſeunti per ipſam Terram, proportionalem triplæ diſtantiæ Lunæ ab ejuſmodi ſuperficie. Revera vires perturbatrices utriuſque orbitam

Quolibet in Terræ pariter, Lunæque meatu,
Quo circa punctum raptæ commune feruntur,
Qui fierent, immota foret ſi Terra, neque ullus
Fulgeret uſquam Sol, neque ſolas Cynthia vires
Sentiret, ſpatiis in ſeſe pro repetitis
Quæ minuuntur, at & geminas has inſuper, unam
Scilicet in Terræ directam corpus, & ipſum,
Creſcentem, ut ſpatium, directamque alteram in oras,
Collata ad notam faciem quas Luna peragrat,
Quamque æques noto, ut docui, cum triplice tractu.
Quæ ſupereſt, communis erit vis, proptereaque
Non inter ſeſe Lunam, Terramque meantem
Perturbans; Terræque orbes, Lunæque viciſſim
Cætera turbati ſimili ratione ferentur,
Ut nihil interſit, ſoli ſi denique Lunæ
Attribuatur, ab ambarum quod motibus exit.
Turbantes [1] geminas has Solis dicere vires
Poſſumus, & Lunam proprio de tramite agentes:
Quarum præterea quæ eſt altera, proderit ad res
Non paucas velut in geminos disjungere ramos,
Nempe iterum haud ſimplex in bina retexere filum.
Una igitur pars eſt, tractum quæ devenit illum
Recta ſuper, Terræ, & Lunæ qui corpora jungit;

bitam perturbant; ſed cum reſpectivi motus quærantur tantummodo, & orbes ſint ſimiles, poſſunt vires perturbatrices conſiderari in Sola Luna, habita Terra pro immota.

1 Haſce duas vires vocat vires Solis perturbantes Lunam, & earum poſteriorem iterum conſiderat reſolutam in duas, quarum altera dirigatur ſecundum rectam, quæ tendit a Terra ad Lunam, altera ſecundum directionem huic rectæ perpendicularem, & conſiderat hujus poſterioris effectus.

Ubi Luna devenit ad illam ſuperficiem perpendicularem rectæ, quæ Terram cum Sole jungit; tum quidem eſt in altera quadratura, & ibi ſecunda vis perturbatrix evadit nulla, ob diſtantiam Lunæ ab illa ſuperficie nullam; ibidem autem directionem ſuam mutat & ipſa tota, & illa ejus reſolutæ pars perpendicularis rectæ ipſam jungenti cum Terra; quæ quidem directionem mutat etiam in conjunctione, & oppoſitione, nimirum in Plenilunio, & Novilunio, quæ ab Aſtronomis dicuntur ſyzygiæ. Ab utravis quadratura ad proximam ſyzygiam ea vis accelerat motum Lunæ, & efficit, ut arearum deſcriptio fiat major, quam pro ratione temporum: e contrario ab utravis ſyzygia ad proximam quadraturam eadem vis retardat Lunæ motum. Altera vero pars hujus ſecundæ vis reſolutæ in duas perpetuo retrahit Lunam a Terra, contraria ſemper directioni primæ vis perturbatricis.

Altera in hoc ipſo tractu eſt: pars prima propellit
Lunam in circuitum, cum tranſit ſcilicet illa,
Quam finxi, a facie (quo ſunt loca, dimidiato
Lumine queis Phœbe hinc, atque illinc clara renidet)
Ad loca, quæ conſtant ſuprema, atque infima, fulget
Tota quibus, vel cæca ſilet, conjuncta ubi Terræ
Dicitur; acceleratque ea motum cauſa, ſuis ut,
Quam pro temporibus, major tunc area fiat,
Et Dea quadrijugos videatur ut addere bigis;
Aſt eadem pars prima retardat circumeuntem,
Ad latus alterutrum cum ex his jungentibus itur:
Altera pars retrahit Terræ de corpore Lunam
Vi primæ officiens a fronte, adverſaque prorſus.
 Altera [1] vis, geminas quam nuper ſcidimus ipſi
In partes, ea tota locis extinguitur illis,
Fulget dimidia tantum queis Cynthia fronte,
At ſubito redit in lucem, atque adoleſcit eunte
Ulterius Luna, loca dum jungentia tangat,
In quibus illa quidem vis fiet tripla prioris,
Sedem ubi nempe velut regni, ſoliumque locavit;
Et ſua creſcet item pars prima, per omne ſed iſtud
Non ſpatium (paulum decedit nata parenti),
At ſpatium per dimidium, quod totius orbis
Diſecti pars octava eſt, proin dicitur Octans.
Illic maxima fit, propriique in culmine perſtat
Imperii tantùm, porro decerpitur æquo

De-

1 Hìc binas vires perturbatrices inter ſe comparat. Secunda, quam nunc in duas reſolvimus, in ipſis quadraturis eſt nulla, uti diximus, ob diſtantiam Lunæ nullam a ſuperficie illa, quam concepimus; at dum Luna inde tendit ad ſyzygiam, ita creſcit, ut in ipſis ſyzygiis evadat tripla primæ vis perturbatricis: ibi enim exponitur per triplam diſtantiam ab ipſa Terra, per quam tranſit illa ſuperficies, quam concepimus. Pars ejus prima illa perpendicularis rectæ jungenti Lunam cum Terra creſcet utique & ipſa a quadratura ad ſyzygiam, ſed non æque; nam creſcet uſque ad octantem, ſive ad medium locum inter quadraturam, & ſyzygiam; tum uſque ad ſyzygiam decreſcet; adeoque quater evaneſcet, in binis nimirum ſyzygiis, & binis quadraturis, ac quater fiet maxima in quatuor nimirum octantibus. Pars autem ſecunda perpetuo creſcit a quadraturis ad ſyzygias, in quibus evadit æqualis toti, altera nimirum parte evaneſcente; tum uſque ad novam quadraturam decreſcit, bis tantum evaneſcens in quadraturis, & bis facta maxima in ſyzygiis.

Decreſcens damno, atq. ima ad loca, ſumaque nulla eſt;
Altera pars vero crevit tunc, æquat & illic
Totam vim; contraque minor, minor uſque recedit
Ad latera ipſa, quibus vaneſcens excidit omnis.
Hæc [1], loca proin propter laterum, exſuperetur, oportet,
A prima vi Solis, & unà hæc utraque juncta
Pertrahat ad Terram Lunai corpus ibidem:
Inde recedendo tenuari diſſeritatem
Hanc opus eſt; cumque ad quinos ſit denique ventum,
Terque gradus denos, eadem jam deſinit omnis;
Exæquatur enim vis prima, atque altera pars, quæ
Protinus incipiet jam hoc limite prætergreſſo
Exſuperare aliam, tanto plus, Cynthia quanto
Illuc accedit, quo fulget tota, latetve.
Atque ita major ibi duplo, quæ diſtrahit, exit
Vis vi, quæ Terram contra impellebat ad imam
Illuc, dimidiam quo monſtrat Delia frontem;
Sic vario hinc illinc fiunt diſcrimine pugnæ,
Multaque ſic varia ſuccedunt fœdera parte.
Tunc itidem ambarum contra conjuncta poteſtas
A Terra retrahet Lunam; totumque per orbem
Plus eſt, quod retrahet, quam quod trahet, & quia major
Eſt arcus, per quem retrahens agit illa poteſtas,
Et quia conatus retrahendi ſit quoque major.

Sed

1 Comparat hìc primam vim perturbatricem, cum illa ſecundæ vis prima parte, quæ ipſi primæ vi eſt contraria. Cum in quadraturis hæc pars ſit nulla; habetur ibi tota vis prima urgens Lunam in Solem: ea poſt quadraturam exorta, & creſcente urget Lunam in Terram ſola virium differentia, quæ creſcente hac parte ſecundæ vis decreſcit; donec alicubi iis æqualibus factis differentia decreſcat. Affirmat id fieri in diſtantia 35 graduum a quadratura. Poſt eum limitem jam fiet major illa pars, quæ Lunam retrahit a Terra, & exceſſus erit eo major, quo magis ad ſyzygiam acceditur, ubi differentia virium diſtrahens Lunam a Terra fit duplo major, quam fuerit in quadraturis vis urgens Lunam in Terram.

Concludit autem in toto orbe Lunam in Terram jam urgeri ab his viribus conjunctis, jam diſtrahi per vices, ſed vim, quæ Lunam a Terra diſtrahit, prævalere vi, quæ ipſam in Terram urget, tum quia agit per arcum majorem, tum quia ubi evadit maxima, eſt major: agit nimirum hæc per 35 gradus hinc, & inde a quadraturis, & illa per reliquos 55 hinc, & inde a ſyzygiis, & illa in ſyzygiis eſt duplo major, quam hæc in quadraturis.

Sed [1] quid præterea faciant hæ, percipe, vires.
Prima quidem vis, alterius parſque altera, cum ſint
Directæ ad Terram, vel contra, non pote quidquam
Immutare modos, queis area verritur æque,
Nec celeres Lunæ multum turbare meatus;
Quod prior alterius porro pars turbat utrumque;
Ipſa quidem tardat motum a regione ſilentis
Lunai, donec quarto hæc ſe proferat arcu.
Eſt tamen extremum minima hæc prope limitem utrumque,
Maximaque in medio, veluti ſtet culmine ſummo;
Deinde loco a medio ſimili auget pars ea motum
Lege, prius qua carpebat, dum lumine pleno
Luna micet; rurſus minuit, dum rurſus aditur
Alter ab adverſo medius locus; acceleratque
Rurſum itidem, redeat dum ad nota ſilentia Phœbe.
Sic clivo ex ali deſcendens inſilit altum
Alterius clivum qui collis, deſiliturus
Porro, & dein aliò ſubiturus, it impare greſſu,
Deſcendit celeri, tardo ſubit, inque pedito.
Propterea in mediis lentiſſimus ille, neceſſe eſt,
Motus utriſque locis, contraque celerrimus extet
In ſummis, imiſque: Sed eſt, ut diximus ante,

Ad

1 Expoſitis, & inter ſe comparatis hiſce binis viribus, quæ conjunctæ per compoſitionem, ut coaleſcant in unam, urgent circa quadraturas Lunam in Terram, & circa ſyzygias ipſam a Terra diſtrahunt, effectum hìc perſequitur tam earum, quam primæ illius partis ſecundæ vis. Quod attinet ad illas, cum reſpiciant ipſum Terræ centrum, nihil turbant deſcriptionem arearum æqualium, nec multum celeritatem turbant, quorum utrumque turbat plurimum, uti vidimus, prima pars ſecundæ perturbatricis, agens nimirum perpendiculariter ad rectam tendentem a Luna ad Terram. Hæc quidem a novilunio ad quadraturam retardat, uti vidimus, deſcriptionem areæ, & celeritatem; ſed in ejus arcus extremis punctis eſt nulla, uti vidimus, in medio maxima: eadem lege auget uſque ad plenilunium, minuit uſque ad alteram quadraturam, auget uſque ad novilunium.

Inde infert celeritatem Lunæ fore maximam in ſyzygiis, & minimam in quadraturis; cumque e contrario vis Lunæ in Terram debeat eſſe minima in ſyzygiis, ubi a viribus perturbatricibus diſtrahitur, & maxima in quadraturis, ubi in illam urgetur; conſequitur, ut etiam ſi ex prima projectione deberet circulum deſcribere, debeat ob hujuſmodi vires perturbatrices mutare circulum in ellipſim. Nam ubi velocitas eſt major, & vis in Terram minor in ſyzygiis, debet orbis minorem habere curvaturam; con-

Ad Terram gravitas minor his, & major in illis;
Vi ſiquidem gravitas a prima augetur in illis
Vaneſcente alia, ſed in his contraria prorſus,
Triplaque vi primæ hæc fiet; decreſcere triplo
Propterea hìc gravitas, pluſquam illic creſcere debet.
Fiet at hinc (æquum vel ſi deberet in orbem
Luna ſua a gravitate rapi, ob jactumque priorem)
Orbis ut a geminis, quæ turbant, iſte prematur
Viribus, & ſpeciem ſeſe conformet in ovi,
Nempe locis laterum paulo productior extet,
Inque locis aliis ſe finibus inferat arctis.
Quandoquidem (rerum paria extent cætera circum)
Mobilitas cum major ineſt, mediumque petendi
Conatus minor; arcus item, quem mobile ſignat
Corpus, erit minus incurva ratione reflexus.
Quapropter Lunæ flexus minus orbis, oportet,
Illic ſit, quo tota latet, vel plena refulget,
Et gracilis magis, & parti compreſſus utraque;
Nam tum eſt liberior Lunæ fuga; plus fugit ille
Ut duro puer a Domino, qui callibus exit
Obliquis, rectoſque capeſſit. Creſcere debet
Hæc fuga principio, porro decreſcere furtim

Fur-

contra vero ubi vis eſt major, & velocitas minor in quadraturis, debet orbis habere curvaturam majorem; adeoque debet eſſe figura quædam ovalis compreſſa in ſyzygiis, & protuberans in quadraturis, uti eſt ellipſis.

Notat autem & illud, ibi debere haberi maximam diſtantiam a Terra, ubi eſt maxima accedendi cauſa, & ibi minimam, ubi eſt maxima cauſa recedendi. Nam a ſyzygia, in qua vis in Terram eſt minima, & velocitas maxima, fugit Luna quodammodo, & conatur perpetuo recedere plus æquo; dum interea vis in Terram creſcens, & velocitas imminuta perpetuo ipſius fugam cohibent; & illa facta maxima, hac minima in quadratura, retrahatur jam Luna in Terram, & cogatur accedere; donec in altera ſyzygia imminuta iterum vi, & aucta velocitate, iterum incipiat fugere uſque ad novam quadraturam, atque ita porro.

Sic & penduli pondus ubi maximè receſſit a medio infimo puncto arcus deſcripti, ibi maxime a gravitate obliqua in ipſum urgetur.

Porro hinc jam fit, ut Luna cæteris paribus magis a Terra diſtet in quadraturis, & minus in ſyzygiis, etiam cum in ellipſi movetur, ob eandem nimirum cauſam; unde oritur & mutatio ipſa formæ orbis elliptici; ſed Noſter ad aliam mutationem gradum facit, qua nimirum ipſa linea apſidum, quæ jungit apogeum cum perigeo, & eſt axis major ellipſeos, non ſemper eandem ſpectat Cæli plagam.

Furtim aucta gravitate, & mobilitate minuta,
Ulterius donec tandem fugere impediatur,
Et rurſum incipiat Telluri accedere Luna,
Atque ſub imperium Dominæ fugitiva reverti:
Semper quoque loco laterum qui vertitur ordo.
Primo itidem acceſſus augentur, tum minuuntur
Furtim mobilitate aucta, & gravitate minuta.
Acceſſus proin deinde receſſibus immutantur;
Hic fit nempe locis & ſummo, & tranſitus imo.
Proinde accedendi queis major cauſa locis eſt,
Illa magis diſtant a Terra; contra ubi major
Cauſa recedendi, minor eſt diſtantia ibidem.
Hæc eadem quoque cauſa facit, cum Lunifer orbis
Debeat a prima non æquus origine gigni,
Sed ſpecies fieri coni de ſegmine princeps,
Continuo ejuſdem ut mutetur tempore forma,
Sic tamen, ut ſi ſint rerum paria omnia circum,
Luna ſilens, vel plena micans minus eſſe remota
Debeat, in medio ſecta quam fronte renidens.
Nunc [1] orbis locus a Terra ſublimior unus
Longe extans, cur non Mundi proſpectet eaſdem
Perpetuo partes, at ad has vertatur, & illas,
Quærendum eſt; quin, quo præceſſerit inclytus harum
Monſtrator rerum, & rationum Inventor, eundum.
Ipſe igitur primo diſcrimen virium earum
Inquirens, fieret per quas immotus, & idem
Mobilis orbis, uti, quem Lunæ conterit aſtrum,
Haud temere eſſe orbem confingimus, extudit iſtud
Arte ſua, ſpatiis bis creſcere pro repetitis
In ſeſe; porro in numeros, ut vincla coegit
In ſua, quas vires addi, demive neceſſe eſt,

Orbis

1 In hac itidem perquiſitione profitetur ſe Newtonum ſequi. Is nimirum inquiſivit in differentiam vis, quæ requiritur ad hoc, ut mobile quoddam deſcribat orbitam quandam immobilem, & vis, quæ requiritur, ut deſcribat orbitam eandem, ſed gyrantem circa centrum virium; ac invenit, primo debere eſſe vim ejuſmodi in ratione reciproca triplicata diſtantiarum; invenit methodum reducendi eandem ad calculum, & invenit debere ipſam orbitam regredi contra directionem motus corporis eam percurrentis, vel progredi, prout vis tota decreſcit in ratione majore, vel minore, quam

ſit,

Orbis ut immotus (ſit qui æquo proximus orbi)
Mobilis exoriatur ; iter quoque deinde peregit
Oppoſitum , vertitque vices , & mobilis orbis
Motu ex propoſito diſcrimen venit ad ipſum ,
Eduxitque animo relegens , quod corpus in orbem
Pergeret immotum , ſi in ſeſe pro repetito
Decreſcens ſpatio vis exagitaret , iturum
Jam per mobile iter , ſi vis non illa maneret ,
Verteret & morem , quo ſe circum undique fundit .
Debet enim jungens vicina , remotaque , in orbe
Quæ loca ſunt , tractus procedere , ſive retrorſum
Verti , ut vis agitans mutatur pluſve , minuſve
Illa , quæ immotos deferret corpus in orbes .
Nunc vis illa prior , gravitati qua ſit adauctus ,
Alteraque alterius pars , qua decerpitur inde ,
Cum non mutentur ſpatiorum more recepto ,
Efficiunt , Lunæ vis tota ex omnibus unà
Conveniens non pro ſpatiorum illo ordine conſtet ,
Propterеaque loci pariter brevis , atque remoti
Mutetur plaga , quæ ſecum ipſum deferat orbem .
Utraque juncta ſimul geminarum effecta , meante
Infra , vel ſupera Luna , quod diximus ante ,
Aſſueto reddunt gravitatem more minorem ,
Majoremve , illa ad latera obverſante viciſſim .
Quod tollunt , duplum eſt , quam reſtituere quod iſtic ,
Majoremque etiam fiunt ea furta per arcum .
Tum variatur & hìc gravitas , variatur & illic
Menſurâ , quam quæ eſt ſpatiorum certa , minori .
Nonne vides igitur , quod opus , cum dempſeris illic ,
Quod tum exit , minus immutari lege recepta ,
Cumque hìc addideris , magis immutarier illâ .
Proin loca conjungens vicina , remotaque tractus ,
Luna

ſit , quæ ad immobilem orbem deſcribendum requiritur .

Quamobrem vis illa compoſita ex prima perturbatrice , & parte ſecundæ perturbatricis , dum circa ſyzygias minuit gravitatem in Terram, & circa quadraturas auget, cogit lineam apſidum in primo caſu progredi , in ſecundo regredi , & regreſſus erit minor progreſſu , tum quia vis ea , quæ minuit in primo caſu , eſt dupla , ut vidimus , ejus , quæ auget in ſecundo , tum quia diutius habetur illa , quam hæc , adeoque poſt ſingulas converſiones invenitur promotius apogeum ſecundum ſignorum ordinem .

Luna illic verſante, antrorſum progredietur,
Hìc Luna verſante, retrorſum deproperabit:
At citior progreſſus, & eſt ſpatioſior. Omni
Ergo circuitu confecto, ſigna ſecundùm
Signiferi provectus erit ſublimior orbis
Mobilis ille locus. Sed erat, quæ rodere poſſet
Viſcera Avis reparata ligati ut rupe Promethei,
Cæleſtem non quod furto decerpſerit ignem,
Sed quod adhuc tanti deerat pars ultima furti:
Nimirum motus [1] minor hìc diſcrimine duplo
Prodibat numeris, quam ſervaretur. Ubique
Tollere certatim pugnatum obſtacula tanta.
Conditur in latebris jam fruſtra his, caſtaque lucis
Ne nimium fidat Trivia, ut Mortalibus extet
Invia, neu cæco educatur capta receſſu;
Namque iterum numeros, iterumque, ut retia lata,
Prætendunt; jamque arte domant, reteguntque latentem,
Deprenduntque vias omnes, fraudeſque retexunt.
Nunc [2] geminis hærendum in nodis, Lunifer orbis
Quos facit hinc illinc, ſecat æquor grande meantis
Dum circum Terræ, partimque extollitur alte,
Conditur atque humilis partim, ſubterque lateſcit,
Interea flexu non inclinatus eodem.
Nam vis illa prior cum ſeſe dirigat ipſa
A Luna ad Terram, poſitus conſervat, uti ſunt,
Orbis Luniferi, neque flexu hunc commovet ullo.

Altera

1 Hìc innuit illud, quod Clerautio accidit ineunti calculos pro hoc motu, quem Newtonus nequaquam determinaverat. Obvenit ipſi motus apogei duplo minor, quam eundem obſervationes definiant. Cenſuit initio inde colligi gravitatem Lunæ in hac minore diſtantia aberrare nonnihil a ratione reciproca duplicata diſtantiarum; ſed deinde deprehendit errorem calculi, in quo terminum neglexerat, non negligendum; & nunc quidem jam compertum eſt etiam aliis methodis, hìc etiam Newtonianam theoriam conſpirare cum obſervationibus.

2 Progreditur hìc ad motum nodorum, nimirum illorum punctorum, in quibus orbita Lunæ ſecat planum Eclipticæ, tranſiens ex parte auſtrali in borealem, vel ex hac in illam. Prima e binis viribus perturbatricibus cum dirigatur ad Terram, agit in plano orbitæ lunaris, adeoque non turbat ipſum planum, nec nodos. Secunda extra id planum dirigitur, & ea turbat tam nodos, quam inclinationem planorum. Concipiatur ille arcus, qui deſcriberetur ſine hac vi, tum ille, qui deſcribitur ipſa accedente; ſi continuetur hujus poſterioris

Altera vis non eſt Lunæ diſtenſa per orbem,
At per eum, magno quem ſignat Terra meatu;
Propterea propria Lunam deducere tentat
Uſque a planitie, ſemperque inferre recentem
Inque aliam, inque aliam; quæ non iter amplius illud
Terrai magnum ſecet unà, qua prius, ora,
Ipſi nec flexu inclinetur, quo prius, uno,
Aſt alio, atque alio pariter, flexuque, locoque.
Si nunc tractum illum tenuem, quem tempore perquam
Exiguo peragit, dum fertur Luna per orbem,
Componas alio cum tractu, tempore eodem
Vis ea quo Lunam ducit, reperire profecto
Tunc erit, & quantum nodus mutetur uterque,
Et quantum varient inter gemina æquora flexus.
Scilicet inventum eſt illa procedere nodos,
Qua ſunt ſigna, plaga, quoties Luna ipſa moratur
Alterutrum e geminis inter latus orbis, ubi ore
Dimidio fulget, cum tranſmeat, inter & ipſum
Nodum, qui alterutro huic lateri vicinior extet;
Et regredi nodos, contraque incurrere ſigna,
Cum fuerit ratione alia quacumque locata.
Qui laterum jungit loca, ſeſe quique per ambos
Extendit nodos, tractus ratione ſecant ſe
In medio obliqua prope ſemper, conficiuntque
Hinc illinc acie flexus ſeſe inter acuta,
A latere aſt alios obtuſo culmine hiantes;
Atque ita dividitur non æquas quattuor orbis
Lunifer in partes: cum pars ſubtilior harum

Lunam

rioris planum, nec ſecabit planum eclipticæ, ubi id ſecabatur; a plano prioris arcus, nec inclinabitur æquè, ac illud. Inde motus nodorum, & mutatio inclinationis.

Porro Newtonus, qui hanc nodorum theoriam plurimum excoluit, ac perfecit, invenit illud, ubi Luna verſatur inter nodum, & quadraturam ſibi propiorem, nodos progredi, cum autem verſatur inter nodum, & quadraturam remotiorem, eoſdem regredi. Concipiatur linea tendens ab una quadratura ad aliam, & linea tendens ab uno nodo ad alium. Hæ binæ lineæ ſe plerumque oblique interſecant, & continent binos angulos acutos, & binos obtuſos. Dum Luna eſt in acutis, nodi progrediuntur, dum in obtuſis, regrediuntur; hinc plus regrediuntur, quam progrediantur, adeoque poſt ſingulas converſiones occupant loca occidentaliora, & ſingulis annis 19 circiter gradus conficiunt regreſſu ſuo, ſi medius eorum ſpectetur motus, ac intervallo paullo minore annis 19 converſionem integram abſolvunt.

Lunam habet utralibet, per ſigna ſecunda feretur
Nodus; ab his retro contra converſus abibit,
Obtuſos intra cum flexus illa vagatur.
Et quoniam hos intra mora longior, intervallo
Retrorſum proin nodus eat majore, neceſſe eſt.
Nodi, circuitum cum denique Luna peregit,
Apparent retrogreſſi; deniſque quotannis,
Atque novem pergunt gradibus; deniſque prope annis
Atque novem toto circum ſeſe orbe revolvunt.
  Atque [1] hæc per numeros poſita ratione oriuntur,
Hæc Cælo ſervantur item; proin vera videtur
Hæc ratio, circa Terram qua Luna cietur
Per varios motus; queis nunquam cum ſibi conſtet,
Ut docui, poſſit conſtare an tempore, gyros
Quo peragit circa Tellurem? nonne neceſſe eſt,
Nunc brevius, nunc fiat idem diuturnius, ut ſunt
Turbantes circum cauſæ, & ſunt cætera circum?
Eſſe vices etiam diverſas adjice cunctas,
Non æquis ſpatiis ad Terram Sole manente,
Non Terra ad Lunam, non orbis partibus hujus
Solem uno poſitu, & Cæli ſpectantibus oras.
  Omnes [2] ſed varios me Lunæ evolvere mores
Jam piget, errantemque ſequi, vicibuſque agitatam
Perpetuis, duroque diu inſudare labori.
Ex his jamque potes facili tu noſcere pacto,
Unde ſit, ut varium conſuerit Luna vocari
In Cælo ſidus, quo deinde a nomine vulgus
Detulit imperium Triviæ, inſtabileſque potenti
Subjecit Dominæ res, aſſuetaſque novari.
Propterea quia quidquid habet mare, terra, vel aer
Naturam præfert variantem, multiplicemque,
Tel-

1 Hiſce fuſius expoſitis alias inæqualitates hic congerit innuens tantummodo: nimirum tot orbitæ, & celeritatis mutationibus mutari etiam tempus periodicum, quo Luna converſionem abſolvit ſuam: præterea mutationes omnes hactenus expoſitas pendere etiam a diſtantia Terræ a Sole, diſtantia Lunæ a Terra, ac poſitione orbitæ lunaris ad Solem, quibus mutatis mutantur ipſæ vires perturbantes, & earum ratio ad gravitatem in Terram, adeoque mutantur & ipſi earum virium effectus.

2 Ab his Lunæ erroribus occaſionem arripit evagandi per finale epiſodium, & primo loco hanc ipſam, ait, tantam Lunæ inconſtantiam in ſuis motibus dediſſe occaſio-

Tellurem, pelagus dixere, atque aera Lunæ
Subjectum, quæ clauſa illo & ſunt omnia gyro.
Proinde mari faciles ventos, Cælique nitorem
Nauta ſoluturus patrio de littore longùm
Dum ſedet expectans, in menſtrua tempora Lunæ
Quattuor inquirit, nam credit quattuor illis
Temporibus Lunam Cæli convertere mores,
Non aliis, tunc imbriferas diſpellere nubes,
Ventorumque feros compeſcere poſſe furores,
Inque aliud differt ſpes tempore tempus ab uno:
Propterea neque nos fieri quoque tempore credunt
Ægrotos alio, tantùm illo ſolvere morbos
Se, vel adaugere, atque exanguia linquere membra
Expirantem animam; ætates cognoſcere Lunæ
Mos erat idcirco medicam exercentibus artem,
Opportuna dare ut non lævo pocula poſſent
Tempore, felicemque horam, aut prædicere triſtem.
Non niſi ſervato mandantur tempore Lunæ
Semina proſciſſam in terram, non meſſis in arva
It flaventia, non ad robora dura bipennem
Admovet agricola, aut fructus ex arbore carpit,
Non herbas, floreſque movet miſſurus in urbem
Villicus ignarus; corrumpi hæc omnia credunt
Nam ſecus, & celeri interitu ſublapſa necari,
Et damnum ſpreta ſe credulitate manere.
Interius Cancri Luna creſcente putantur
Creſcere, echinorumque genus, conchæque ſub undis,
Oſtreaque, & quidquid veſtitur cortice duro;
Forſitan id fiat, quia Cynthia præſtat amicum
Lumen, uti captare cibum, & pingueſcere poſſint,
Namque die torpent, epulas de nocte requirunt.

caſionem tribuendi ejus cuidam influxui, quæcumque accidunt, potiſſimum ea, quæ variationes habent ſubitas, & ſine cauſis patentibus; ac rem illuſtrat exemplo conſtitutionis aeris in ordine ad pluviam, & ventos, pro qua ſolet vulgus obſervare illa, quæ puncta Lunæ nominant, ſyzygias, & quadraturas, exemplo morborum, pro quorum curatione, & periodis obſervari itidem ſolebat Luna a pluribus Medicis, ac exemplo agriculturæ, pro qua itidem ſunt, qui uſque adeo Lunam obſervant.

Addit cancros, qui cenſentur Luna creſcente pingueſcere, quod fieri poſſe arbitratur idcirco, quia per noctem prædam non ita facile capiunt, niſi Luna ſuũ lumen ſufficiat.

Viſa movet ſtomachum pleriſque, & molle cerebrum
Luna; vomunt capitis cum magno ſæpe dolore,
Et ſomnos adimi, deſideriumque ciborum
Sæpe queruntur; at hoc quædam conjuncta nitori
Illius ſpecies a noſtra mente videtur
Efficere, ut viſa quoſdam nuce concutit horror,
Aut oleo appoſito ſtomachi faſtidia ſurgunt;
Namque hos a claro percuſſos verbere Lunæ,
Si non advertant animum, haud ægreſcere cernas.
Creditur ipſa etiam vulgo magica orſa juvare,
Theſalicas & anus ſplendenti luce potentes
Efficere, ut valeant in aves, & in ora ferarum
Converti, & latum deferri nocte per Orbem.
Stultitia ſed noſtra ſua quia conſtruit artes
Mens magicas, aliquas dum ſcilicet eſſe fatetur,
Errorem ex animis tantum hæc prudentior ætas
Diſpulit, evellens ſagis volitantibus alas,
Concilioque ſacras nocturno diruit ædes.
Creditur in mentes quoque Lunæ extenſa poteſtas,
Nam mentes plerumque etiam variare videmus
Humanas, ipſumque animi verſatile noſtri
Conſilium, ingeniumque volubile prorſus, & exlex;
Præſertim quos inceſſit veſania jugis,
Aut brevis illa itidem lymphatos, irave torquet
Præcipites, quatit aut incertus pectora mœror,
Dicimus hos Triviæ contactos eſſe flagello:
Hinc animos furor omnis inundat, & Evius Evan,
Sævities, & triſte odium, & rationis egeſtas.
Crimina ſic Cælo donamus, transferimuſque
Noſtra, nec, unde ortus ducunt, auctuſque, videmus,
Illa, neque e medio conamur vellere corde.
Scilicet inſontes videamur ut eſſe, bonique,
Non tamen, ut ſimus, contendimus: O mala mentis
Libertas! Quidam ignotus nos perculit ardor,
Pro-

Addit & eos, quorum morbi quidam augeantur, vel minuantur pro incremento, vel decremento illuminationis lunaris, quod phænomenum pendere putat ab impreſſione, quam lunare lumen efficit in eorum ſenſorio, & cerebro: ſunt enim quædam concuſſiones, quæ vel ab aſſuetudine, vel a peculiari fibrarum conſtitutione proficiſcuntur, quibus ii effectus tribui poſſint, quod, ait, plerumque non

Protinus ætherio percuſſos credimus æſtro,
Noſque Deum monitu velut inſanire putamus:
Tunc inimicitiis contendere, ad arma volare,
Et miſcere venena, & ficta inceſſere culpa,
Et conſanguineo turpari ſanguine ſæpe
Fas, juſtumque videtur, & aras vertere Divum;
Talia qui damnant, nimium in contraria ſeſe
Convertunt plerumque, nec agnovere, feroces
Cum videant alios furere, incuſentque, furore
Oppoſito ſe proinde rapi, pariterque nocenti.
Quin etiam interdum Sapientibus eſſe negatum eſt;
Scilicet in ſurias flagrante quieſcere Mundo,
Nec flagrare itidem, parilique ardeſcere motu,
Eſſe quidem trunco propius, lapidique videtur.
Cecropidum leges mulctabant, ſi quis in unam
Non partem civis ſeceſſerit, arma movente
Hinc illinc populo civilia, ſpectaritque
Interno patriæ lacerari viſcera bello
Immotus, tulerit nec opem, quam credidit aptam.
Ac male quam mixtus furibundis, quamque locatus
Difficili ſtatione foret pacatus, inermis,
Et ſapiens inter ſtulta, irrequietaque corda,
Clarius ut noſcas, age, percipe, fabula quondam
Quod facile in terris vulgata, & credita profert;
Nimirum priſco ſapientes tempore, ſudo
Sub Divo vixiſſe homines, cum lactea forſan
Flumina manabant rivis, & roſcida mella
Sudabant ſilvæ, cum nullo agitante tumultu
Aurea per lætos florebant ſæcula campos.
Sidera namque ferunt tum quendam, aviumq. volatus
Perdoctum vidiſſe, brevi fore, ut horridus imber
Decidat, atque nova quem forte aſperſerit unda,
Excuſſo cogat velut inſanire cerebro.

 Hor-

non accidere, niſi ii, quibus accidunt, advertant Lunam excreviſſe.

Inde progreditur ad fabulas aniles Veterum, ut Lunæ magicis incantationibus deducendæ de ſuo curru, & alias ejuſmodi, quæ quidem prudentiore jam ævo exciderunt omnia, tum ad vim, quam Luna creditur a nonnullis in humanam exercere mentem, quem errorem eo etiam perſtringit nomine, quod noſtra vitia, & furorem

Horruit, & Mundo vulgavit triſte periclum,
Nequidquam, nam nullus erat tum cognitus Augur;
Cavit at ipſe ſibi, atque illo adventante ſubivit
Antra die, cæcoſque aditus, terramque profundam.
Ecce tonante ruit Cælo pluvia unda profuſo,
Irriguique natant campi, monteſque ſuperne
Evolvunt rapido torrentes gurgite lymphas.
Jam mortale genus, latis errabat ut arvis
Securum, ſubito madefactum eſt rore, novoque
Correptum pariter morbo; jam protinus omnes
Bacchantes latis homines excurrere campis,
Quaſſare & capita, & truculentas mittere voces.
At Sapiens terra latitans, ut nubila ſenſit
Disjecta, & Cæli ſpeciem rediiſſe ſerenam,
Proſſilit in ſuperos, & luci redditur almæ.
Spectaclum infelix! furiis immanibus omnes
Vidit agi; quæ tum monſtra ac portenta notavit!
Hunc vexare timorem, illum ambitione domari,
Illum & avaritia, & viſo impalleſcere ab auro,
Multos ira, odiis, cæcaque libidine multos
Correptos; ſpes ante oculos, & gaudia vana,
Et dolor, & lacrymæ, & triſtes nova nomina curæ,
Omnia turbarum plena undique, & omnia victa
A ratione repulſa, in eo confuſa tumultu.
Dum ſtupet, & ſana ſe ſolum mente potiri
Lætatur; lætum ſinere illi haud eſſe; repente
Ad monſtrum veluti vis undique circumfuſa
Irruit irridens hominum, atque huc pellit, & illuc,
Et vice mutata maleſanum hunc incita clamat,
Jamque in dura parat detrudere vincula captum.
Ille malum miſerans tantum nunc increpitabat,
Nunc fruſtra revocabat ad amiſſam rationem,
Et bona præteritæ repetebat perdita vitæ;
Acrius urgebant illi, circumque premebant.

Quid

rem cæcum, quo noſtra plerumque culpa abripimur, ut nos excuſemus, in Cælum rejicimus. Atque hic ad inſaniam humani generis carpendam, & communia in primis vitia perſtringenda vulgatiſſimam adhibet fabellam illam pluviæ homines ad dementiam adigentis, quos attigiſſet; quam unus qui evitaverat, cum a furentibus urge-

Quid faceret? vitam intutam ſibi ducere durum,
Irriſamque fuit, cunctorum & ferre furores;
Scilicet haud illos proprium cognoſcere morbum,
Stultitiamque ſuam cæcos perferre libenter.
Illic forte lacus pluvia collectus ab unda
Nuper erat; mediam ſeſe projecit in undam,
Involvitque luto turpi; ſtultiſſimus unde
Prodiit, atque hilaris nimium ratione relicta,
Stultorumque a concilio plaudente receptus.
Proin Sapiens inter mortalia ſæcla relictus
Nullus erat, prolem ſemper genuere Parentes
Inſani non diſſimilem, atque antiqua Nepotes
Semper in humano renovant deliria corde.
Quidnam etenim noſtris medium eſt in rebus, & æquum?
Quæ ſtudia inter nos verſamus, non ubi multam
Noſtra habeat partem veſania conſiliorum?
Omnibus in rebus virtutem audire, ſequique
Semper quis ſuevit ſolam, ſolaque moveri?
Protinus invadit quædam vis fervida pectus,
Qua rapimur, magnoque obſtantia quæque fragore
Dejicimus, non vitamus, non arte movemus.
Vel fuerit ratio, quæ nos commorit, eandem
Cur furor inſequitur plerumq., atque omnia turbat?
Ut Leo Marmaricis eſcam dum quærit in arvis,
Infervíſcit, & ex oculis micat acribus ardor,
Proterit & ſata, Paſtoremque interficit ipſum,
Diſpergitque pecus. Cur non Pax oſcula jungit,
Pax bona, præſentum pax munus amabile Divum?
Scilicet humanæ Status optimus eſt Rationis,
Pectore pacato conſtans, vultuque ſereno:
Tunc nihil exagitat rerum, quæcumque quietis
Adveniſſe queant, ſolido nil pectore ſtantes
Concutit; uſque procax, fac, turba irrideat; ipſi,
Latrantis vocem catuli ut bos fortis eundo
Temnit, eo properant, quo lumen ab æthere dium

urgeretur undique, habitus ipſe pro inſano, ut imminens vitaret periculum, ſe immerſit in lacum, in quem aquæ ex ea pluvia reſiduæ confluxerant, & furens illico, ac furentibus jam ſimilis habitus eſt pro ſano: tum fortitudinis, & ſolidæ virtutis præcepta inculcans librum abſolvit.

Extulit, immotis & Virtus fulſit ab aſtris.
Mors atra horribili ſemper circumſita luctu
Nil habet, impavidos quo terreat; omnia ſolvat
Vitæ clauſtra, animi nequeat corrumpere pacem.
Quidquid fata ferant, fatorumque Arbiter, ultro
Excipiunt, æqua ſubeuntes funera mente,
Et duros vitæ, quos juſſi cumque, labores.

LIBER

LIBER SEXTUS

Alma [1] quies, duræ ſtatio placidiſſima vitæ,
Propoſita eſt votis hominum, ſemperque laborum
Jactantes inter fluctus, curaſque petita;
Attamen ignavæ diuturna per otia vitæ
Haud ceſſare homines juvat, & langueſcere ſemper;
Quoddam pondus ineſt animo, cum torpet, inerti,
Quod deponere quærit, & ipſam tædia vitam
Laſſant nil rerum peragentem; proinde teneri
Optat, & uſque ſuas aliquo contendere vires.
Nil dare, quo poſſint exerceri, eſt ſinere illas
Diffluere, & propria fraudari ſorte vacantes.
Scilicet id voluit Naturæ providus Auctor,
Ut noſtra nunquam ceſſemus ab utilitate;
Proinde voluptatem duro immiſcere labori
Collibuit quandam, quæ nos invitet, agatque
Ad bona noſtra trahens, blando avellatque ſopore.
Ergo ſagax laſſos, defecturoſque labore
Natura ad requiem vocat, & dulcedine ſpargit
Otia, & inſueto ſomnos rigat alma lepore:
Otia poſt, ſomnumque, ardorem ſuſcitat ipſa
In membris, animoque, ut poſſit utrinque capeſſi

1 Exordium deſumit ab alternatione, quam ipſa Natura inſtituit inter ocium, & laborem ita, ut illud nequaquam delectet, niſi huic, & quidem multo diuturniori intermixtum, atque id, ut in reliquis omnibus vitæ humanæ inſtitutis, ita & in ſtudiis, quod in ſe ipſo

Intermiſſa opera, & labor opportunus adiri;
Propterea facit & luci ſuccedere noctem,
Æſtatique hyemem. Tamen ipſi cura laboris
Eſt prior, hunc proprium nobis Mortalibus eſſe,
Perpetuumque jubet, propterque hunc otia nobis
Inſtituit; quare nulla eſt humana, vacare
Debeat ut curis, ætas. Juveneſque, Virique
Emeritos fore ſe ſperant, cum ruga notarit
Ora, atque imbelles ierint per tempora cani;
Spes juvat hæc; verùm nunquam nova cura, laborque
Deficit; & ſi fors amoti a rebus agendis
Tunc fuerint, tædetque ſui, miſerumque, dolenſque
Incuſant ævum, nec vitam agitare videntur.
Agricola incurvo terram molitus aratro
Æſtivos ſoles ubi condidit, otia captat
Stratus humi, ſomnumque brevem, lætuſque peracto
Noctis circuitu redit ad ſua munera, & herbas
Evellens canit, & ramorum culmina ſtringens,
Taurorumque regens juga duro innixus aratro.
Idem etiam preſſus longæva ætate ſub alta
Deciduos fructus legit arbore, lac premit, uvas
Colligit, & crates de vimine texit ad ignem;
Si nequeat, querula moribundum voce vocat ſe.
Uſque adeo dulcis labor eſt, ingrataque nobis
Otia, cum non ſunt multo interrupta labore.
Quin & nobilior quo ſit, jucundior omnis
Eſt opera, hæc quanquam laſſet magis; ire per altum
Mente juvat Cælum, juvat ima in viſcera rerum,
In Superumque domos, atque inſinuarier artem,
Fataque, Naturamque, & eo laſſarier auſu.
Me quoque cauſarum laſſat labor, & juvat idem,
Me quoque Muſarum; ſtudia hæc ſociare viciſſim
Durum, & dulce ſimul, curiſque adjungere curas,
Et veluti geminum fragili mare findere puppi.
Jamque opere aſſiduo vexatus nocte, dieque
Interdum laudare meo, atque optare quietem

Cœ-

ipſo experiatur Noſter ita, ut ubi a ſtudiis defeſſus per ruſticationem Tuſculanam in primis, vel Tiburtinam animum relaxat, ſe iterum litterarii laboris amore ſolicitari ſentiat, quem hic idcirco libentiſſime reſumit.

Cœpto animo. Quæ tum ſecuræ oblivia vitæ
Vel prope Tiburni reſonantes ducimus undas,
Vel juga Telegoni qua ſe frondentia tollunt!
Quam campis hilares latè expatiamur apricis!
Umbroſumque juvat nemus, & luſtrare perennes
Lenis aquæ rivos, & muſco conſita ſaxa,
Et paſtorales audire per arva cicutas
Silveſtrem tenui modulantes carmine muſam,
Et ſolis tenerum narrantes montibus ignem;
Feſtivumque diem, & ſpectacula ruſtica adire;
At non & curas ludis miſcere ſeveras
Innocuis, nec bella novo conflata tumultu,
Conſilia aut inter Reges agitata morari
Ambitione procul, procul aulæ mobilis æſtu,
Pectore propterea læto magis, exque plicato,
Præſertim nitidi ſi ſoles, ſudaque Cæli
Tempeſtas animis Zephyrorum mollibus auras
Mulceat, & volucrum cantu, & redolentibus herbis.
Has tamen inter opes naturæ, deliciaſque,
Nec longùm, aſſueti reviviſcit cura laboris,
Et deſiderium cauſarum; jamque novatas
Acrius ardet mens illuc convertere vires,
Quam tædet torpere diu, & languere vacantem.
Ergo [1] age, quod ſupereſt, mecum hìc delabere motus
Ad tenues Lunæ, queis ſeſe corpore paulum
Nutanti huc illuc librat; luſtrabimus inde
Deductæ paulum pariter quoque pondera Terræ,
Dum fit, uti luces æquantia noctibus omni
Tempora præcedant anno; veniemus ad æſtus
Protinus æquoreos; & caudas eſſe Cometis,
Et qua, dicemus, fiant ratione; videri
Denique ſi quidquam gravitati poſſit obeſſe,
Inquiremus, & id, quodcumque eſt, disjiciemus

Auras

1 Proponit paucis argumentum hujuſce libri acturus primo de libratione Lunæ utique exigua, de præceſſione æquinoctiorum orta ab inæquali gravitate Terræ non ſphæricæ in Lunam, & Solem, de æſtu maris, de Cometarum caudis, quæ omnia relationem habent cum gravitate, demum objectiones, quæ contra gravitatem fieri ſolent, diſſoluturus. Immiſcet autem iiſdem & alia nonnulla, ut patebit inferius, velut ea, quæ pertinent ad atmoſphæras Planetarum, & Lunæ in primis.

Auras in vacuas, tela ut mucrone retuſo
Irrita ſæpe volant rapidis ludibria ventis.
Confer ad hæc cupidam, vacuam ſed cætera mentem.
Diverſa [1] ut Lunæ gravitas in lampada Solis
Diverſa ſuper orbe ſuo regione locatæ
Mutari ipſius vires facit, & variari;
Partium ita ejuſdem gravitas diverſa trahentem
In Terram, diverſa figuraque, materieſque,
Efficiunt, ſemper faciem convertat ut unam
Terræ Luna; licet quid in hoc appareat exlex.
Cum tuimur Lunæ faciem, nos ſemper eaſdem
Conſpicimus maculas fundi ſuper, exiguoque
Vibrari tantùm motu deprendimus ipſam,
In latus occiduum, vel eoum ſcilicet, oras
Atque in hyperboreas Urſarum, Auſtrique calentes.
Namque aliquo maculæ quæ tempore conſpiciuntur
In media Lunæ regione, videmus eaſdem
Tempore poſt alio regione recedere paulum
A media; paulum quæ limbo accedere viſæ,
Aut illinc paulum dimotas deinde tuemur,
Aut nuſquam, averſa jam Lunæ in parte latentes.
Hæc eſt parva tamen variantia, vixque, peritis
Ni vigilans oculis obſerves, aſpicienda;
Ipſaque proin ſpecies Lunæ haud mutata videtur.
At [2] neque vel prorſus ſi mutaretur, in orbem
Viſa ſuum verti, ſors multum id noſtra profecto
Referret, colimus qui Terram; proſit, & obſit
Solis id Lunæ Cultoribus: inde tuentur

Nam-

1 A libratione Lunæ exorſus affirmat illud, ut diverſa poſitio Lunæ in orbe ſuo vires illas perturbatrices inducit, de quibus actum eſt in fine quinti libri, ita diverſam gravitatem diverſarum partium Lunæ in Terram, figuram ejuſdem Lunæ non exacte ſphæricam, & denſitatis aliquod diſcrimen in cauſa eſſe, cur eandem Telluri obvertat faciem ipſa Luna, qua de re agemus in ſupplementis: at non eandem accuratè faciem obverti ſemper, unde fiat, ut eædem maculæ jam remotiores a limbo appareant, jam propiores, & earum nonnullæ aliquando etiam ultra limbum abeant in partem nobis inconſpicuam: at ejuſmodi nutationem eſſe admodum exiguam.

2 Exponit, quid accidat Lunæ incolis, ſi qui ſint, ob hanc poſitionem Lunæ, eandem ſemper faciem obvertentis Telluri. Nimirum, qui ſunt in hemiſphærio Lunæ

Namque alii Tellurem, immotum ſemper ut aſtrum
Ingens, ni quantum nutare videtur, eidem
Nam Terræ tribuunt motus, queis Lunam agitari
Cernimus; &, viſum niſi denſus ſiſtat is aer,
Aſpiciunt noſtro motus ſuper axe diurnos.
Horum & pars aſtrum ſuperis hoc verticis oris,
Aut prope, pars tantùm Mundi ſuper æquore lato,
Pars medium ſecto ſuper extans corpore cernunt.
Aſt alii, quibus eſt ad nos loca verſa negatum
Incolere, haud ullo proſpectant tempore Terram;
Ut nec ab Europa Boreæ contraria quimus
Aſtra videre, nec his ſubjecta ingentia regna
Nobis conſpicuos unquam aſpexere Triones.
Multi & ſpectatum peregre ibunt, oppoſitaſque
Inviſent gentes, tranantes æquora vaſta,
Et magnos montes, & ſilvas trajicientes,
Narrabuntque domum ſpectacula mira reverſi,
Augebuntque etiam miracula tanta, velut mos
Eſt a longinqua procul adventantibus ora.
Forſitan & ſupera credunt de gente potentem
Tellurem (velut & Phœbi coluere ſororem
Qui quondam), magnamque Deum vocitare Parentem
Conſueſcunt, & vota ferunt, & tempore certo
Conjunctæ veniunt diverſa a gente quotannis
Nos veneraturæ, majora ut numina, turmæ.
Haud ſecus ac Arabum ſitibundos advena fines
Multorum adjuncta ſibi Thraxque, Syruſque caterva
Trajicit armatus, rapturum & diſtinet hoſtem
Vi-

næ nobis conſpicuo, videbunt Tellurem inſtar ingentis Lunæ cujuſdam, in qua nullum fere alium advertent motum præter diurnum, quo circa ſe convertitur, cum acceſſu ad ipſorum zenith, vel receſſu ob librationem ipſam, exiguo. Sunt autem qui idcirco & nomen comminiſcantur a Lunicolis Terræ impoſitum, qui, ut Wolfius, eam apud ipſos arbitrantur debere dici *Volvam*, a volvendo.

Inde progreditur ad eos, qui in hemiſphærio nobis inconſpicuo ſiti Terram nunquam videre poſſunt, niſi per longa itinera id in altero hemiſphærio ſpectaculum viſuri eo contendant, uti nos Auſtrali polo vicina ſidera videre non poſſumus, niſi pergamus ad Æquatorem, vel ultra ipſum, & recenſet, quæ narrare poſſint, quæ etiam confingere, in quas ſuperſtitiones abire, ac ſolemnes etiam peregrinationes inſtituere ad viſendam hanc ſibi tanquam Deam, Turcarum more ad Mahumedis ſepulchrũ turmatim euntium quotannis.

Viſurus vatis cunas ſimul, atque ſepulchrum,
Fatales orbi cunas, fatale ſepulchrum
Vatis, erythrææ pollutæ cujus arenæ
Nomine, divinuſque ſuum rediturus ad orbem.
Sæpe illi vultum ſpectabunt Solis ab aſtro
Hoc [1] tanto obtectum; noſtro tunc aere denſo
Fracti diverſa circum ratione meantes
Ibunt in varios radii, pulchroſque colores,
Proinde colent alto ſuperam Thaumantida Cælo.
Hæc illis monſtrabit iter fax maxima in undis
Æquoreis, pluſquam nobis Cynoſura, Heliceque;
Fixa manens etenim, qua ſint regione, docebit,
Quoque loco poſitæ volitantes per mare puppes.
Hoc [2] igitur, Lunæ facies quod verſa videtur
Uſque eadem ad Terram, tentant deducere multi
Illius a gemino motu, qui tempore eodem
Conficitur, nam ſe proprio ſuper axe revolvit
Ipſa ſemel, Terram dum circum fertur in omnem.
Et certe hìc geminus ſi Lunæ corpora volvens
Motus, quiſque ſibi ſemper pede curreret æquo,
Non celerans, tardanſque viciſſim, & Lunifer axis
Eſſet Luniferum quoque ſemper rectus ad orbem;
Tum Terræ puncto a medio quæ tramite recto

Ad

1 Mirum ſanè debet eſſe in Luna ſpectaculum, quod hic memorat, Solis defectus, vel etiam Tellus Soli proxima, ob atmoſphæram terreſtrem, per quam radii tranſmiſſi colores etiam varios exhibebunt; & quidem ii tantum, qui incolant hemiſphærium nobis conſpicuum, Solis defectum videre poterunt, & videbunt frequentiſſime, aliis, qui alterum incolant, nullum unquam habentibus ejuſmodi phœnomenum. In eodem autem hemiſphærio & ad ſuam geographiam, ſeu potius ſelenographiam, ordinandam debet prodeſſe plurimum hoc ingens aſtrum, quod & ad itinera dirigenda proderit æque plurimum: de quibus omnibus itidem in ſupplementis.

2 Agit jam de cauſa hujus conſtantis poſitionis faciei lunaris ad Terram, quam cauſam ait multos derivare a combinatione binorum Lunæ motuum, quorum alter ſit totius Lunæ circa Terram, & alter ejuſdem circa quendam proprium axem, qui motus cum æquè diuturni ſint, id efficiant, ut ſemper eadem facies obvertatur Telluri. Et quidem, ut hìc Noſter monet, ſi hi duo motus eſſent non tantum æquediuturni, ſed & æquabiles, ac axis converſionis eſſet perpendicularis ad planum orbitæ lunaris, ſemper idem punctum faciei lunaris eſſet in recta jungente centra Terræ, & Lunæ, adeoque Luna ſemper eandem faciem obverteret centro Terræ. E diverſis quidem

ſuper-

Ad Lunæ medium duci via fingitur, ipſa
Uſque locum Lunæ in facie tranaret eundem;
Proptereaque videns Lunam alto in vertice ſtantem
Aſpiceret ſemper facie ad ſe vertier una;
Non ita, ſpectantis fuerit tranſlatus in ortum
Si locus, occaſumne; etenim mutabitur unam
Ad Lunæ faciem poſitus; proin ipſa vel illud,
Vel latus hoc paulum retegetque, tegetque viciſſim.
Vertere ſic latera, & nutare videbitur illo
Tempore, in occaſum quo rubro tranſit ab ortu.
Et quia ſi Terram de Lunæ corpore ſpectes,
Aſpicias binis gradibus comprendier omnem;
Ille gradus nequeat binos excedere nutus,
Qui fiet. Quin in Boream nutabit ab Auſtro
Tum quoque Luna, vel a Borea dum migrat in Auſtrum.
Sed quoniam Lunæ mediam non motus ubique
Eſt ſibi par circa Tellurem, ut par ſibi conſtat
Alter, Luna ſuo quo circumvolvitur axe;
Punctum illud debebit idem, quod diximus eſſe
In Lunæ facie trajectum a tramite recto,
Mutari, quantum gemini diſcrimina motùs
Poſcunt, quæ gradibus par eſt comprendere multis.

Sci-

ſuperficiei terreſtris locis appareret diſcrimen aliquod, cum Terra e Luna ſpectata occupet fere gradus duos diametro ſua apparenti, adeoque ſi punctum Terræ exiſtens verſus marginem jungatur cum centro Lunæ per rectam quandam; ea recta perforabit ejus faciem in puncto per unum circiter gradum diſtante a priore illo, adeoque in motu Lunæ ab ortu ad occaſum, qui fit tranſlato puncto quopiam ſuperficiei terreſtris ab uno margine ad alterum, haberi debet etiam inde mutatio aliqua in puncto faciei medio, & proinde etiam in limbo; ut pariter pro diverſa poſitione orbitæ lunaris ad Terram, quæ mutatur in ipſo excurſu per Eclipticam, quo Luna jam ad Boream accedit, jam ad Auſtrum, aliqua mutatio haberetur. Sed cum omnis illa etiam maxima mutatio ab ortu ad occaſum non excedat ad ſenſum duos gradus circuli lunaris unum hinc, & unum inde; perquam exigua etiam, & parum admodum ſenſibilis inde nutatio oriri poteſt in lunari facie.

Inæqualitas major provenit ex inæqualitate motus lunaris circa Terram; nam inde fit, ut punctum illud reſpondens mediæ faciei reſpectu ipſius centri mutetur hinc, & inde tanto intervallo, quantum eſt totum diſcrimen inter motum æquabilem, quem dicimus motum medium, & motum inæqualem, quem dicimus motum verum, nimirum pluribus gradibus.

Scilicet [1] hæc ratio jam credita, vertat eandem
Cur ad nos faciem, famulantum more, potenti
Adſtant qui Domino, paulum & cur Luna tremiſcat.
Sed præterquam quod latera hoc mutata tremore
Solis his cauſis bene non aptare valebis;
Num tibi mens facile hæc conjungere tempora poſſit,
Ut nihil interſit, quibus & ſe Luna revolvit
Axe ſuper proprio, & Tellurem menſtrua luſtrat?
Forſitan hic nunquam æquali fit tempore Lunæ
Circuitus; certe quiſque horum diſſidet unus
A multis, varianter enim turbantur ab ipſo
Sole, aliiſque etiam longum poſt tempus ab aſtris,
Quæ Solem circa medium errabunda feruntur,
Sæpe peregrinis itidem, ignotiſque Cometis.
Quin ſi forte velis mediam de pluribus unam
Menſuris variis menſuram fingere motûs,
Ut fingunt, mediamque vocant, qui ſidera norunt;
Cum ficta quid perficies? an cernere, quidquid
Fingere collibuit, poſſis? in ſæcula longa
Quis tibi ſervari vel eandem ſpondeat æquam,
Scilicet ut cauſas ob tantas inſinuari
Nullum ne poſſit diſcrimen, tempore longo
Multiplices ob circuitus quod denique tantum
Augeretur, uti Lunæ foret altera prorſus
Nunc facies, quam quæ tum primo tempore viſa eſt?

Di-

1 Oſtendit, hanc rationem non eſſe ſatis ad explicandam nutationem Lunæ: nec enim accuratè reſpondere phœnomena ei hypotheſi, nec eſſe credibile ſine cauſa aliqua determinata inducente nexum inter motum circa Terram, & converſionem circa proprium axem, utriuſque periodos ita accuratè æquales eſſe, ut poſt longiſſimam annorum, & tot converſionum ſeriem nullum habeatur diſcrimen. Creſcit autem hujus argumenti vis, ſi conſideretur tanta inæqualitas motus circa Terram inducta ab actione Solis, Planetarum, Cometarum, ut idcirco non vero alicui, ſed illi fictitio medio motui debeat eſſe æqualis converſio circa axem, in qua ne poſt longam quidem illam ſeriem diſcrimen aliquod appareat: quod ſi medius etiam is fictitius aſſumatur motus; ſunt plura indicia, hunc medium motum ſenſim mutari poſt aliquot ſæcula, & cum tam lenta ſit converſio circa axem, & tam aſpera Lunæ facies, fieri utique facile poſſet mutatio aliqua in ipſo tempore ejus converſionis; inductis autem perquam exiguis mutationibus non prorſus æqualibus, earum ſumma poſt multas converſiones evaderet utique ingens, nec eadem facies Telluri obverteretur.

Dicendum [1] eſt igitur Lunam vel habere ſuarum
Partium inæqualem textum, circum eſſe figura
Vel non conflatam ſimili ſibi, parte ſit omni
Ut gravitas non æqua, nec æquo momine pulſet.
Nam ſi concipias iſtam procedere Lunam,
Ut curſu partes æque diſtante ferantur
Omnes inter ſe, quo cœpit, tendere perget
Partibus haudquaquam converſis, nec revolutis.
Interea gravitas in Terram flectere cogit;
Fune Magiſter equum nitentem pergere rectà
Ut medius tenet, ille orbes iterumque, iterumque
Agglomerat circum, & videt omni a parte moventem.
Si tunc a Terra Lunæ per corpus agatur,
Qua medium eſt, moles faciens binaſque, pareſque
Planities quæcumque, trahanturque a latere omni
Haud minus hæ moles æqualiter uſque, neceſſe eſt
Servato jam Luna ſitu deſcendat eodem
Partium, ut ante fuit, ſuper axe revolvere nec ſe
Incipiat quoquam. Gravitas in parte ſed una
Si major ſit, erit pars ut magis iſta deorſum
Deſcendat, Lunam & ſe circa flectere cogat.
Hac modo, quæ gravior, partem ratione locari,
Fac, reputes, latere ut gravitas æqualis ab omni
In Terram rapiat; cum deinde receſſerit illo

Luna

1 Aſſignat jam hujus phœnomeni cauſam mechanicam, quam Maianius protulit. Dicendum eſſe nimirum centrum gravitatis Lunæ non congruere cum centro magnitudinis, ſive quod figura a ſphærica abludat, ut nimirum hinc, & inde a circulo eam nobis terminante non æque procurrat, ſive quod in altero hemiſphærio ſit denſior, quam in altero. Nam ſi Luna projiciatur motu parallelo, conabitur vi projectionis abire motu itidem parallelo, & ſine ulla converſione circa axem proprium. Gravitas coget deflectere, quæ ſi inveniat globum homogeneum, coget quidem incurvare viam, ſed partibus hinc, & inde æquilibratis, nulla circa axem quempiam inducetur converſio, ſed totus globus motu parallelo deſcendet ad arcum curvum. At ſi habetur inæqualitas; illa pars, quæ plus ponderat in Terram, debebit utique ſe convertere verſus ipſam, & deſcendere propius, quæ quidem, dum progreſſu centri Lunæ ab illo ſtatu dimovetur, perpetuo ob hanc præponderantiam regredietur verſus locum ſuum, ut lapis quidam inæqualis figuræ dum deſcendit in aqua, graviorem partem ſemper fundo obvertit, ac tantummodo nutare poteſt hinc, & inde, non poteſt fundo leviorem faciem obvertere.

Luna loco haud mutata ſuis in partibus, ipſum
Quod Terram punctum prius aſpiciebat, abibit,
Aſpicietque aliud; circum at nova puncta manebit
Jam non par gravitas, cum nec globus illa, nec æque
Denſa ſit; ad punctum ſubito venietur, ubi iſtinc
Pars gravior, levior pars illinc altera conſtet.
Propterea aſſidui conatus exorientur
Partibus ad poſitus ſe primos reſtituendi.
Cum paulum Luna a ſtatione receſſerit illa,
Hic erit exiguus conatus, creſcet at idem
Aucto pro ſpatio, donec tum denique major
Conatu fiat perſtandi una in ratione.
Quare non poſitu nimium diſcedere ab illo
Luna queat; plus, ſive minus ſed abire neceſſe eſt,
Ut fuerit ſua mobilitas majorve, minorve.
Quapropter faciem ſemper convertit eandem
Ad Terram, niſi ſe quantum in latera utraque vibrat,
Paulum nempe, ſuo tenues dans corpore nutus.
Sic quoque cum lapidem non omni a parte rotundum,
Aut ferrum æquoreis projectum mergimus undis,
Volvitur in fundum haud libratis partibus, & ſe
Inchoat in gyros hac illac vertere fruſtra,
Dimotæ redeunt nam partes, ad mediumque
Se ſubito flectunt; ſic non niſi nutat eundo.
Jam [1] videas, quare res hæc, contingere dico
Quam Lunæ Terram cingenti, aſtriſque ſecundis
Fors aliis medium Jovis & cingentibus orbem,
Saturni & medium; Solem cingentibus ipſum
Non contingere item poſſit primoribus aſtris;
Quæ tantùm colere, & Regem revereri obeundo
Velle videntur, at officium ſervile recuſant.
A varia gravitate petes diſcrimen idipſum

Pro

1 Hoc phœnomenum Lunæ obvertentis eandem faciem Telluri, commune fortaſſe etiam aliis Satellitibus Jovis, & Saturni, affirmat, non eſſe commune Planetis Primariis, qui eandem ſemper Soli faciem nequaquam obvertunt, atque id idcirco, quod nimis ab eo diſtant: inde nimirum fieri, ut inæqualitas gravitatis diverſarum partium in Solem ipſum ad gravitatem totalem habeat rationem ad ſenſum nullam, quam ob cauſam ea non poſſit inducere ullam rotationem ſenſibilem, ſi initio fiat projectio impreſſo motu parallelo omni-

Pro longe vario ſpatiorum nempe receſſu.
Nimirum cum pars in tracto corpore major
Una eſt, ut corpus ſe circum cogere verti
Fortius acta queat, ſi tentes altius ipſum
Evehere e medio corpus, decreſcat eundo
Cum gravitas, decreſcet item vis partis in axe
Vertendi corpus; demum ſi maxima conſtent
Intervalla, magis partis tenuata, magiſque
Vis ea majoris cum vi exæquabitur omni
Circum aliarum, ut non ullo convertere motu
Ipſa queat corpus, varioſque inducere nutus.
Quare ſi corpus non extra exceperit ullum
Circa ſe motum, non illam flectere ſeſe
Propter vim partis poterit. Primoribus aſtris
Proin longe evectis medio de Sole, neceſſe eſt,
Non inferre queat motus id ſcilicet ullos;
Ut veluti Proceres Domina videantur ab aula
Disjuncti procul, audentes proin regia juſſa
Negligere, aſt alios adſtantes ad ſua cogant
Imperia: id notos aliis namque indere motus,
Ut docui, poſſit, Lunæ velut, atque Secundis
Saturnique, Joviſque aſtris, quia cominus adſtant.
Atque his principio ſi extrinſecus additus eſſet
Semper multiplices in gyros ſe glomerandi
Impetus; inducens partes libramen in omnes
Vis ea paulatim, ſeu tardans, ſive ſecundans
Impreſſos motus, faceret tum denique, ut illi
Circuitus, axemque ſuper, totumque per orbem
Qui fiunt, uno prope tempore conficerentur;
Propterea ut parvo ſit opus diſcrimine denſa
Aſtri in materia, ſive in variante figura.
Quare [1] nonne vides, rerum ut Natura repoſcat

omnibus particulis: & ubi aliqua rotatio initio impreſſa fuerit globo in ea diſtantia ingenti projecto; ejuſmodi inæqualitas non niſi admodum inſenſibiliter turbare poſſit æquabilitatem rotationis ipſius.

1 Cum ipſa Natura requirat in aſtris proximis illi, circa quod revolvuntur, ut eandem ſemper faciem ipſi obvertant, quod in remotis non accidat; inde affirmat poſſe conjici, idem etiam accidere in Satellitibus Jovis, & Saturni. Et quidem ejus rei indicium haberi in extimo Saturni Satellite, qui ſemper, ubi ad certam poſitio-

Ipſa, ut Luna ſua facie ſe vertat eadem
Perpetuo ad Terram? proin ut quoque credere poſſis
Perfacile, aſſimili circum vertigine volvi
Saturni, atque Jovis Comites, id lumina quanquam
Noſtra ſibi nequeant ſupponere, ni Comes unus
Saturni, extremo qui deſuper ordine perſtat,
Forte per ambages, genus hoc, rem prodere tentet.
Semper, cum proprii venit ad loca certa meatùs,
Saturni eoa cum nempe moratur in ora,
Deficit ille, & ſe quærentes ludit acutos
Quanquam oculos: hujus jam non erit invia certe
Defectùs ratio, vultus convertere eoſdem
Illum ad Saturnum ſi concipis, eoaque
Propterea cum Saturni de parte vagatur,
Semper idem latus ex illa convertere parte
Ad noſtros oculos; tegere illud namque videbis
Pluſquam aliud quodcumque latus caligine poſſe
Offuſa maculas, neque noſtros inde laceſſi
Poſſe oculos; proin ex illa regione latere
Ut ſit opus nobis fruſtra inſpectantibus aſtrum.
Tum regione loci mutata, corporis ipſo
Et latere, extemplo ſub lumina noſtra redibit.
At quid Saturnique, Joviſque ſequacibus aſtris
Ex aliis porro conjectes, fulgere luce
Dum variante vides in partibus orbis eiſdem?
Forſitan hoc circa ſeſe glomerata revolvi
Indicet illa, nec una intro convertere ſemper
Se facie ad prima, & dominantia ſidera, proinde
Denſa æque mole, ac prorſus conſtare rotunda.

Sed

ſitionem devenit reſpectu Saturni, evaneſcit ex oculis: id quidem poſſe tribui maculis, quæ in certa parte ejus ſuperficiei majores ſint, quæ ipſa ſuperficies ſemper in ea poſitione obvertatur Terræ, cum obvertendo eandem ſemper faciem Saturno, debeat eandem in certis ad ipſum poſitionibus & Terræ obvertere. Quod in aliis Satellitibus Jovis, & Saturni in eadem etiam poſitione ad ſuos Primarios habeantur mutationes variæ in quantitate luminis, id Noſter tribuendum eſſe affirmat vel figuræ accuratius ſphæricæ, & denſitati æquali, unde fiat, ut non eandem ſemper obvertant Primario ſuo faciem, vel maculis adventitiis, uti ſunt ſolares maculæ, quæ jam habeantur in illa eadem parte, jam deſint. Sic etiam in Terra nives, & nubes debent aliquam varietatem luminis inducere proſpectanti Tellurem ipſam.

Sed ſi nec prorſus tornata mole, nec æque
Eſſe velis denſa, variantibus haud male circum
Id referas maculis; velut in Jovis ore videtur
Multiplex, varioſque ſitus formaſque receptans
Faſcia, quæ varia lucem quoque parte retundit.
Jam [1] veluti ratio, qua Cynthia vertit eandem
Ad Terram faciem, Comites quoque poſſit ad omnes
Perfacile induci; cur non & cætera multa
His tribuas pariter, fieri quæ diximus ante
In Luna, poſitus dum mutat, tempora, motus?
Quin plures illic cauſæ ſunt, mutua turbant
Nam ſe præterea, vicibuſque ita pluribus errant.
Utque [2] in Lunigero ſupera jam diximus orbe
Mutatos nodos, eadem non perſtet in ipſo
Et res, & ratio Saturni ſcilicet augmen
Amplectente orbe, & nuſquam tangente rotundum,
Qui mediis conſtat ſuſpenſus ut annulus auris?
Nonne etiam in Terra ſimilis res, cauſaque perſtet,
Cum ſit pluſquam alibi ſublata æquante ſub orbe?
Innumeras jam ſi Luna pro ſimplice Lunas
Perpetuo ſeſe tangentes ordine volvi
Concipias circum Terram, cum quælibet harum
Nodorum poſitum mutet, videatur, oportet,
Annulus ut quidam circum (licet ipſe ſolutis
Partibus inter ſe eſt) totum ſe ferre per orbem;
Atque ille haud aliter nodos variare, videntur
Quam varie in Luna mutari ſimplice nodi.
Nunc aliquo facias compingi glutine Lunas,
Ut ſolidus, nullaque fluens in parte ſit orbis;

1 Ut conſtantem Lunæ poſitionem ad Terram transferri poſſe ad Satellites affirmaverat, ita addit, & cæteras inæqualitates tribui debere etiam ipſis, quin immo & plures; nam præter vim perturbatricem Solis, ipſi etiam ſe invicem turbant.

2 Hic ad explicandam præceſſionem æquinoctiorum facit gradum, de qua agemus in ſupplementis; ac primo loco, quæ dicta ſunt de nodis orbitæ lunaris regredientibus poſt integras converſiones, transfert ad annulum Saturni, cujus nodi cum plano orbitæ Saturni ipſius debent itidem regredi, tum ad illum veluti annulum materiæ extantis æquatorem verſus, quem habet Terra compreſſa ad polos, & elevata ad æquatorem.

Concipit primo cum ipſo Newtono ſeriem quandam continuam Lunarum, quæ circa Terram convertan-

Mutabuntur item nodi, non prorſus ut ante,
Majorem cum pars hæc poſcat, at illa minorem
Motum; ſed motus tamen, ut fuit ante, manebit,
Qui medius certe, qui ſcilicet inter utrumque eſt,
Plus celerem, celeremque minus; namque ocyor ille
Quantum hunc impellit, tantum tardatur eodem.
Hos ergo in motus Saturnius annulus ibit;
Propterea que locis, ſecat illud queis iter ingens
Falciferi Patris, it retrorſum, ut Lunifer orbis.
At ſi Lunarum diſtenſior annulus ille
Introrſum ſit, uti corpus tum denique ad ipſum
Pertingat, circumque infixus adhæreat arcte;
Tunc quoque mutantur nodi, ſed lentius; omnis
In toto namque hic partit ſe corpore motus.
Nunc [1], ades, ad Terram in media regione tumentem
Verte animum, inſcriptumque puta, quantum potes, amplum
Eſſe globum; quidquid ſuperabit materiai,
Æquantem excretum, circumductumque per orbem,
Annulus illud erit, Terræ velut additus ipſi.
Hujus quapropter nodi, loca nempe, viciſſim
Queis via Terrai magna illa ſecantur, & æquans
Orbis hic inter ſe, debebunt quolibet anno

Ire

vertantur, ut unica Luna. Haberetur quidam velut annulus conſtans ex Lunis nullo inter ſe nexu colligatis, cujus anuli interſectio cum plano Eclipticæ deberet habere nodos regredientes, ut unicæ Lunæ nodi regrediuntur. Coaleſcant jam Lunæ in unicum annulum ſolidum: hujus annuli nodi regredientur, non quidem ut ante; nam aliæ partes alium requirent motum, cum in unica Luna nodi jam progrediantur, jam regrediantur, ut diximus. Affirmat tamen cum Newtono motum medium horum nodorum fore eundem, ac prius, elidentibus ſe mutuo accelerationibus, & retardationibus.

D'Alambertus hoc Newtoni aſſumptum affirmat eſſe falſum, & idcirco totam Newtoni theoriam hanc reformandam cenſet, & corrigit; quanquam eſt & alius magni nominis Geometra, qui in hoc ipſum problema per geometriam inquirens, ope calculi facilis methodo Newtoni, totam ejus theoriam ipſam tueatur, ac demonſtratam cenſeat.

Hanc igitur mutationem ſubire affirmat Saturni annulum, qui annulus habebit retrogredientes nodos ſuos cum plano orbitæ ipſius Saturni. Si autem is pertineret uſque ad globum Saturni, haberet adhuc nodorum retrogradationem, ſed multo minorem, quia eodem motu deberet ſecum totam globi maſſam abripere.

1 Jam ad rem ipſam delabitur, & conſiderat Terram, ut globum quendam, qui habeat adnexum

ſibi

Ire retro, atque eadem non unquam ſidera Cæli
Reſpicere, at ſenſim mutare, ſed ordine ſemper
Signorum adverſo, ſeque in contraria ferre.
Tempora propterea facientia noctibus æquos
Eſſe dies, redeunt non, cum rediiſſe videtur
Sol ad eas Cæli partes, quas liquerit anno
Anteacto, verùm prius, ut præcedere paulum
Idcirco dicantur ea ipſum tempora Solem.
Nodorum [1] hunc igitur regreſſum Lunaque, Solque
Viribus efficiunt obliquis in loca circum
Edita Telluris, magnoque tumentia gyro.
Sed plus Luna facit longe, longeque propinqua,
Quam Sol, qui ſpatium interjectum immane relinquit.
Hunc numeris qui tentavit deprendere motum
Vis utriuſque ſimul conjuncta effecta requirens;
Nempe ubi ſe in medio majora minoribus æquant;
Particulas decies quinas æquare quotannis
Repperit, illarum tenui quæ ex ordine conſtent,
Nempe gradum decies ſi ſena in fragmina ſcindas,
Atque iterum decies in ſenas quæque reſolvas
Fragmina particulas. Servato inventa probantur

ſibi amplum annulum materiæ extantis in parallelis omnibus, cujus omnes particulæ motu diurno moveantur circa axem æquatoris, ut Luna motu menſtruo circa axem ſuæ orbitæ. Quare nodi hujus annuli, ſive interſectiones æquatoris cum plano Eclipticæ debebunt regredi ſingulis annis, & ipſum punctum æquinoctii verni reſpicere quotannis fixas occidentaliores, ac proinde æquinoctium continget paullo ante, quam contigiſſet ſine hoc motu, ubi nimirum locus apparens Solis appulerit non ad id Cæli ſiderei punctum, quod ſectio verna, vel autumnalis reſpiciebat anno ſuperiore, ſed quod reſpicit poſt annum.

1 Porro motus nodorum Lunæ oritur ab actione inæquali Solis tantummodo, at motus hic nodorum Terræ, ſeu interſectionum æquatoris cum ecliptica, effici debet tam ab actione inæquali Solis, quam ab actione inæquali Lunæ in eam exuberantem materiam. Sed multo plus pendet ab actione Lunæ hic motus, quam ab actione Solis, cum ſemidiameter ejus annuli ſive ſemidiameter Terræ, a qua pendet inæqualitas actionis, multo majorem habeat rationem ad diſtantiam Lunæ a Terra, quam ad diſtantiam Solis a Terra, atque is exceſſus eſt tantus, ut actio Lunæ adhuc prævaleat, licet ejus maſſa ſit tanto minor, quam maſſa Solis.

Ob eandem rationem inferius patebit etiam in æſtu maris orto a ſimili cauſa actionem lunarem prævalere ſolari.

Jam vero illud addit, Newtonum,

Hæc Cælo; decies quinis his namque videmus
Omnia particulis revera quolibet anno
Sidera ab ingreſſu veris, nodoque prioris
Disjungi, & rubrum decedere ſemper in Ortum.
Proin [1] modo ab antiquo diverſus Signifer extat,
A Tauroque Aries, Polluce, & Caſtore Taurus,
Hi Cancro expulſi, & ſic vellere denique Piſces
Phryxeo; verùm conſtant, quæ tradita primùm
Nomina ſunt, Arieſque ſuis proin cornibus uſque
Ver aperit, proin Libra pares examinat horas
Autumni; geminis annorum hæc millibus acta.
Hac ratione itidem Cæli non partibus hæret,
Queis quondam cardo, atque eadem non ſidera ſignat.
Et veniet tempus, quo jam polus ipſe minorem
Paulatim magis uſque remotus deſerat Urſam;
Non tunc conſpicienda ſit ut Cynoſura per æquor
Amplius undiſonum nocturno tempore nautis.
Demum hæc cuncta loco referentur verſa priori
Poſt decies ſena, & biſcentum ſæcula lapſa.
Non [2] ſat erat tamen hos motus pro quolibet anno
Aſtro-

num, qui ad calculum revocavit utriuſque luminaris effectum, inveniſſe per ſuam theoriam illa ipſa 50 ſecunda retrogreſſionis debitæ ſingulis annis, quæ habentur ex obſervationibus.

1 Inde deducit illam, quam Aſtronomi adhibent diſtinctionem Zodiaci in rationalem, & apparentem. Apparens Zodiacus, quem oculis cernimus eſt, qui conſtat ſtellis quibuſdam, quarum congeries occupantes faſciam quandam cæleſtem diviſam in partes 12 appellantur illis nominibus Aries, Taurus &c. quæ dicuntur ſigna Zodiaci, atque horum poſtremum eſt ſignum Piſcium. Rationalis autem, quem tantum mente concipimus, eundem locum occupat totus, & totidem ſigna continet iiſdem nominibus deſignata, ſed diviſionis initium fit ab ipſa ſectione verna, ſeu puncto æquinoctiali verno. Cum id punctum regrediatur in Occidentem illo lentiſſimo motu; omnia aſtra reſpectu ipſius progrediuntur in Orientem, & jam per bis mille annos, ex quo nomina ſunt impoſita, ita proceſſerunt, ut Aries apparens ſit in Tauro rationali, Taurus in Geminis, Gemini in Cancro, atque ita porro, Piſcibus occupantibus priſcam Arietis ſedem. Inde autem & ipſe polus, circa quem diurno motu videmus omnia converti aſtra, mutavit ſedem; ac illud olim adveniet tempus, quo, quæ nunc eſt polaris ſtella in Urſæ minoris cauda, quam idcirco Cynoſuram appellant, ab ipſo polo recedat longiſſimè, nimirum ad 47 gradus poſt annorum circiter 13 millia, poſt 26 millia annorum omnibus ad priorem ſedem regreſſis.

2 Attingit alterum motum, quem appellant nutationem axis, qui

Aſtrorum, medii qui ſunt, reperiſſe, ſed ipſa
Veſtiganda itidem diſcrimina cuncta, venirent
Quæ Sole obliquos Terræ flectente jugales,
Et Luna flectente ſuos. Servare licebat
Orbem Luniferum præſertim, cum ſuus ille
Aſcendens nodus, qui dicitur, utpote Luna
Scandente in Boream, primi ſecat Arjetis aſtrum,
Longius a Terra media, qua ducitur æquans,
Flectere, decedat quam ſignifer orbis eadem,
Quinos quippe gradus Zona a torrente remotum.
Contra, idem tetigit cum Libræ examina nodus,
A media propius Terra, quam ſignifer orbis,
Abduci, quinos nimirum a limite Zonæ
Interiore gradus diſtantem; ut proinde ſit omne
Diſcrimen minimi pariter, ſummique receſsus
Denorum graduum a media Tellure tumenti.
His a diverſis repetendo flexibus ergo,
Mutaque ſignorum, & numerorum oracla movendo,
Anni regreſſus cenſerier incipientis,
Verus & inde poteſt ſervari, ſidera fixa
Qui defert, motus. Non ſcilicet illa moveri
Apparent aliter, detectum quam fuit iſtis
Revera numeris nota ob diſcrimina certis.
Tam bene ſervatis oracla ea conſona rebus.

qui quidem potiſſimum pendet ab inæqualitate præceſſionis æquinoctiorum. Nam æquator Terræ ad planum Ecclipticæ inclinatur in angulo fere conſtanti, qui nimirum paucis tantummodo ſecundis variatur. Hinc actio Solis in materiam redundantem ad æquatorem eſt fere ſemper eadem. At planum orbitæ lunaris ob motum nodorum perpetuo mutatur. Id inclinatur proximè 5 gradibus ad planum Ecclipticæ, reſpectu cujus jam cadit ad partes æquatori contrarias, cum nimirum nodus aſcendens eſt in principio Arietis, jam ad partes ipſius æquatoris, cum nimirum is eſt in principio Libræ, adeoque inclinatio ad æquatorem eſt minor in primo caſu, major in ſecundo, angulo ipſius orbitæ cum plano æquatoris majore in primo caſu, quam in ſecundo 10 gradibus; Inde in primo caſu actio Lunæ eſt multo major, quam in ſecundo.

Ex his principiis, ait moleſtiſſimorum calculorum ope inquiſitum eſſe in motus hoſce, & omnia obſervationibus inventa eſſe conformia. Proſtat D' Alamberti opus de hoc argumento geometria ſublimi, & calculis altiſſimis refertum; vidi autem & brevem ſummi Geometræ tractatum de eodem argumento nondum editum, ubi formulæ Newtoniana methodo erutæ ad Geometriam accedente magis, cum Bradleyanis obſervationibus mirum in modum conſentiebant.

Nunc [1] locus eſt late undiſonos maris ire per æſtus,
Oceanique ſtatos immenſi viſere motus,
Temporaque, & vires, & agentes æquora cauſas;
Neve fluentibus, & refluentibus avehar undis,
Veſtris me audentem manibus ſuſtollite Muſæ,
Naturæ quæ jam mores didiciſtis, & artem.
Æquoris æſtus item cauſis quoque pendet ab iſdem,
Luna quibus turbatur. Uti non æqua moventem
In Solem gravitas Terræ, Lunæque meantum,
Collatam Terræ Lunam turbare videtur;
Sic & inæqualis gravitas, quam Terra recepit
Partibus in variis non æque a Sole remotis
Adducente, ſtatum perturbat partium earum
Inter ſe. Lunæ vires quoque viribus adde
Phœbeis ſimiles, ſed plus turbare valentes,
Utpote quæ Terram ſpectat vicina, facitque
Intervallorum diſcrimina partibus ejus
Majora. Hæ tollunt ergo a libramine vires
Et Lunæ, & Solis concuſſas æquoris undas,
Et motu impellunt vario, quem dicimus æſtum.
Sed [2] prius ad cauſas quam labar, dicere par eſt
Quid fiat, motuſque, ut ſunt, evolvere cunctos,
Et ſeriem veluti geſtarum pandere rerum.
Tunc effecta ſuis tribuentur cognita cauſis
Perfacile: haud illas opus eſt finxiſſe, potentes
Sed cognoſcere & hic, quæ pluribus ante repertæ
In rebus jam ſunt nobis, variiſque per artem
Nexibus, & varia ratione aptare, modiſque.
Scilicet [3] in partes ternas tribuenda putamus
Effecta, in ſalſis quæ cernimus omnia campis.

Prima

1 Tranſit hic ad æſtum maris, qui a gravitate itidem pendet, nimirum ab inæquali actione tam Solis, quam Lunæ in partes fluidi Terræ affuſi, ut Solis actio inæqualis perturbat Lunæ motus; quin immo, ut ſupra innuimus, & Noſter hic refert, multo plus Luna tanto propior, confert ad marinum æſtum. Porro de hoc argumento agemus pluribus in ſupplementis de more.

2 Ordinem proponit hujus tractationis: primo loco nimirum promittit ſe prolaturum phœnomena marini æſtus, tum ipſas non confictas, ſed veras phœnomenorum cauſas expoſiturum.

3 Quod ad phœnomena pertinet, ea partitur in tres claſſes, nimirum in diurna, menſtrua, annua, acturus de ſingulis.

Prima diurnæ feret pars, altera menſtrua porro,
Tertia poſtremo feret annua; qualibet illa
Nempe die ut fiunt, vel quovis menſe, vel anno.
Quaque [1] die pelago bis creſcens alta patenti
Tollitur, & toties decreſcens deſilit unda.
Cumque tumens creſcit, non ſummo in culmine pendet
Ante, orbem mediæ ſupera quam Luna diei,
Aut ſubter mediæ noctis trajecerit orbem.
Inque vicem cum deſcendit, non ante profundos
Pervenit ad fines, eoa prodierit quam
Luna, vel occidua ſeſe demerſerit ora.
Temporis hoc itidem momentum pendet utrumque
A poſitu Lunæ ad Solem. Intervalla neceſſe eſt
Temporis, undarum quæ ſunt interſita magnis
Fluctibus, & minimis, nimirum cum meat ipſa
Luna extra æquantem luces cum noctibus orbem,
Prorſum inter ſeſe non eſſe æqualia; eoque
Tempore præterea geminos neque ſurgere curſus
Æquoris exundantis ad æquum culmen, at oras
Integere impariles vario diſcrimine, ut illo,
Abluit Europæ qui lambens littora, ponto
Undas majori ſit opus cumularier auctu,
Nimirum cum Luna terens Borealia ſigna
Conſpicui ſeſe per Cæli ſuſtulit oras;
Majorique itidem, pedibus contraria noſtris
Demiſit cum ſe, & de parti claudicat Auſtri.
Denique quaque die ſurgit velocius æquor
Inſiliens, lapſis deſcendit lentius undis.

Men-

1 Exorſus a diurnis phænomenis ſtatim proponit illud, ſingulis diebus mare bis attolli, bis deprimi, maximam aquæ elevationem haberi poſt appulſum Lunæ ad meridianum, ſive ſupra, ſive infra horizontem, maximam autem depreſſionem poſt ejuſdem Lunæ ortum, vel occaſum: tempus ipſum maximi æſtus pendere a poſitione Lunæ ad Solem, quod tamen ad menſtrua phænomena reducitur, ut & id, quod ſequitur, partim ad diurna pertinet, partim ad menſtrua: nimirum intervalla temporum inter maximam, & minimam aquæ altitudinem Luna extra æquatorem exiſtente inæqualia eſſe, ut & illud, eſſe tum inæquales ipſos binos æſtus ita, ut nobis in Boreali temperata zona ſitis æſtus, qui habetur Luna extante ſupra horizontem, ſit major eo tempore, quo ipſa verſatur in ſignis Borealibus, idem autem minor altero, qui ſit Luna infra horizontem depreſſa,

Menſtrua [1] nunc quæ ſint, genus hoc, effecta canamus.
Primò Luna meat cum vel contraria Soli,
Vel conjuncta, magis moti tolluntur aquarum
Fluctus, quam loca ſi tranet tranſverſa, tumorque
Hoc minimus paulo poſt tempore, maximus illo eſt.
Præterea magis alta tenet cum Luna recedens
A Terra loca, (ſi conſtent æqualia circum
Cætera) creſcentes undæ minus inferviſcunt,
At mage, cum nobis loca per vicina vagatur,
Et pariter magis, æquantem cum læta per orbem
Exagitat bigas, quam cum extra excurrit utrinque.
Porro intervallum, geminos quod temporis extat
Inter eos, qui ſe ſuccedunt mutuà, curſus
Integram poſt quamque diem, fit majus, ubi illa
Cæca ſilet, vel plena micat. Diuturnius ac tum
Multo tempus erit pariter, quod fugerit, ex quo
Illa altum ad mediæ lucis devenerit orbem
Scilicet, ad curſus primi, qui eſt maximus; horam.
Poſtremo [2] ſunt hæc in moribus annua moti
Ocea-

preſſa, ubi ea ſit in hemiſphærio auſtrali. Demum addit & illud, ſingulis diebus generaliter velocius elevari aquas, quam deprimantur.

Porro hæc phœnomena ita accidunt in aperto Oceano; & quidem æſtus fit circiter binis horis, poſteaquam Luna per meridianum tranſiit, cum anticipatione quadam, vel poſticipatione, quæ provenit a poſitione Lunæ ad Solem. In portubus Europæ hora eſt alibi alia, prout majore gyro, vel minore indiget unda, ut eo deveniat. Eſt autem quædam hora media ubique ſua, & ubique deinde eadem ad ſenſum anticipatio, ac poſticipatio pendens a poſitione Lunæ ad Solem, de qua hic aliquid in menſtruis phœnomenis, tum uberius in ſupplementis de more.

1 Menſtrua jam enumerat phœnomena: Æſtus maximi ſunt circa ſyzygias, minimi circa quadraturas ita, ut paullo poſt ſyzygias ipſas, vel quadraturas ad illud maximum, vel minimum deveniant: æſtus majores ſunt Luna Telluri proxima in perigeo, quam remota in apogeo: majores ſunt Luna exiſtente in æquatore, quam extra ipſum; quæ quidem tres cauſæ ubi ſimul conveniant, æſtus præter morem maximi fiunt.

Eſt & aliud phœnomenum, quod ſupra innuimus, quod quidem miro conſenſu theoriæ cum phœnomenis ad accuratum etiam calculum redactis, mirum in modum ipſam Newtonianam theoriam confirmat: nimirum intervallum inter binos æſtus binorum dierum ſe immediatè conſequentium eſt majus circa ſyzygias, minus circa quadraturas, & hæc anticipatio, vel poſticipatio pendens a poſitione Lunæ ad Solem eſt illa, quæ ad calculum accuratè reducitur.

2 Delabitur ad phœnomena annua; maximos æſtus eſſe in Novilu-

Oceani. Magis exſiliens turgeſcit in illis
Temporibus, luces queis fiunt noctibus æquæ,
Cynthia ſi fratri conjuncta, oppoſtave flectat,
Quam cum Sol tetigit Cæli vertentia ſigna.
Tum quoque concuſſum convexius inſilit æquor
Terra a Sole minus diſcedente, atque remota,
Quam cum ſe in ſpatia errando dimoverit alta.
Scilicet [1] hæc ſervata diu, longoſque per annos
Collecta, & certo demum firmata Virorum
Judicio, motus qui magni exquirere nuper
Oceani voluere, atque ejus noſcere mores
Inſtabiles; varios proin portus, multaque ponti
Littora luſtratum fluctus adiere ſonoros.
Jam quoque præcipua his communibus adjice quædam;
Nullis de genere hoc agitari ſcilicet æquor
Fluctibus, exiguum quod ſit, quod & undique clauſum,
Nullis atque lacus omnes quantumlibet amplos;
Majores undas cumulari ad littora porro,
Qua ruit auguſto conſtrictus gurgite pontus,
Euripiſque furit, quam qua diſtenditur ingens
In pelagus; tum ſæpe illic conſurgere viſum
Quinque pedes decies, & longo excurrere tractu
In terram; locaque eſſe, anni ad quæ tempore certo
Advenit undarum nullus tumor, advenit anni
Tempore verùm alio (Batsham dixere vocantes

Ton-

viluniis, ac Pleniluniis æquinoctialibus: tum vero cæteris paribus majores eſſe Sole perigeo, quam apogeo.

1 Hæc omnia, affirmat, diligenti navigantium obſervatione deprehenſa eſſe: generalia autem ſunt eadem, quibus hìc addit ſingularia quædam, quæ pertinent ad certas quaſdam locorum conſtitutiones: maria exigua, & undique clauſa, uti eſt mare Caſpium, non habere hoſce alternos æſtus, uti nec lacus utcumque ingentes: majores haberi æſtus in anguſtis quibuſdam fretis ad littora, quam in aperto Oceano, & quidem alicubi in ejuſmodi locis ad quinquaginta etiam pedes aliquando aſſurgere maria, & alicubi per plura millia paſſuum excurrere in terras ultra conſueta littora: eſſe loca, in quibus quodam anni tempore nullus habetur æſtus, quodam alio habetur aliquis, ut in Tonchinenſi portu Batsham, quem ipſe Newtonus memorat, in pleniluniis, & noviluniis æquinoctialibus nullus eſt æſtus: eſſe alia loca, in quibus plures, quam bini, habeantur æſtus diebus ſingulis; ac demum ventos, & procellas perturbare nonnihil æſtuum tam ſtata tempora, quam magnitudines.

Tonchini portum, quo non fluit æquor inundans,
Æqualis cum lux ſit noctibus alma diei,
Non refluit, Luna oppoſita, aut loca verſa terente
Ad Solem): eſſe etiam portus, & littora multa,
Quo veniunt plures, quam bini, abeuntque viciſſim
Fluctus quaque die, ſine lege & tempore certo:
Præterea ventos, tempeſtateſque fluentis
Perturbare vices ponti; nam ſæpe retardant,
Sæpe moras adimunt, minuunt quoque ſæpe, vel augent.
Hæc [1] ſunt, quæ Veteres Naturæ arcana putarunt
Invia, quæ propter, ſi vera eſt fama, fluenti
Merſit ſe Sapiens ponto, dum littora mæſtus
Luſtrat ad Eubœam refluo ſpumantia fluctu,
Quem non perciperet prorſum, ut caperetur ab illo.
Hic furor interdum ſublimia pectora vexat,
Ut, ni cuncta ſuæ poſſint ſupponere menti,
Indignentur, uti rerum de jure ſuarum
Depulſi. Cur non videant, quam parva ſupellex
Perceptorum animo? quantis Natura per omnes
Sit fœcunda modis res undique, quas tamen ipſis
Prorſum ignorandum eſt? quæ tanta inſania notis
Ut paucis prima in Naturæ fronte locatis
Debere ignotum nobis nihil eſſe putemus?
At multi cauſas tot rerum quærere nuper
Tentarunt acri ingenio, plauſumque repertis

Dein-

1 Phœnomenis expoſitis gradum facit ad ipſorum cauſas, quas diu incognitas extitiſſe ait ita, ut hoc cenſeretur quoddam Naturæ arcanum humanis mentibus inacceſſum, ubi & illud commemorat, quod perhibere ſolent de Ariſtotele, qui cum videret aquam in Euripo, celebri inter Aulidem, & Eubœam freto, ſepties fluere, & toties refluere, nec cauſam ejus reciprocationis excogitare poſſet, ſe ipſum demerſiſſe, ut ab eo, quem mente non caperet, caperetur; ubi occaſione arrepta invehitur in cæcam hominum ſuperbiam, qui non videant, quam parum ſciant de Natura, & ſcire poſſint; adhuc tamen, addit, poſtremis hiſce temporibus majore contentione ita in Naturam ipſam inquiſitum eſſe, ut multa deprehenſa ſint: fuiſſe, qui & ad æſtum marinum explicandum hypotheſes confixerint, quæ tamen paullo poſt conciderint, (Carteſiana quidem & Galileana æſtus marini explicatio jam omnino concidit), ſed Newtonum demum, qui tum multa per gravitatem ſuam generalem & in Cælo explicavit, & in Terra, nimirum Planetarum motus, ac Cometarum & Telluris figuram, ac motus axis varios, veram etiam marini æſtus cauſam protuliſſe.

Deinde ſuis hilares, fruſtra tamen, ingeminarunt;
Inſtabili fundata ſolo nam machina, viſu
Quanquam pulchra, trahat rimas, caſumque, neceſſe eſt.
Denique qui reperit gravitatem, hic cuncta peregit
Ut Cælo, Terraque, ita magni in gurgite ponti,
Omnes undique res, hoc certo ut pondere, firmans.
Scilicet [1], ut ſupera docui, ut Sol ipſe Sorori
In Terram vires, gravitatemque auget, ubi illa
E latere excurrit, minuitque exinde vaganti
Duplo plus imos orbis, ſummoſque per arcus;
Sic etiam Terræ diverſis accidit ipſis
Partibus ob Solem pariter, Lunamque trahentem.
Quæ Lunæ, aut Soli Telluris ſubjiciuntur
Partes, averſa vel contra fronte lateſcunt,
Has partes, veluti Luna ſuper ipſe probavi
Prætereunte ſui hæc orbis loca, perdere oportet
De gravitate aliquid, contraque acquirere, denis
Hinc novies gradibus cum diſtant; proptereaque
Ut librentur, eæ niti ſe tollere debent,
Deprimere hæ; tum ſe quia vertit Terra rotatu
Continuo, ſitus ad Solem, Lunamque trahentem
Continuo mutatur; ea ratione fatendum eſt
Nunc has, nunc illas liquidas conſurgere circum
Partes, & nunc has, & nunc demittier illas;

Lit-

1 Cauſam ipſam ſic expedit: ut in Luna ſupra vidimus, ejus gravitatem in Terram minui ab actione Solis in noviluniis, ac pleniluniis, in quibus ipſa vel verſus Solem jacet, vel ad partes oppoſitas, augeri in quadraturis; ita itidem corporum ſupra centrum Terræ extantium gravitatem in Terram minui ab actione Lunæ, & Solis, ubi jacent in recta, quæ jungit id luminare cum ipſo centro hinc, vel inde, & augeri circumquaque ad latus in diſtantia graduum 90. Quare dempto æquilibrio debent maria ſub iis luminaribus attolli, ad latera deprimi, & cum diurna converſione jam aliæ marium partes eo loci appellant, jam aliæ; debebit in iiſdem partibus haberi per diem reciprocatio quædam elevationis, ac depreſſionis, quæ pariat æſtum.

Eandem cauſam & aliter profert. Loca, quæ luminari obvertuntur, cum ab eo minus diſtent, trahuntur in ipſum plus, quam centrum: loca, quæ ad oppoſitam plagam ſunt ſita, cum diſtent magis, trahuntur minus, quam centrum ipſum. Quare illa conantur ipſum deſerere, hæc ab ipſo deſeruntur; adeoque utrobique habetur receſſus quidam a centro, ſive tumor: at partes poſitæ circumquaque ad latera, obliquis attractæ viribus deprimuntur introrſus, & deſcendunt: hinc elevationis, ac depreſſionis viciſſitudo, & æſtus.

Littore proin uno non una ſtare fluentes
Undas planitie; ſed Terræ, unoque diei
Circuitu, varias, ſummas percurrere, & imas,
Allabique ideo pontum, contraque relabi.
Quin alio hoc poſſis ſummatim noſcere pacto.
Telluris partes, queis Titan, Lunaque rectà
Deſuper impendet, plus, quam Terra ipſa, trahentur,
Qua media eſt, & plus media hæc, quam denique partes
Retrorſum poſitæ; proin debent anteriores
Scilicet a media Tellure aſſurgere paulum
Partes, poſticis medium & deducere Terræ
Paulum corpus ab his, proin tota tumeſcere utrinque.
Quæ ſunt ad latera, interius ratione prementur
Obliqua partes; facient proin augmina primis.
Ut [1] tamen has ſingillatim cognoſcere cauſas,
Atque minutatim poſſimus, percipe primum,
Rebus in his fieri quid debeat, æthere ſidus,
Lunave, Solve, unum ſi fulgeat, ipſaque conſtet
Circum tota liquens Tellus, & tempore puncto
Poſſit ea fingi forma, quam poſtulat ipſum
Libramen, poſſitque aliam quoque tempore puncto
Induere, ut motus nil turbent ante recepti;
Tunc adjuncto alio quid in iſtis accidat aſtro,
Quid Terra partim ſolida conſtante, quid ipſis
Undis ad primum ſubito haud parentibus ictum,
Propter inertem vim, mutari quæque vetantem.
Principio [2] Luna nitente adducere Terram,

Terra

1 Ut ſingula ritè oculis proponantur, concipi jubet Terram, ut totam fluidam, & ſpoliatam vi inertiæ nimirum ita, ut figuram, quam æquilibrium requirit, poſſit momento temporis acquirere, & mutare; nam ſi aliam ante acquiſierit, aliam præſens virium conſtitutio requirat, tempore aliquo eſt opus, ut illam deponat, hanc induat: tum prius conſideretur alterius tantummodo luminaris actio, ut Lunæ ſolius, ac deinde & alterius actio conſideranda accedat.

2 Primo quidem ob inæqualem actionem Lunæ Terra hujuſmodi fluida, etiam ſi mente ſecludatur vis centrifuga diurnæ vertiginis, debebit recedere a figura ſphærica, & induere figuram ſphæroidis productæ in ea diametro, quæ ad Lunam ipſam dirigitur, cujus ſphæroidis formam, affirmat, jam deprehenſum debere eſſe ellipticam: id nimirum Mac-Laurinus demonſtravit. Quamobrem intumeſcet fluidum ejuſmodi, & elevabitur, ac maxima elevatio erit ibi, ubi Luna appellit ad Zenith,
vel

Terra liquens poſſit non amplius eſſe rotunda,
Longior hinc illinc ſed ſe producet, ut ovum,
Et Lunam, qua longa, videbit, ſcilicet illuc
Longæ directo, quæcumque eſt, axe figuræ.
Atque hujus jam certa per artem inventa figuræ
Natura eſt, oritur quæ coni a ſegmine primo,
Si veſtigia linquat, ubi eſt ſuper axe rotatum
Majori circum. Quare pars altior illa eſt
In Terra, ſummo cui ſupra in vertice Luna eſt,
Inferius vel ſub pedibus; depreſſior ora
Illinc Telluris circum uſque recedet utrinque.
Illa aliis humilis mage erit quapropter, eoo
Quæ videt, occiduoque lavantem gurgite Lunam,
Sic quoque, ſi Sol eſt, qui pertrahat, illa neceſſe eſt
Longa ſit in Solem ſimili conflata figura.
Sed quia vis Solis longe longeque, remoti
Vi Lunæ minor eſt propioris, ſit licet ipſa
Sole minor; tumor ille exortus Sole trahente,
Quam quem Luna facit, multo minor extet, oportet.
Denique [1] conjunctis amborum viribus unà
Quid fiet? partes ſi Terræ prorſus eaſdem
Commoveant, aut oppoſitas; ſuper axe tumeſcet
Illas directo Terra, oppoſitaſque per oras;
Namque axes geminis prognati viribus illis
Efficiunt unum, qui tanto eſt longior, axem.
At cum axes utriuſque obverſi ad ſideris oram
Non jam conveniunt, verùm inclinantur utrinque

Mutua

vel Nadir; tum in aliis locis altitudo eo erit minor, quo ipſa loca inde magis diſtiterint, & maxima depreſſio habebitur, Luna in horizonte ipſorum ſita. Actione Solis idem accidet in diametro obverſa Soli; ſed cum vis Solis tanto remotioris, quanquam & majoris, minor ſit, uti diximus; minor erit elevatio ſub Sole, & in parte averſa ab ipſo.

1 Hæc a ſeparatis actionibus: quid autem a conjunctis? Si Luna, ac Sol in eadem jaceant recta linea cum centro Terræ, tum vero ut utriuſque elevationis axes conveniunt, & fluidum maxime elevatur in binis punctis, nimirum in eo, quod luminaria directè reſpiciunt, & in eo, quod ab iis avertitur. Quod ſi axis directus ad Lunam non congruat cum axe directo ad Solem, ſed obliqui ſint, & angulos efficiant hinc acutos, & inde obtuſos; tum intumeſcentia omnium maxima ſub neutro erit, ſed cadet in angulos eorum axium acutos, vicinior tamen lunari axi, quam ſolari. Hinc tres axes conſiderari jubet: axem Lu-

næ

Mutua, & efficiunt ſic quattuor inclinati
Inter ſe flexus obliquos, proinde nec æquos;
Maximus ille tumor flexus jacet inter acutos
Undarum, at verſo in Lunam vicinior axi,
Fitque axis Terræ hac media regione tumentis.
Tres igitur, genus hoc, axes diſtingue, vocaque
Lunæ axem, Soliſque axem, Terræque tumentis.
Nunc illum Lunæ immotum confinge, tuaque
Mente ſequens alios circum, quocumque ferantur,
Percipe, quos habeant & ad illum, & mutuà circum
Reſpectus, poſituſque, vices quæ cuique, moduſque.
Jam cum Luna ſilet, coeunt, ut diximus, omnes,
Exinde immoto phœbeius axis ab axe
Disjungi, & procul occiduas ſe ferre ſub oras
Continuo, donec rectà ad latera ipſa ſecentur;
Axis ad occaſum quoque Terræ avulſus abire
Principio; ſed cum diſceſſerit intervallo
Ægre aliquo, verùm haud longo (cum ſcilicet a ſe
Multo phœbejus properans velocius axis
Digreſſus ſit quinque gradus, decieſque quaternos)
Retrorſum ſua facta modo in veſtigia fertur,
Et redit in Lunam, & Lunai jungitur axi
Tum, cum tranſverſi media phœbeius ille
Se poſuit regione loci; qua deinde relicta

Per-

næ, nimirum diametrum Terræ, quæ producta tranſiret per Lunam, axem Solis, & axem maximæ intumeſcentiæ ortæ ex communi actione utriuſque, quem vocat axem Terræ: concipiatur primus immotus, dum ſecundo recedente a primo poſt novilunium, recedit & tertius, ac conſiderentur horum motus, & relatio ad ſe invicem, ac cum illo primo.

Ii axes in novilunio coeunt, uti diximus: poſt Novilunium axis Solis abit in Occidentem reſpectu axis Lunæ, donec in prima quadratura fiat ipſi perpendicularis, abeunte Luna in Orientem reſpectu Solis, donec ab eo diſtet per quadrantem. Axis Terræ initio quidem & ipſe in Occidentem recedit ab axe Lunæ, ſed multo minus, quam axis Solis: maxima ejus elongatio ab axe Lunæ, ſed adhuc exigua habetur, ubi axis Solis diſtet per 45 gradus ab ipſo axe Terræ; tum retro regreditur, & in quadratura iterum congruit cum axe Lunæ: Continuante axe Solis motum ſuum uſque ad plenilunium, quo motu prior ejus vertex pergit ultra quadrantem recedere a vertice axis Lunæ, ſed alter ipſi oppoſitus ſit ipſi propior; axis Terræ pergit moveri ultra axem Lunæ, & abit verſus orientalem plagam, ac ubi ab eo diſceſſerit, quantum deſceſſerat ad Occidentem, retro iterum in ple-

nilunio

Pergit ad oppoſitam quia Solis protinus axis,
Ipſe quoque a Luna rurſum divulſus in ortum
Progreditur; multùm non longo at tramite; rurſus
Namque gradus relegit; cumque oram venerit ille
Prorſus ad oppoſitam, Lunæ hic componitur axi.
Hæ redeunt quoque deinde vices, phœbejus in orbem
Axis dum procedit, & altera dum loca viſit
E latere, atque ex his Lunæ dum tranſit ad axem.
Adverſa idcirco ſummi duo puncta tumoris
Continuo huc illuc a Lunæ duplice puncto
Subjecto oppoſitoque abeunt, redeuntque viciſſim,
Et citra excurrunt bis toto menſe, bis ultra;
Major & excurſus tum fit, pollentior extat
Cum Phœbi vis ad Lunæ collata vigorem;
Ocyor atque locis idem eſt excurſus in illis,
Queis adverſa meat Soli, conjunctaque Luna,
Nec non & quarta queis orbis parte recedit;
Proinde locis mediis, in parti ſcilicet orbis
Qualibet octava, motus lentiſſimus exit.
Jam [1] manifeſta vides, quare advolvantur aquarum
Majores cumuli ad portus, longeque propellant
Littoream multo venientes agmine arenam,
Cum Soli conjuncta ſilet, vel ſplendida tota
Cynthia nocte micat; fraternis viribus addit

nilunio cum eo congruit; quæ vices redeunt eodem pacto a plenilunio ad alteram quadraturam, & inde ad novilunium.

Hoc pacto habebuntur in ſingulis lunaribus menſibus binæ oſcillationes binorum punctorum maximæ intumeſcentiæ hinc, & inde a binis punctis altero ſubjecto Lunæ, altero ipſi oppoſito: ferentur nimirum puncta maximæ intumeſcentiæ in Occidentem reſpectu ipſius circa ſyzygias, & in Orientem circa quadraturas. Elongatio autem ipſorum eo erit major, quo actio ſolaris reſpectu actionis lunaris major fuerit, & motus circa ſyzygias, & quadraturas erit velociſſimus, circa octantes perquam exiguus.

Hanc omnem theoriam, & locum maximæ intumeſcentiæ exhibuit Daniel Bernoullius, eleganti uſus, & expedita analyſi in diſſertatione, quæ inter præmio donatas ab Acad. Pariſ. habetur ad an. 1740. Ejuſdem ſolutionem geometricam & ſanè ſimplicem, ac elegantem dedi ego in Romano Litteratorum diario, quam & hic in ſupplementis exhibebo.

1 Inde ad plurium phœnomenorum explicationem gradum faciens, primo loco ponit illud: patere cur in noviluniis, & pleniluniis æſtus ſint maximi, & minimi

Ipſa ſuam quia vim validam, & ſitus axibus idem eſt.
At minor æſtus erit, medio cum ſecta nitebit
Corpore, ibi alter enim ſuſtollit, ubi altera fluctus
Deprimit, auget & hæc, ubi decutit ille viciſſim,
Mutuaque adverſis pugnantes viribus obſtant,
Impediuntque; quod eſt diſcrimen, denique ſolum
Apparet, quantum Phœbo pollentior ipſa eſt
Nempe mari Luna in tollendo, æſtuque ciendo.
Sic gemini adverſis venientes partibus arcto
Tramite ſi currus nectuntur, & axibus hærent
Impliciti extremis; ſævi inſonuere flagello
Protinus aurigæ, & ſtimulant clamore jugales,
Verberaque ingeminant, quippe æmulus ardor utrumque,
Et furor exagitat; demum quo fortior urget
Quadrupedum vis, itur, iterque id carpitur unà
Tantùm, quo ſuperans vis fervida raptat equorum.
At [1] quia materies vi prædita ſemper inerti eſt
Omnis, aqua in ſubitam nequeat ſe vertere formam,
Quam poſcunt, rerum quæ ſunt præſentia; motus
Nam remanent prius impreſſi, turbäntque recentem;
Pendula virga velut vibrata haud ſiſtitur uno
Deſuper adveniens puncto, ſed ſurgit in arcum
Oppoſitum contra gravitatem, quo prior urget
Impetus; uſque recens gravitas demum addita vincet.
Inde fit, ut motus, quos diximus ante, fluentis
Omnes Oceani contingant ſerius, ipſæ
Quam notæ poſcunt cauſæ, & diſcrimina quædam

Præ-

mi in quadraturis. Nam in illis, congruentibus axibus Solis, & Lunæ eorum actiones conſpirant, in his alterius actio alterius actionem impedit. Patet autem lunarem actionem eſſe majorem ſolari; cum, ubi penitus opponuntur, nimirum in quadraturis, Sole depreſſionem procurante ibi, ubi Luna elevationem imperat, Lunæ, non Soli pareat intumeſcentia, utut minor, quæ nimirum reſpondet ſoli differentiæ actionum.

1 Vim inertiæ hic conſiderat: cum maria non poſſint accipere momento temporis eam poſitionem, quam æquilibrium requirit, ſed motus ante impreſſi perſeverent, aliquo tempore a novis viribus deſtruendi, ut penduli pondus aſcendit velocitate jam concepta, licet gravitas per totum aſcenſum retro ipſum urgeat, donec omnem illam priorem velocitatem extinguat: hinc omnia illa phœnomena, quæ ab æquilibrio exiguntur, ſerius accidunt, quam ſine hac inertiæ vi acciderent. Sic ex: gr: æſtus in ipſis ſyzygiis non advenit etiam in libero Oceano Luna appellente ad meridianum, ſed una, alterave hora poſt.

Præterea irrepant, tibi quæ memorabimus infra.
Denique [1] Terra liquens quamvis, ut finximus ante,
Undique jam non ſit; dubiteſne, ea fluvida partim
Cum ſit, quin poſcat librari, & proinde figuram
Induere hanc ipſam, quam circum tota ſubiret,
Si nihil officeret ſolidum, reſtanſque ſuperne?
Perfacile [2] evolves jam tutemet, exque plicabis
Omnia rebus ab his memorata effecta, diurna,
Menſtruaque, annuaque, his cauſas aptare repertas
Si tentes. Quid enim? non cauſis cernis ab iſtis,
Æſtifer ut bis quaque die conſurgere motus
Debeat in pelago, bis & idem ponere aperto?
Ut tumor adveniat, poſtquam orbem Luna diei
Tranſierit mediæ, mediæ infra noctis & orbem?
Ut mare demittat ſe contra, inviſerit ortus
Poſtquam, obituſque eadem? momentum hoc pendet utrumq.
A poſitu Lunæ ad Solem variante; tumentis
Nam quoniam Terræ modo ad ortum flectitur axis,
Et modo ad occaſum; maturior accidit idem
Fluctus ad occaſum, ſed contra fluctus ad ortum
Serior; illud, ubi laterum orà enaverit; aſt hoc,
Poſtquam delituit, vel Cynthia tota refulſit.
Non cauſis quoque cernis ab his cur debeat eſſe
Æſtuum inæqualis geminorum motus, ab orbis
Finibus æquantis cum diſtat Luna? diurno
Tunc motu non Luna orbem contundit eundem,

1 Licet Terra non ſit tota fluida, affirmat, maria debere inducere eandem formam, quam inducerent, ſi tota fluida eſſet. Id quidem verum eſt, ſi pars ſolida ſit homogenea in ſe ipſa, & cum parte fluida, ac nihil, vel fere nihil emergat; nam nexus mutuus partium nihil æquilibrium turbat in partibus ſolutis. Partes, quæ emergunt, turbant nonnihil vires gravitatis, quas multo plus turbat heterogeneitas internarum partium, ſiqua ſit: ſed ſi adhuc curvatura æquilibrii, quæ haberetur ſine hiſce actionibus Solis, & Lunæ, non multum differat a figura, quam homogeneitas requirit, differentiæ inductæ ab hiſce actionibus in ſe perquam exiguæ nihil ad ſenſum different ab iis, quæ inducerentur in caſu homogeneitatis: & ſi ea æquilibrii figura non multum differat a ſphærica, tumores erunt iidem, quos ſphærica figura requirit. Soliditas partium extantium aliam turbationem inducet impediendo propagationem promptam undarum, de quo inferius.

2 Conglobationem hic explicat plurimorum phœnomenorum incipiens a diurnis: patere, affirmat,

Ac ipſi oppoſitum punctum, quo ſcilicet errat
Ex ortu occaſuque alias trans ætheris oras;
Cunctiſque ab Boream regionibus, ipſa Borea
Si per ſigna meet, ſupra caput altius ibit,
Oppoſitum id punctum quam porro ſcandere poſſit,
Ipſa ubi ſe mediæ demiſit noctis ad orbem;
Ille tumor debet proin altior eſſe ſequente.
Quid [1] memorem, cur Luna ferat conjunctave Soli
Majores æſtus, oppoſtave, quam loca pergens
Per laterum hinc illinc? & cur non maximus æſtus
Fiat tempore eo, ſed qui poſt advenit, alter
Vel poſt hunc, porro ſive alter? tute quod ipſe
Percipias, ſi vim poſſis cognoſcere inertem,
Quæ vetat, ut ſubito cauſis obtemperet unda;
Sic venit a media quæ luce, calentior hora eſt,
Pluſque dies poſt ſolſtitium inferveſcere ſuerunt
Æſtivæ, plus poſt brumam crudeſcere noctes
Hybernæ: medios prævertit cauſa tepores'.
An doceam, Luna a nobis abeunte remota
In loca, cur æſtus longe, longeque minores
Procurrant? Spatio ignores decreſcere vires?

At

ex iis, quæ dicta ſunt, cur maria ſingulis diebus bis intumeſcant, bis detumeſcant: cur maxima intumeſcentia haberi debeat aliquanto poſt appulſum Lunæ ad Meridianum ſupra, ac infra horizontem, maxima detumeſcentia aliquanto poſt ortum, & occaſum: cur id ipſum momentum maximæ intumeſcentiæ pendeat a poſitione Lunæ ad Solem; ut nimirum a novilunio, & plenilunio uſque ad quadraturam proximam, quo tempore axis maximæ intumeſcentiæ jacet reſpectu axis Lunæ ad occidentem, celerius res contingat, quam in ſyzygiis, & quadraturis, contra vero a quadraturis ad ſyzygiam proximam ob oppoſitam rationem ſerius: cur inæquales debeant eſſe hi bini æſtus Luna extra æquatorem ſita; cum nimirum in eo caſu Luna, & punctum ipſi oppoſitum non percurrant motu diurno eundem circulum, ſed diverſos, unde fit, ut Luna habente declinationem boream, magis accedat ad zenith ipſa, cum ad meridianum appellit ſupra horizontem, quam punctum ipſi oppoſitum, cum ea appellit ad meridianum infra horizontem; & idcirco prior æſtus poſteriore in eo caſu ſit major.

1 Ad menſtrua phœnomena tranſiens innuit tantummodo æſtus majores in ſyzygiis, quam in quadraturis, quod paullo ante expoſuerat, ut & illud a vi inertiæ repetit, cur maximi æſtus non ſint in ſyzygiis accuratè, ſed ſecundi, vel tertii poſt ipſas: tum & illud innuit, quod per ſe patet, æſtus cæteris paribus majores fore Luna perigea, quam apogea.

At [l] cur progrediens æquantem Luna per orbem
Majores fluctus extollat, & arctet inundans
Littoreas nautis pluſquam ullo tempore arenas,
Protinus haud illo pateat, quo cætera, pacto.
Eſt, ſuper alterutro qui Lunam proinde polorum
Cardine perſtantem ſingat, mutarier undas
Et cum percipiat tum non debere, tumorem
Sed conſtare parem, qua Terræ ducitur axis,
Cardine disjungit paulum, parvaſque creare
Tum noſcit debere vices, nam parvus ibidem
Cum Terra ſimul eſt tumidarum gyrus aquarum.
Quapropter quo Luna polo vicinior uni eſt,
Sive æquante magis quo deducetur ab orbe,
Æquoreos æſtus tanto vult eſſe minores.
Verùm quantumvis mutari tum minus æquor
Contingat; tamen eſſe loco haud quocumque minores
Debebunt æſtus. Æquantem quæ loca longe
Proſpiciunt orbem, veluti nos, maximus æſtus
Abluet haud alio nimirum tempore, quam quo
Luna æquante procul tantundem abſceſſerit illo,
Si queat, orbe; tumor nam tum, qui maximus, illinc

 Præ-

l Tranſit ad explicandum, cur cæteris paribus æſtus majores ſint Luna exiſtente in æquatore, cujus phænomeni cauſam affirmat eſſe minus obviam, ac primo loco innuit, & rejicit explicationem datam a Bernoullio in memorata diſſertatione, tum eam exhibet, quam ego, illa rejecta, in mea diſſertatione de maris æſtu exhibui.

Is concipit Lunam primo quidem in æquatore ſitam, deinde abire paullatim ad utrumvis polum. Mutatio, inquit, figuræ terreſtris ex ejus motu debet fieri eo minor, quo ea ad polum ipſum accedit magis; nam ubi in ipſum deſinit, ceſſante penitus omni diurno motu, nulla habebitur figuræ mutatio, & nulla reciprocatio.

Verum quidem eſt, mutationem eo minorem fieri reſpectu totius Terræ, quo Luna magis ad polum accedit, ſed non reſpectu locorum quorundam particularium, in quibus adhuc & oritur, & occidit. Concipiamus Lunam ita recedentem verſus polum boreum: ea accedet ad noſtrum zenith, & ubi declinatio ejus fuerit æqualis noſtræ latitudini geographicæ, tranſibit per ipſum zenith. Quare is æſtus eo erit major reſpectu noſtri, quo ea magis receſſerit ab æquatore uſque ad eum limitem; & quoniam tum quidem adhuc orietur, & occidet, nos eo tempore & maximam altitudinem, & maximam depreſſionem aquarum habebimus, adeoque maximam reciprocationem, quanquam ſequens æſtus reſpondens Lunæ appellenti ad meridianum infra horizontem erit multo minor, puncto Lunæ oppo-

Præterit: at tumor hic certe haud pertinget eodem,
Luna iter æquantis medium cum conteret orbis,
Sed loca conradet ſuppoſta. Ergo incipit orbem
Deſerere æquantem ſi Luna, atque uſque recedit,
Æquoris unda loco debebit major eodem
Surgere perpetuo, dum fiat maxima, Luna
Æque dimota: plus ipſa abeunte, poloque
Accedente uni, decreſcere, diminuique
Paulatim, donec mutari deſinat æquor,
Nec ſubeat perſtante vices in cardine Luna.
Concipe [1] propterea Lunam ſuper orbe vagantem
Æquante; in Terræ tunc oris omnibus æquum
Temporis eſt ſpatium, quo Cynthia tranſit ab ortu
Ad Cæli culmen medii, & quo volvitur ex hoc
Culmine in occaſum, ſeu ſupra, ſive ſit infra.
Quare inter geminas refluentes, atque fluentes
Undas, tempus item par intercurrat in omnes
Undique Terrarum tractus, & uterque ſub uno
Maximus undarum tumor accidat orbe, neceſſe eſt.
At cum Luna terit dextros, lævoſve meatus
Orbe æquante procul, loca cuncta æquante remota
Orbe procul pariter ſupero non æthere cernunt
Æqua & ſuppoſito ducentem tempora; quare
Æquoris unum inter curſum, geminoſque recurſus
Tempus longius eſt, porro ocyus inter eoſdem,
Atque alium curſum: & qui maximus extat utrinque
Præterea geminus tumor, infra nempe, ſupraque
Conſurgens, æquante æqualiter orbe remotus
Atque hinc atque illinc, non tramite fertur eodem

Qua-

oppoſito diſtante plurimum a noſtro zenith. Progrediente Luna verſus polum perpetuo, etiam reſpectu noſtri æſtus decreſcet itidem perpetuo, & ipſa appellente ad polum, fiet nullus. Quare reciprocatio æſtus reſpectu noſtri in illo motu fictitio Lunæ ab æquatore uſque ad polum non decreſcit perpetuo, ſed debet creſcere, donec Luna poſſit advenire ad noſtrum zenith, tum decreſcere.

1 Hinc aliam hic exhibet explicationem illam meam. Nimirum Luna exiſtente in æquatore, tam ipſa, quam punctum ipſi oppoſitum deſcribunt eundem circulum, & pro quovis Terræ loco ortus, & occaſus æque diſtant ab utroque appulſu ad meridianum. Quare ſecundus tumor maximus eodem advenit, quo advenerat prior, & illi æqualis eſt, ac æquali intervallo temporis adveniunt maximæ depreſſiones poſt maximas elevationes,

Quaque die, ſed diverſos procurrit in orbes,
Et loca continuo mutat; nec qua regione
Fit prior, hac ipſa fieri queat alter in ora.
Jam primum ſi poſt curſum, primumque tumorem
Ex improviſo Lunam ceſſare movere
Confingas maria, illa in ſe ſuſpenſa recumbent,
Atque cadendo ultra procurrent impete cœpto,
Et ſe demittent plus, quam libramina poſcunt,
Atque iterum exſurgent, iterum labentur eiſdem
Uſque locis, & itus æquali tempore fient,
Et reditus, & ubi eſt prior horum, ibi & alter, & alter:
Sic etenim impreſſos conſervat inertia motus.
Porro ſuſpenſas æquante ſub orbe moranti
Redde ſuas Lunæ vires; bene congruat iſtis
Vis, quæ ſervat iners motum, nam tempore, & orbe,
Convenietque ſitu; proin incrementa ſequentes
Uſque ferent primis vires; atque omnia reddent
Majora. Æquantem at contra ſi Luna ſit extra
Orbem, quidquid erit poſt factum a viribus ejus,
Vi pugnabit inerti, ipſi non orbe, locoque,
Tempore non concors; hinc cuncta minora, neceſſe eſt,
Utpote turbata, & ſeſe inter diſſona, fiant.
Summi non aliter pendentia culmine templi
Ærea demiſſo cum pondera fune moventur,
Ut populum feſtis cieant ad ſacra diebus;
Quique ſuo impulſus ſi tempore tranſmittantur,
Nimirum nova vis cumulabitur uſque priori,
Quæ celeret lapſum, quæque altius efferat æra;
Tempore ſin alio, atque alia de parte lacerti

tiones, & viceverſa. Hinc oſcillatio quædam marium inſtituitur, in qua conſpirantibus actionibus cum motu jam impreſſo, quotidie creſcit effectus. At Luna extra æquatorem ſita, nec ſecundus tumor maximus advenit ad eundem locum, ad quem advenit primus, nec æqualibus temporis intervallis ii diſtant ab ortu, & occaſu, adeoque a maximis detumeſcentiis; quamobrem motus undæ poſterioris diverſus admodum a motu prioris, turbatur ab ejus continuatione orta a vi inertiæ, & confunduntur invicem; adeoque decreſcit totalis effectus. Sic in pulſando ære campano, ſi nova per funem impreſſio motus fiat, dum manubrium deſcendit, facile augetur, & conſervatur oſcillatio: ſed ſi quis funem trahat, dum manubrium e contrario aſcendit, oſcillationem perturbat, & ipſe plurimum defatigatur ſine fructu.

Impellant, ſunemque trahant, licet uſque valentes,
Imminuunt motum tamen, excurſumque, ſonumque
Impediunt; vires adverſis viribus obſtant.
E laterum [1] cum Luna locis movet æquoris undas,
Tam certa adſtricti non æſtus lege videntur,
Ut ſunt, cum movet ex aliis, ſublimibus, imis.
Exlex ipſa etenim ferri illa Luna videtur
Orbis parte ſui magis, ulla quam regione.
Quare etiam antiquæ ſignantes cuncta tabellæ,
Lunai quæ ſunt variis in moribus, omnes
Immane errabant, conſectarentur in arcu
Dum Lunam gemino hoc; alia regione nec omnes,
Nec nimium, fraus forte illis tum ſiqua ſubeſſet.
Porro plus debent ſenſum turbantia cuncta
Afficere in parvis rebus, quam grandibus; illis
Nam facile emineat, quod in his vaneſcat; in æſtu
Illa ideo apparent parvo, in majore lateſcunt.
Tempore [2] quo Phryxi Vector, vel Libra comantem
Fert Solem, motum Luna a latitante fit æquor,
Sive etiam tota a rutilante tumentius, ille
Quam cum per Cancrum, perque Ægocerota vagatur;
Tempore namque illo ſaltem vicina vagatur
Luna tibi æquanti (ciet unde valentius) orbi;
Aſt alio procul excurrit quoque, ſignaque luſtrat
Hyberna, aut æſtiva; ideo minus incitat undas.
Attamen haud ſubito ſummi, vim propter inertem,
Adveniunt æſtus, minimive, ut diximus ante,
Summus erit, minimuſque ſed alter deinde, vel alter.
Denique cognoſces quoque fluctibus augmina reddi
Illis temporibus multo majora, quibus Sol
Aſpicit oppoſitam ſibi, conjunctamque ſororem,
Ipſi ſi Soli propior ſit Terra; propinquo

Nam

1 Hic exponit, cur extra ſyzygias æſtus ſint multo magis irregulares: quia nimirum extra ipſas multo magis irregulares ſunt & motus Lunæ, uti diximus, cum de ipſa ageremus.

2 Ad annua phœnomena demum delapſus oſtendit, cur in noviluniis, & pleniluniis æquinoctialibus majores ſint æſtus; quia nimirum tum & Luna Soli conjuncta, vel oppoſita in ipſo æquatore verſatur: cur maximi æſtus non ſint æquinoctiales ipſi, ſed poſteriores, tertii, vel quarti, nimirum ob vim inertiæ conſervantem præcedentium impreſſionum effectum: cur Sole perigeo majores ſint æſtus ſyzygiarum, nimirum quia tum vires Solis conſpirantis majores ſunt.

Nam magis e ſpatio trahit ille, magiſque valenti
Tecum conſpirat vi, Cynthia. Cætera ſolves
His facile exemplis, his cauſis, ſiqua per annum
Præterea ſint, vel menſem ſervata, diemve.
At [1] non a cauſis his cernes, ocyus unda
Cur ſaliat, quam deſiliat; non pondus aquai
Libratæ id peraget; per eoſdem creſcere namque
Temporis ipſa gradus, per quos decreſcere debet.
Proinde maris vas eſt ſpectandum, atque ipſius ora,
Hoc ubi ſervatum eſt (illo nempe æquore, rauco
Quod late Oceani perfundit gurgite Gallos).
Unda fluens totum per Terræ vertitur orbem
Semper in occaſum; ſed quæ pars tendit in Auſtrum
Arentis Libyæ, curſum interrumpit ab Indis
Oceano venienti; ergo novus æſtus, oportet,
Poſt Lunam exoriatur eo, quod nomine dicunt
Atlantis, vaſto in pelago, motumque ſequatur,
Quo rapit illa, ſub occaſum: ſed ſiſtitur æſtus
Finibus objectis Americæ, nec valet ultra
In mare porro aliud diſcluſus ab aggere Terræ
Irruere; at retinetur, & omnia littora circum,
Qua patet, inque tuas effuſus Gallia latè
Objectas oras, ceſſat deſcendere lentus
Tam ſubito, modo quam conſcenderat altus inundans.
Æquora [2] parva quidem, vel quæ ſunt clauſa, lacuſque
Nullos ferre queunt procurſus, atque recurſus;
Namque opus eſt, uno ſeſe unda hìc efferat, illic
Tempore deſiliat, ſimul utraque proinde receptet
Longe diverſas agitante a ſidere vires.
Poſcit at hoc tractum vaſtum maris, atque patentem;
Nam-

1 Quod alicubi, ut hìc in Europa, obſervatum eſt in Galliæ portubus, maria velocius aſcendere, lentius deſcendere, id reperit a peculiari conſtitutione Continentis turbantis progreſſum undæ; cum nimirum Affrica procurrens diu impediat appulſum undæ oceani orientalioris, qua circa ipſam allapſa, dum vires interea maria elevant in occidentaliore oceano interjecto Affricæ, & Americæ, brevi tempore ad maximam intumeſcentiam deveniatur; obſtante vero progreſſui undæ America, diutius perſtet ipſa intumeſcentia, quam perſtaret, ſi unda progreſſum habente ſuum, pars aquarum aliqua in Occidentem exonerari poſſet.

2 Quod exigua maria clauſa, & lacus non habeant æſtum, in-
de

Namque brevis ſi ſit, gravitas in finibus unis
Decreſcens, creſcenſve, in finibus æquoris æque
Decreſcet, creſcetve aliis; diſcrimina nulla
Proin ſuberunt, ut, aquis quæ ſunt, libramina tollant.
Æſtuat [1] in cumulum majorem ad littora, & intra
Euripos, lato exſurgens quam gurgite fluctus;
Advenientis enim tum ſiſtitur impetus undæ,
Propterea que prius quam ſeſe victa reſolvat,
Accumulatur; ubi ſed leni littora clivo
Aſcendunt, ſaliens late diſtenditur æquor
Per Terræ ſpatia ampla, & rauco advolvit arenas
Murmure; poſt labens per jugera multa reſorbet
Lævia ſaxa; novis albeſcunt littora ſpumis.
Tum [2] quoque ſi ſcopulos circumflectatur oberrans
Hinc atque hinc æſtus, procurrunt frontibus undæ
Adverſis occurſantes, & murmura magna
Edunt impulſu valido, ingeminantque tumores,
Protinus & vaſto labuntur pondere deorſum.
Sic plerumque furit, qui te, ampla Britannia, pontus
Diſtinet a Gallis; nautæ at ſua tempora norunt.
Hunc humiles tumidum Belgæ vidiſtis adire
Veſtras ſæpe domos, fora reddere vaſta, viaſque
Undique, ſublimes immiſſum evertere muros,
Naufragioque novo miſeros involvere cives,
Et

de id conſequi docet, quia ad æſtum requiritur inæqualitas virium in diverſas fluidi partes impreſſarum, quod idcirco alibi plus, alibi minus ponderet; id autem requirit ingentem tractum; nam in exiguo tractu ſemper actio Lunæ æque ad ſenſum addit, vel demit gravitati omnium fluidi partium, quæ idcirco eodem ſemper plano horizontali terminantur.

1 Quod ad littora major ſit aquarum motus, & ad anguſta freta major etiam elevatio, quam in aperto mari, id repetit ab impedimento, quod ibi objicitur procurſui aquarum, quæ dum ſuſtinentur, debent elevari magis advenientibus novis cum impetu jam concepto, nec extinguendo, niſi per vim gravitatis agentem in illa majore elevatione; ubi autem inclinatio camporum habeatur exigua ad horizontem, mare paucis etiam pedibus elevatum debet ad ingentem diſtantiam procurrere, & immani velocitate affluere, dum aſſurgit, ac item defluere, dum detumeſcit.

2 Ubi per plures vias allapſa unda quodammodo velut colliditur, ſibi invicem occurrens, ibi elevationem, notat, debere haberi multo maximam: Hinc ingentem illam inter Belgium, & Britanniam elevationem marium, quæ in Continenti habente humilem camporum poſitionem, ubi aggeres aliquando ever-

Et pecora, & timidos ſugientes ante colonos
Præripere, & vaſtas etiam proſternere ſilvas,
Et prædam omnigenam Neptuno inſerre ſonanti,
Ac dape ſquamiſeris peregrina occurrere monſtris.
Accidit [1], ut certus Lunæ ſitus excitet undas,
Suſtineatque; brevi cum ſcilicet altera curſu
Advenit, altera poſt mage longa ambage vagata,
Cum parat illa prior jamjamque recedere, præſens
Impedit, & retinet, proinde ut compareat undæ
Nullus itus, redituſque. Sed his nova deinde reperta
Eſt ratio multo ſolertior, unaque forſan
Vera; etenim rebus ſervatis congruit una.
Scilicet id pelagus, quod ab orbe æquante ſub Arcton
Extenſum eſt, duplo ſed plus prope currit in Auſtrum,
Æſtu inſerviſcit, boreali in margine, nullo,
Tempore nimirum, quo Luna æquante ſub orbe eſt;
Magnus namque tumor qui tollitur, omnis in Auſtrum
Tunc effunditur; ex alia proin æqua manebunt
Æquora parte: ſitum ſic illum ſcilicet eſſe
Tonchini referunt portum, quo tollitur ullus
Vix æſtus, certos & norunt littora fines.
Sunt [2] alii portus, ſunt littora multa, ſinuſque
Trans freta, trans ſcopulos poſiti, longeque remoti,
Pertingunt quo quaque die ternique, quaternique

Æſtus,

evertit, immanes illas edidit ſtrages protenſas ad multa paſſuum millia, quas vulgo novimus.

1 Oſtendit hic, quo pacto fieri poſſit, ut certa Lunæ poſitio omnem alicubi æſtum ſummoveat: ſi nimirum ex alia parte in eum locum mare affluat, & effluat ex alia, adveniat autem æſtus diverſis viis alia citius, alia tardius ita, ut dum efluit aqua, quæ priore via advenerat, affluat, quæ advenit via poſteriore; tum altitudo erit in eo loco ſemper eadem. Hæc explicatio eſt Newtoni: ipſi aliam addit, quæ habetur apud Eulerum in diſſertatione impreſſa itidem inter donatas præmio anno 1740 deductam ex ipſa generali theoria. Is invenit in mari ſatis arcto, quod dirigatur a Borea in Auſtrum, & duplo plus excurrat ab æquatore in Auſtrum, quam in Boream, Luna exiſtente in æquatore nullum ad borealem marginem debere haberi æſtum, ſed tumorem, qui habetur in medio, debere effundi totum in Auſtrum: ejuſmodi autem poſitio eſt ad ſenſum illa Tunchinenſis portus. De hoc ſingulari phœnomeno agemus itidem in ſupplementis.

2 Cauſam hic profert plurium æſtuum, qui in quibuſdam locis habentur eodem die. Id provenit ex eo, quod per diverſos ductus eo adveniat unda æſtus generalis, trans varias extantes inſulas, & ſcopulos, vel per anfractus varios latentes intra ipſum mare.

Æſtus, atque etiam ſepteni; pluribus illuc
Diverſis fluit unda viis non tempore eodem
Inſinuata; prior quare hinc tranſcurrit, at illinc
Poſterior, ſequiturque alia, atque alia ordine certo.
Sunt [1] etiam putei, ſunt quædam flumina, conſtant
Telluris queis ſecreti trans viſcera ductus
Ad mare, ſæpe die quæ creſcant, & minuantur,
Atque fluant, refluantque; at non ſtata tempora ſervant;
Nam varii, per quos ea tranſit ab æquore cauſa,
Calles ſunt, variæque viæ, incertique meatus.
Æquore [2] verùm aliæ longe prope cardinis oras
Sunt utriuſque vices; ibi ſupra, infrave moratur
Multos Luna dies ſemper; ſemel itque, reditque
Proin mare quaque die: communi cætera deduc
A cauſa, & ſupra poſitis rationibus apta.
Aſt [3] illo magni fiunt quoque in æquore motus
Propterea; quoniam ſive acta ſit æſtibus unda,
Seu ventis, leviterque polo propulſa propinquet,
Continuo admota ad partes ſeſe applicat illas,
Queis minor in Terra ſe circa motus eunte eſt;
Cumque ſuum ſervet motum, quem cœperat illo,
Quo fuerat dimota, loco, tranſcurrit in ortum.
At contra ex ipſo venientes cardine fluctus,
Partibus occurrunt quoniam velocius actis,
Deſtituuntur ab his ſemper, retroque relicti
Ire ſub occaſum comparent. Inſula monte

A gla-

1 Æſtus quidam puteorum, quorundam vel fluminum repetit a communicatione occulta cum mari, qui etiam ob incertas, & maximè irregulares vias, per quas eiuſmodi communicatio habetur, incerti ſunt, & irregulares.

2 Notat, longè alias debere eſſe leges æſtuum prope polos, ubi cum Luna nec oritur, nec occidit, ſemel tantum debent maria intumeſcere, ac detumeſcere per diem: ſic & alia, quæ ibi accidant, deducenda eſſe, ait, ex communi cauſa ſuperius expoſita, ritè ad ſingulos caſus applicata.

3 Alium aquarum motum, qui prope polos haberi debet, hìc proponit, qui nimirum oritur ex inæqualitate motus diurni in diverſis circulis parallelis. Dum enim exiguo etiam æſtu, vel alia quavis de cauſa aquæ, & glaciei ingentia fruſta, a mari glaciali avulſa, nonnihil diſcedunt a polo, delata ad circulos parallelos majores, in quibus velocitas motus diurni eſt multo major, qua velocitate carent eæ aquæ, & ea fruſta, antequam acquirant eam majorem velocitatem in Orientem, relinquuntur a reliquis partibus majore illa velocitate

A glaciali avulſa illic dum ſæpe per undas
Innatat, ad Zephyri ſedem, ſeu flectit ad Euros.
Æquoreis [1] in aquis pariter quoque cernere ſæpe eſt
Curſus huc illuc diverſos, flumina vel quod
A Terra impellunt, vel ab imo orientia fundo,
Concitus aut aer in ventos deſuper ortos,
Aut ſub aquis etiam; nam quidam & ventus aquarum eſt,
Ebullit per quem veluti, & verſatur ab imo
Deſpumans pelagus; terræ ſit & unda tremore
Ut tremat aſſimili violentis acta procellis,
Externo quas non agitari flamine cernas.
Nunc [2] liquidas undis mecum te transfer ad auras
A liquidis, æſtumque hujus quoque noſce elementi
Inſtabilis, quique a cauſa gignatur eadem
Aerio tumor in pelago circum undique fuſo.
Aer cum fluidus ſit, ut unda, quis, aera, pugnet,
Æſtum percipere ob cauſas gravitatis eaſdem
Ne credas, ſimilique huc illuc more cieri?
Credidit atque aliquis, cum limphis eſſe videret
Multo plus tenues auras, raraſque, tumenti
Deſuper attolli tanto plus gurgite tractas;
Scilicet Oceani pedibus ſi libera denis
Unda fluens ſe ſuſtollit, debere fluentem
Aera ſe pedibus decies attollere mille.
At vera id nequeat ratio ſuadere profecto,
Quæ quanquam longa deducta ambage labori
Sub-

citate tranſlatis, adeoque in Occidentem feruntur motu reſpectivo reſpectu circumjacentis regionis; contra vero ſi ad polum accedant, majore illa præcedenti velocitate procurrunt in Orientem. Is motus prope polum debet eſſe ingens, cum ibi paralleli circuli polum habentes proximum, ſi parum admodum etiam a ſe diſtent, rationem habeant inæqualitatis ingentem, ſecus ac in majore accidit diſtantia a polo.

1 Plures alias marinorum motuum irregulares cauſas congerit, ex quibus ſæpe oriuntur & illæ, quas dicimus *le correnti*, fluvios vel extrorſum allapſos, vel ortos in ipſo maris fundo, ventos vel itidem externos, vel ſub ipſis aquis ortos, ab exhalationibus ſubterraneis, unde etiam aliquando & terræmotus oriuntur, qui marium quoque æſtum inducant, & motus varios.

2 Ab æſtu maris tranſit ad æſtum atmoſphæræ terreſtris. Affirmat æſtum quidem ibi haberi ſimilem æſtui maris, & ab eadem cauſa ortum. Commemorat id, quod Danieli Bernoullio viro plane ſummo, & de ipſa æſtus marini theoria benemerentiſſimo excidit in illa Diſſertatione anni 1740, quam

quam

Subtrahitur noſtro, ducique in carmina neſcit,
Certa tamen nihilo minus eſſe videbitur, illam
Si bene pernoſcas, & tutemet ipſe revolvas:
Monſtrabit ſiquidem, nihil hìc diſcriminis altis
Eſſe locis, tumeat ſublata vel unda, vel aer;
Nam ſi materia conſtaret Terra fluenti,
Aſſimilique ſui, velut aer, tota, & abiret,
Quidquid præterea eſt, ſeſeque reconderet imum
In medium, in ſeſe conducto corpore; corpus
Hoc ipſum conductum in ſe, in medioque receptum
Gignendis faceret nihil æſtibus, & variandis
Aera per liquidum, nuſquam velut eſſet; & illa
Materies, quam tum, ut ſolam, perſtare videbis,
Æſtiferis æque ſe motibus exagitabit,
Quamtumvis denſo conſtet, raroque viciſſim
Corpore, nimirum vel diffluat unda, vel aura.
Huc poſſit ratio, ſi certam evolvere calles,
Ducere te; ſatis eſt regionem oſtendere Veri
Nam mihi, cum noſtris loca ſunt impervia muſis.
  Errat [1] præterea, qui hinc ventis conſtruit alas,
Exorietur enim tam parvus in aere motus
Tam late aeriis a parte patentibus omni
In campis, nequeat qui noſtrum impellere ſenſum.
Nimirum ventis Sol cauſa potentior auras
Diſcutiens radiis; ſtabili pater Æolus illinc

Lege

quam ſuperius commemoravimus, ubi deduxit illud, eo majorem debere eſſe elevationem atmoſphæræ ob ejus æſtum, quo ipſa ſit rarior, quam aqua, nimirum proximè millecuplo majorem, adeoque duorum milliariorum. Unde is illi error profluxerit, oſtendi in diſſertatione de æſtu maris anno 1747, rem Noſter affirmat eſſe imperviam verſibus; innuit tantummodo rationem, qua ad deprehendendum errorem deveniri poſſit. Nimirum, ſi totus Terræ globus reducatur ad eandem tenuitatem, quam habet aer, amandata in centrum reliqua omni materia, æſtum fore eundem ad ſenſum, qui debet haberi nunc in atmoſphæra: eundem autem futurum ad ſenſum in ea hypotheſi, qui haberetur, ſi illa materia aggeſta in centro nulla eſſet; in hoc autem caſu fore eundem æſtum fluidi tenuiſſimi, qui eſſet utcumque denſi. Verum de his omnibus plura, & accuratius de more in ſupplementis.

1 Addit & illud, non poſſe ab hoc æſtu aeris deſumi cauſam ventorum, cum ob adeo exiguam elevationem ejus æſtus, nullus ſatis ſenſibilis poſſit oriri motus in aere. Potentiorem cauſam ventorum, eorum nimirum, qui perennes

Lege movet turbam mira levitate valentem;
Quam tibi poſtremo rationem carmine pandam,
Prætereaque alias, propter quas aeris ingens
Hoc liquidum variis mare curritur undique ventis.
  Jam [1] quia inæqualis gravitas ciet æquoris undas,
Et ciet aerias; cur non & pondere vivum
Comprimat argentum diverſo, dum ſalit alte
Longo ſuſpenſum in vitro? diſcrimina nempe
Sunt tenuiſſima in hoc mutato pondere, totum
Scilicet ad pondus referas ſi corporis illa.
A Terræ gravitate etenim ſic exſuperatur
Hæc Solis, Lunæque trahentum, ut mille minorem
Centenis decies repetitis partibus eſſe
Dicendum ſit; & hinc ſurſum quo ſcandere vivum
Debeat argentum, vel quo demittier infra,
Tam parvum conſtat ſpatium, ut nec cernere poſſis,
Ulla nec ratione ullam ſentire per artem.
Nec maris æſtus item revera perciperetur,
Ni deberet in hanc extrinſecus unda figuram
Verti, quam, ſi Terra liqueſceret omnis, haberet,
Dimidiæque tumor niſi reſpondere profundæ
Deberet Terræ, & ſpatii pars tantula magni
Eſſe, atque idcirco poſſit quæ magna videri.
  In [2] Jove, qui Lunas circumfert quattuor, inque
Saturno, cui quinque adſunt, majoribus illud,

Si

nes ſunt in aperto oceano, eſſe Solis radios aerem calefacientes; ſed de hac & aliis ventorum cauſis, ſe inferius acturum pollicetur.

1 Quærit hic, cur inæqualitas illa gravitatis alibi auctæ, alibi imminutæ ab actione inæquali Solis, & Lunæ, quæ gignit æſtum maris, & aeris, nullam mutationem pariat in barometris: cauſam profert, quia inæqualitas ponderis reſpectu ponderis totius eſt nimis exigua, ut idcirco inæqualitas altitudinis mercurii perquam exigua, reſpectu exiguæ altitudinis pollicum 27 ſenſum omnem effugiat. Intumeſcentia in æſtu eſt ſenſibilis, licet ſit itidem perquam exigua reſpectu ſemidiametri Terræ, quia ipſa ſemidiameter eſt ingens, adeoque id, quod eſt perquam exiguum reſpectu ipſius, poteſt non eſſe exiguum reſpectu noſtri.

2 Notat hic, quanto majores, & magis complicati eſſe debeant æſtus in Jove, qui habet 4 Lunas, nimirum Satellites, & in Saturno, qui habet 5. Solis quidem actio in iis eſt multo minor, ſed multo major, & multo magis varia in tam varia tot Satellitum poſitione, ipſorum actio. Quid verò in intimo Jovis Satellite, qui diſtat minus, quam tribus Jovis diametris a centro Jovis ipſius?

Si quod ſit, vicibus diffuſum exæſtuat æquor.
Languidior multo, quam nobis, Solis erit vis
Longinqui; ſed tot Lunarum corpora, ab una
Omnia præſertim fuerint cum parte locata,
Vel partim oppoſita, poſſint ut jungere vires
Viribus, immanes curſus, pariterque recurſus
Undarum parient. Quanto Jovis intimus ille
Deſuper incumbet Comes impete, tranſitus ad quem
Tam brevis eſt, Jovis ædifices ut ſi tria ſurſum
Corpora, tranſcurras! tum quot mutabitur æſtus
Et vicibus, cum ſub Luna mare quaque tumeſcat!
Multa [1] Jovem medium præcingens faſcia ſemper
Apparet: memorent dictæa rupe latentem
Hac cinxiſſe Deum Nymphas, quem lacte capella
Paverat implentem vagitibus aera blandis,
Quos dirus Pater audiſſet, Matrique dediſſet
Æternum vulnus ſub pectore, ni Curetes
Armati in numerum pulſaſſent æribus æra,
Magna & pernices plauſiſſent voce choreas.
Continuo ſpecies mutatur, crebraque ſæpe,
Raraque fit, modo juncta, modo & diviſa videtur
Faſcia; fors ejus quia labens littora fluctus
Integit Oceani, retegitque exinde revertens,
Et colles aperit ſubmerſos, tectaque in auras
Inſula multa redit, ſcopulique cacumina tollunt,
Clauduntùrque lacus, & montes continuantur.
Mutari [2] at ſpecies poſſe has Jovis aere verſo
Credibile eſt etiam. Terram velut obſidet aer,

Cur

1 De Jovis faſciis hìc agit, quas longioribus teleſcopiis in eo intuemur jam plures, jam pauciores, quæ & formam mutant; ac in iis ſunt partes quædam, quæ jam cum iis conjunguntur, jam ſeparatæ cernuntur, ut quædam inſulæ. Ejuſmodi faſcias docet repeti poſſe cum Aſtronomis pluribus ab ipſo æſtu, qui cum in Jove & major eſſe debeat, & tam varius; poſſunt ingentes ab ejus oceano jam occupari tractus, jam deſeri; unde omnis illa variatio tanta oriri poteſt. Porro & fabella poetica Lectorem feſſum demulcet ad hujuſmodi faſcias pertinente.

2 Facturus gradum ad agendum de atmoſphæris cæleſtium corporum, hic illud affirmat primo loco, poſſe Jovis faſcias provenire a nubibus etiam, quæ noſtris analogæ in ipſa Jovis atmoſphæra jam coaleſcant, jam diſſipentur: analogiam nimirum Naturæ nos ducere a terreſtri atmoſphæra ad atmoſphæ-

Cur non ipſe Jovem, cur non conveſtiat aſtra
Errabunda alia; & ſimilem prætendat amictum?
Scilicet in Mundo Natura haud protulit unam
Uſquam rem, niſi fors portenta informia quædam;
Nulla avis eſt, ſimilis cui non ſit plurima, nullis
Proinde ſuum phœnica vetus conſpexerat ætas
In ſilvis, unum quem finxerat eſſe; nec ulla
Eſt fera, non arbos uſquam, non herba vireſcit
Una genus: Multi genus unum nos ſumus omnes
Inter nos ſimiles, niſi Pyrrhæ ad ſæcula ſcandas.
Noſtrum multiplicant diſtantia ſidera Solem.
Unica cur igitur Tellus ſit, & unicus aer
Noſter hic? aſſimilis non circum errantia fuſus
Cuncta ſit aſtra? licet non inde laceſſere noſtros
Ipſe queat ſenſus, nihilo tamen at minus idem
Indicium dat ſæpe ſui, ſic candida viſæ
Idaliæ Veneris turpantes ora, genaſque
Sunt maculæ quædam; quæſitæ deinde ſed illo
Sidereo in vultu nulla ſunt arte repertæ;
Hinc ortam potuere Viri neque cernere litem;
Alter ob has viſas etenim id ſe volvere ſidus
Pugnabat tribus in ſeſe, deniſque bis horis:
Alter quinque dies, & bis conſumere denos
Uno in circuitu; quoniam huic, quodcumque per unum
Eſſet forte diem mutatum, non niſi gyri
Eſſe videbatur tantùm pars unius, illi
At poſt exactum alterius pars addita gyrum.
  Cur [1] non & Lunam quidam circumfluus aer

moſphæras primariorum Planetarum, quæ quamvis ob immanem diſtantiam ſub ſenſus noſtros immediatè non cadant, indicia tamen ſui exhibeant: atque hìc occaſione arrepta memorat maculas quaſdam, quas in Venere deprehendit Joannes Dominicus Caſſinus, & Blanchinus, ex quibus hìc quidem 25 dierum converſionem eruit Veneris circa proprium axem, ille vero horarum 23, cum motum ab uno die obſervatum uſque ad ſequentem hìc tribuerit toti illi tempori, ille exceſſui ſupra integram converſionem. Videre eſt ejuſmodi controverſiam in Elementis Aſtronomiæ Jacobi Caſſini.

1 De Lunæ atmoſphæra hìc agit, de qua ego fuſiorem ante hos paucos annos diſſertationem edidi & hìc itidem dicam aliquid in ſupplementis: ex ea diſſertatione huc præcipua quædam decerpta Noſter tranſtulit; ac primo quidem innuit argumenta, quæ videantur probare ipſam Lunæ atmoſphæram; nimirum quod aliquando videantur quidam

Obtegat? indicium dare quoddam errantia dicunt
Sidera; viſa ſuam nam ſunt mutare figuram
Interdum, pariterque ſuos mutare colores
Pallida, cum propius Lunæ acceſſere, latere
Jamque parant; viſa & contactum fixa ſub illum
Intremuiſſe etiam turbata ſidera luce,
Objecto velut ac tunc aere tranſpicerentur
Incolumes ad nos radios tranſire vetante.
Præterea toto Phœbus cum deficit orbe
Luna interjecta, qui tum illam lucidus ambit
Annulus, aeriis progignier illius auris
Creditur. At ſi vel longe tenuiſſimus illic
Perpetuo circum amplexu diffunditur aer,
Cur vaga non ſemper mutent frontemque, coloremque
Aſtra ſuum, cum ſunt Lunæ propiora, magiſque
Multo etiam immutent, quam cum immutaſſe feruntur?
Sidera cur paulum turbato lumine rarò
Fixa tremant? porro non certo limite, uti nunc,
Finitam, ambiguo paulatim at lumine carpi
Circum oras, ſit opus, Lunam tuearis, & illic
Paulatim, quæ ſunt diſcrimina lucis & umbræ,
Confundi, & crepera natura utramque ſubire,
Cum tamen excipiant nitida umbras lumina denſas.

De-

dam Planetæ, antequam a Luna ecli-pſim patiantur, prope ipſius limbum mutare figuram, & colorem, ac fixæ itidem ſtellæ in appulſu ad ejus limbum intremiſcere, quibus addit annulum quendam lucidum, qui videri ſolet in ſolaribus eclipſibus circa Lunam obtegentem ipſum Solem.

Iis argumentis propoſitis contraria profert, vel quæ ipſorum etiam ſolutionem continent, vel ad eam ſternunt viam: inprimis ſi aliqua eſſet perpetua Lunæ atmoſphæra, quanquam etiam admodum tenuis, non aliquando tantummodo, ſed omnino ſemper in appulſu ad Lunam Planetæ figuram mutarent, ac palleſcerent, & tremeret Fixarum lumen; & tamen habetur immanis obſervationum numerus ſine ulla prorſus mutatione, quæ ſenſu percipi potuerit.

Addit illud, ſi habeatur atmoſphæra lunaris, in ipſius Lunæ diſco a parte lucida ad obſcuram debere haberi tranſitum per intermedium pallorem ortum a crepuſculo quodam, cum e contrario intueamur longioribus etiam teleſcopiis finem inter partem umbroſam, & lucidam terminis diſtinctum, qui nullam ſenſibilem amplitudinem habeant; ut & cuſpides quædam emergunt e media umbra lucidiſſimæ.

Ut reſpondeat contrariis argumentis, affirmat, raram illam figuræ, ac coloris mutationem in Planetis, tremorem in Fixis poſſe tribui alteri cuipiam cauſæ, ut at-

moſ-

Demum in ſideribus, ſiquæ ſunt forte colorum
Servatæ, luciſque vices, non cauſa valebit
Eduxiſſe alia, ut Telluris protinus aer
Mutatus circum, ut fallentia ſæpe tuborum
Vitrea ſepta? aer Solis quoque nonne nitentem
Concinnet, cum Sol obtecta luce laborat,
Annulum, ut amiſſæ parva in ſolatia formæ?
Et tamen (a vero quantùm deducere poſſunt
Jam præcepta animo, & temere inſinuata volenti
Judicia!) invenies, qui juret in aere Lunæ
Cernere ſe nubes, tempeſtateſque ſonoras,
Fulminaque, albenteſque nives, & grandinis ictus;
Mirum, ſi nequeant, quæ ſunt majora, videre
Idem illic, urbes, claſſes, homineſque, feraſque!
Num [1] tamen idcirco privanda eſt tegmine prorſus
Luna ſuo, careatque fluenti ipſa unica amictu?
Quin mage ſeſe aliis pudibunda involvere quærit.
Funditur haud certe circum illam, noſter ut aer,
At tegit immenſum late velut æquor aquarum,
Paulatim quod non ſurſum tenuetur eundo,
Æque denſata conſurgat at undique mole,
Et non ambiguo, ſed certo limite conſtet.
Scilicet in medio facies eſt aſpera Lunæ,

moſphæræ noſtræ, vel vitio cuipiam teleſcopii. Ego & illud addidi, fieri poſſe aliquando, ut in Lunam decidat pars quæpiam craſſior atmoſphæræ ſolaris illi analoga, quæ apud nos Auroras Boreales parit, uti ſupra diximus, quæ cum maxime in appulſu ad illam limbi partem addenſata raros illos effectus exhibeat. Annulum autem, qui apparet in ſolaribus eclipſibus, tribuit atmoſphæræ Solis.

Demum illos carpit, qui cenſeant ſe in Luna tempore ſolaris eclipſeos, & procellas vidiſſe, ac fulgura, & fulmina, cujuſmodi obſervationes nonnullas & Wolfius profert. Cum iſta tanto minora ſint, quam urbes, & ſilvæ; has prius, & alia ejuſmodi iis teleſcopiis licuiſſet deprehendere, antequam fulgura, & fulmina cerneremus in Luna. Nulla teleſcopiorum vis eo ſanè pertingit, ut fulgura, & fulmina lunaria exhibere poſſit, licet ponantur ea ibidem exiſtere.

1 Innuit hic meam itidem ſententiam de fluido quodam homogeneo, & noſtris aquis analogo, quod totū ambiat lunarem globum: profert autem unum e præcipuis argumentis, quæ pro eo fluido protuli, quod nimirum videamus limitem inter lucem, & umbram in Luna non plena ſemper ſcabrum admodum, & ſinuoſum, quæ limbi inæqualitas uſque ad marginem protendatur; cum tamen Lunæ limbum in eclipſibus Solis videamus ſemper accuratè circularem ſine ul-

Lævis at extremo comparet margine circum.
Credere ſed tantùm non eſſe in margine ſcabram
Difficile eſt; quare dicendum illa æquora denſa
Conſpecta obliqua extremas ratione per oras,
Quidquid inæquale eſt, tegere, æqualique videri
Undique propterea finitam lumine Lunam.
Sic fundi aſperitas, ſi noſtra hæc æquora rectà
Deſpectes, apparet; at aſperitate carere
Creditur extenſum circum undique finibus æquis,
Obliqua pelagus ſi fors ratione tuaris.
At [1] tollas aliis, crinitis aera certe
Tollere ſideribus non poſſis, aera quorum
Crines conſtituunt ipſi, & coma lucida circum.
Nudis hic oculis etiam dignoſcitur aer,
Corpore qui, circa quod funditur, amplior eſſe
Ter decies ſæpe eſt conſpectus; cernimus ipſum
Quin quod & in medio corpus, nucleumque Cometæ
Dicimus, haud ſolidum eſt, at ut aer craſſior extra
Nec bene finitus, nebularum more, remotis
Inſedere procul quæ vallibus, altaque condunt
Culmina villarum, & frondentes per juga ſilvas.
Quapropter quoniam tam clarus conſpicuuſque eſt
Aer hic, Cælo cum lux eſt orta Cometæ,
Mirantum ut ſoleat convertere mentem oculoſque,
Et terrere Virum, diro velut horribilique
Spectaclo, propius quod nos contingere credant
Mortales, uſus, exortus, & rationes
Edere, queis fiat novus hic, tantuſque paratus,

Et

la ſcabritie. Idem accideret in noſtro mari. Fundi ſcabritiem tranſpiceremus uſque ad marginem velut depictam in ſuperficie ſuprema, ſed marginem maris in diſco Solis ſine ulla ſcabritie intueremur, ſi Tellus nobis extra ipſam poſitis pareret ſolarem eclipſim.

1 Delabitur hic ad atmoſphæras Cometarum, excerpens itidem pleraque ex iis, quæ protuli in mea diſſertatione de Cometis huc pertinentia. Crines, & cauda Cometarum in ipſos oculos incurrunt; ipſe nucleus per teleſcopia conſideratus ita nebuloſus eſt, ut ſtatim appareat id, quod cernimus, non eſſe accuratè ſolidum, ſed eſſe nebuloſum veri nuclei ſolidi tegumentum. Quoniam autem Cometarum crines, & caudæ uſque adeo hominum oculos animoſque percellunt; de iis hic ſe uberius acturum profitetur: & quidem ipſæ atmoſphæræ affuſæ Planetis, & multo magis ipſæ Cometarum caudæ ſunt quoddam conſectarium gravitatis generalis, de qua huc uſque egerat, & cujus occaſione ad hæc argumenta delapſus eſt.

Et longo par eſt per cuncta excurrere verſu.
Permultis [1] ſuus hic Terræ datus uſibus aer
Scilicet eſt, aliiſque ſuus quoque proficit aſtris
Aer, ſi quis is eſt, errantibus: hæc ſed ab illo
Commoda percipimus noſtræ non ultima vitæ,
Nobis diſtribuit quod lucem, quodque calorem
Undique, tamque bonas Terram res ſpargit in omnem.
Si radios aer, & ſpicula dia reflectens
Abforet, haud aditus, reſerataque ſepta domorum
Vel mediæ lux alma diei tranſgrederetur,
Oppoſitus radios niſi Sol immitteret intro
Directos, nimiumque fugaces; cætera ſemper
Torperemus, uti tenebroſo in carcere clauſi.
Quidquid ſe radiis opponeret, ilicet umbras
Cimmerias inferret, ut alti culmina collis,
Exigua ut nubes, paries, frondoſaque ſilva.
Ex improviſo tenebras offunderet atras
Horrida nox, vix Sol occumberet, ulla nec eſſet
Aurora ante ortus almæ prænuncia lucis;
Sed ſubito foret a tenebris ad lumina clara
Migrandum. Tum quis vibratos luminis ictus
Nulla per aurarum deſeſſi obſtacula ferret?
Æſtivos media ferimus vix luce calores,
Nam magis impellunt directius advenientes
Ex alto radii; brevior via namque per auras
Tunc eſt obſtantes, atque undique disjicientes:
At cum longior eſt, ut mane, aut luce cadente,
Aut etiam mediam per brumam, obtunditur illa

1 Primo loco hic proponit duos e præcipuis officiis, & uſibus noſtri aeris delectos ex aliis innumeris, quos is habet: is nimirum dividit lucem, & calorem; & illam ab uno loco ad alium, hunc & ab uno loco, & ab uno tempore ad alium transfert. Niſi adeſſet noſtra atmoſphæra radios luminis circumquaque reflectens, in omnibus iis locis, quæ non eſſent expoſita directis Solis radiis, adeſſent horribiles tenebræ, ut intra domos, quæ illuſtrantur admiſſis per feneſtras radiis, qui reflectuntur ab atmoſphæra terreſtri. Nubes exigua atram pareret noctem, & in ipſo Solis occaſſu nox nigerrima haberetur illico ſine ullo crepuſculo, quæ ſine ulla aurora uſque ad Solis ortum æque tenebroſa perduraret.

Ea ad lucem pertinent, ſed & calor eſſet intolerabilis in ipſa directa luce Solis, ac intolerabile frigus in umbra, ut & frigus intolerabile per noctem; niſi aer radiorum ſolarium directorum vim retunderet, ac idem calefactus, &

Vis acris, longeque venit languentior ad nos.
Quanto percuteret proin impete jacta ſine auris?
Eſſet & in quanto degendum frigore contra,
Quo non lux Solis pertingeret? ipſe calorem
Aer ſervat enim nobis, quo vita fovetur.
Omnis nox igitur gelida magis algida nocte
Brumali foret, atque domus foret omnis ut acri
Condita de glacie. Nimium dum comprimit aer
Luminis ardorem, bibit ipſe, & ſervat eundem,
Inque loca huc illuc, in egentia tempora defert
Impediens, magno ne magna ad frigora ab æſtu
Migremus ſubito, contraque a frigore ad æſtum
Immodicum nimio, mediis extremaque jungit.
At [1] quanto magis eſt diſtenſa illa aura Cometis
Utilis? immenſo cum tractu a Sole recedunt,
Ut fugiant noſtros oculos, penituſque lateſcant,
Exciperent [2] paucos, qui non diſrumpere poſſent
Noctem, tam longe radios, lumenque profuſum
Pertenue; idcirco ne commoda deficeret lux,
Uſus erat, partes circum diſperſa per omnes
Ut ſit materies ea late vaſta, potenſque
Arripere, & radios deducere prætereuntes
Tam magno in ſpatio, venarique undique lucem,
Et diſtenſa velut captare in retia raram.

Reve-

vicino aeri calorem communicans, eundem a Sole ad umbram, a die ad noctem traduceret. Sol in meridie per æſtatem directo radiorum appulſu ingentem calorem parit, qui per hyemem, ac in ipſa æſtate manè, & veſpere calorem multo minorem gignit. Id diſcrimen inde provenit, quod radii, qui magis obliqui adveniunt, multo longius conficiunt iter per atmoſphæram terreſtrem, quæ idcirco maximam illorum partem reflectens, reliquos, qui tranſmittuntur, plurimum debilitat. Si igitur nulla eſſet atmoſphæra, quanto vehementius urerent directi Solis radii, & nullis reflexionibus attenuati! Loca autem in umbra poſita, & nullo fota calore aeris, torperent immani frigore.

1 Expoſitis hiſce atmoſphæræ uſibus, qui generales ſunt pro omnibus Planetis, oſtendit, quanta in Cometis neceſſitas fuerit tanto majoris atmoſphæræ, quam in Planetis ad eos ipſos uſus; eſt autem in immenſum major; dum enim atmoſphæra terreſtris eſt perquam exigua, & fere inſenſibilis reſpectu diametri Terreſtris; atmoſphæræ Cometarum diametris nuclei multis vicibus majores ſunt.

2 Primum agit de iis, quæ pertinent ad lucem. Cum Cometæ uſque adeo recedant a Sole, & Solis lux in receſſu ab ipſo attenuetur in ratione reciproca duplicata diſtan-

Reveraque illos per tractus aura Cometæ
Ulla a parte premi nullo queat aere Solis;
Debet in immenſum proin fundier, & capiendæ
Tenuibus ut maculis fines diſtendere lucis.
Inde fit, ut cæca pars nunquam nocte prematur
Ulla; ſed, ut Terræ, cum nubes lampada Solis
Eripit ex oculis, non deficit ipſa profecto
Alma dies, quam tunc defert circumſitus aer,
Jam non præſtet idem longe vaſtiſſimus ille
Nunquam luce carens aer? non arceat umbras?
Nam, quanquam ſolidi pars corporis una Cometæ
Solem habet averſum, lucem latere haurit ab omni
Nimirum immiſſam late cingentibus auris,
Nullaque propterea noctis diſcrimina ſentit.
Hinc ratio patefit, cur non, ut Luna, Venuſque,
Apparent vario pariter ſic ore Cometæ:
Non horum faciem nos inſpexiſſe queamus
Intectam denſa ſemper caligine; verùm
Illuc forte oculis noſtris via ſiqua daretur,
Haud equidem partem, quæ Soli obvertitur, eſſe
Oppoſita multo mage claram perciperemus.
Qui penetrant in eam recti trans nubila tanta,
Languentes radii nimium ſunt, vincere longe
Qui nequeant alios, qui per latera omnia fracti

diſtantiarum; ii multo magis indigent luce, quam atmoſphæræ adeo vaſtæ contractam, & ad nucleum reflexam augebunt, quæ quidem atmoſphæræ in illa majore diſtantia dilatabuntur adhuc magis liberatæ ab atmoſphæra ſolari, quæ illas ibi non comprimet. Ex ea autem ingenti atmoſphæra & illud accidet in Cometis, ut nulla uſpiam habeatur nox, ne in parte quidem averſa a Sole. Debet enim vividiſſimum, & perenne haberi quoddam crepuſculum ubique, & quidem admodum exiguum debet eſſe diſcrimen inter intenſitatem lucis in parte Soli obverſa, ac in averſa; quæ ipſa etiam vera eſt cauſa, cur nullas in Cometis intueamur phaſes, ut in Luna, & Venere; non autem quod Cometarum nucleus ſit pellucidus, quod ſenſerunt nonnulli, non perpendentes hoc tantum perenne crepuſculum.

Ea tamen atmoſphæræ commoda pertinentia ad diſtributionem æquiorem lucis penſari debent ingenti incommodo; quod nimirum Cometarum incolis, ſi qui ſunt, ademptum eſt ſpectaculum omne Cæli, & Stellarum, quæ nimirum trans tantam nebuloſæ atmoſphæræ craſſitudinem a Sole perpetuo illuſtratam tranſpici nequaquam poterunt: Solem ipſum vix, & quidem admodum pallentem, intuebuntur.

Detorquentur, & oppoſitæ dant lumina genti.
Illic nulla quidem proin nox; at ſidera nuſquam
Propterea populi poterunt nocturna tueri,
Clara neque his Mundi tam pulchri ſcena patebit.
Aſpiciant tantùm pallentis lampada Solis
Unica de toto miſeri ſpectacula Cælo.
Solos in Mundo proin ſeſe vivere credant,
Ut Rex oceani diviſum forte patentis
Qui ſcopulum incoleret, quo nunquam acceſſerit hoſpes,
Non alias uſquam ſua claſſis adiverit oras,
Solum ſe toto dominari audiret in Orbe.
Cum [I] nimium Phœbo admoti acceſſere Cometæ,
Deberent lucis violento ardere furore,
Si non denſus eos radios infringeret aer.
Nonne vides, quantùm primo Sol debilis ortu eſt?
Longius illud enim paulo, atque implexius ad nos
Tunc iter aerium eſt; jam quid foret, hæc via mille
Si ſpatiis plus, quam nunc eſt, productior eſſet?
Et tamen in multis tantundem eſt ſæpe Cometis
Hoc noſtro protenſior atque implexior aer.
Horrendum ante alios noſtri videre Parentes
Uſque adeo in Solem demitti, ut abeſſet ab ejus
Biſcentum ſpatiis minus, ac nos, impete flammæ;

Mille

I Multo major utilitas, & vero etiam neceſſitas extitit tantæ Cometarum atmoſphæræ pro iis, quæ pertinent ad calorem. Cum ii tanto magis accedant ad Solem in perihelio, & uſque adeo recedant in Aphelio, immane eſſet, & prorſus intolerabile diſcrimen in ordine ad calorem in hiſce oppoſitis eorum conſtitutionibus. In Solis vicinia calor eſſet immanis, niſi tam ampla, & craſſa atmoſphæra radios ad nucleum delatos debilitaret, & in diſtantiis illis ingentibus immanis torpor ſuccederet, niſi atmoſphæra in perihelio calefacta, calorem conſervaret uſque ad aphelia ob ipſam tantam ſuam molem, nam, quo majora ſunt corpora, eo diutius calorem conceptum ſervant.

Quantum debeat conferre ad cohibendum calorem Solis tanta atmoſphæra, patet vel ex eo, quod ſupra diximus, tanto diſcrimine caloris radiorum Solis per hyemem, & per æſtatem, vel manè, & meridie. Si illa longitudo viæ radiorum per atmoſphæram tantum debilitat eorum vim; quid præſtabit via milleculplo longior, uti habetur in pluribus Cometis. Atque hinc Noſter illud etiam affirmat, quod in illa diſſertatione exhibui, celebrem illum Cometam anni 1680, cujus cauda tertiam Cæli conſpicui partem occupabat, non debuiſſe concipere immenſum illum calorem, vel potius ardorem, quem ipſi Newtonus tribuit in multa ſæcula conſervandum. Is Cometa ad Solem ita ac-

ceſſit,

Mille quaterdecies proin partibus acrior illic,
Quam regione hac in noſtra, & ferventior eſſe
Debebat ſplendor radiorum, quique rubentis
Ferri ad fervorem tam ſævas mille caloris
Adjiceret vires, & mille iterumque, iterumque.
Hæc qui pervidit numeris, ratus ipſe propinquo eſt
Revera tantùm Sole incaluiſſe Cometam,
Exceptumque ideo ſemel illo in corpore magno
Servari voluit per ſæcula longa calorem.
Omnis enim calor in majore tenacior auctu eſt.
At clypeum aurarum contra ictus luminis acres
Non vidit, partim quæ ſiſtunt lucida tela,
Partim rejiciunt; ideo moderantior ille
Debuit eſſe calor, neque tantas edere vires.
Hic igitur calor e vicino Sole receptus
Servaturque diu, & defertur ab aere vaſto
Avia per loca, quo diſcedunt quippe Cometæ
Protinus a medio fugientes Sole; ſine iſta
Namque ope ſemoti a radiis & lumine amico
Obſepti horribili frigerent denique bruma.
Temperat hinc hyemem reliquus calor aeris illam,
Ut calefactus & hic per lucis tempora noſter
Aer egelidam noctem, & facit eſſe tepentem.

Qua-

ceſſit, ut ab ejus ſuperficie diſtiterit ſexta parte tantummodo ſolaris diametri; ac proinde ejus diſtantia a centro Solis erat circiter biſcentum vicibus minor, quam noſtra; & proinde radii Solis ibi debuerunt eſſe quadragies mille vicibus intenſiores. Inde Newtonus intulit debuiſſe ejus Cometæ nucleum concipere calorem biſmille vicibus majorem calore ferri candentis. Id accideret fortaſſe, ſi nulla adeſſet, vel exigua atmoſphæra: at ea ejuſmodi effectum impedire debuit. Partes extimæ ejus atmoſphæræ non poſſunt ita inflammari ob ipſam tenuitatem; nam cæteris paribus, quo tenuiora ſunt corpora, eo minorem concipiunt caloris vim, adeoque illæ partes extimæ, licet in tanta radiorum intenſitate poſitæ ſint, moderatum quendam calorem concipiunt; interea vero aliquam partem radiorum cohibent, & reflectunt: quo magis deſcenditur ad nucleum, eo magis creſcit denſitas, ſed decreſcit radiorum intenſitas, eorum parte jam cohibita, vel reflexa, adeoque adhuc moderatus quidam ubique calor concipitur, donec ad nucleum deveniatur, quo radii jam multo languidiores, multo itidem minorem calorem inferunt.

Hoc pacto poteſt in tota illa maſſa ingenti concipi calor ubique moderatus, qui ob ejus immanem tractum diutiſſime perſeveret uſque ad Aphelia, & uſque ad reditum, dempta illa ingenti inæqualitate, & il-

le

Quapropter denſo protenſoque aere, tarde
Qui per vaſta loca excurrunt, opus eſſe Cometis
Nonne vides, ut diſtribui bene luxque calorque
In ſpatia, & longe diſtantia tempora poſſit?
Quodque [r] vices redeundi, iterumque a Sole abeundi
Ingentes peragunt, caudatos eſſe Cometas
Dicemus, vicibuſque carent quod cætera tantis
Aſtra vaga, haud ullis ea Cælum verrere caudis.
Dum loca diſcedens Soli vicina relinquit
Quiſque Cometarum, & Phœbei trajicit auras
Aeris, & tenuem ſemper magis æthera tranat;
Ætheriæ partes, primo queis denſior extat
Natura, atque aliæ porro, queis rarior ipſa eſt,
Et magis atque magis ſuperis ſubtilis in oris,
Propter & incurſum findentis ut æquora proræ,
Et propter gravitatem in magni corporis augmen
Prætereuntis, adhæreſcunt properantibus auris
Circum aſtrum affuſis, facile illabuntur & intro,
Immixtæque novi regni interiora pererrant.
Hoſpes ibi aſſueſcit paulatim moribus illis
Materies; ſemperque magis fugiente Cometa
Ob miteſcentem fit ibidem denſior æſtum.
At diuturna ubi ſe porro fuga magna revolvit
In Solem, & cœptant paulatim cuncta calere,
Perſentiſcit & ipſe novam jam vim radiorum
Aer; ſe partes evolvunt protinus, inque
Antiquam redeunt molem, primaſque figuras.
Quin propiora aliquæ Soli ad loca, quam quibus ante

Intro

lo tanto ardore nuclei. Sic & noſtra atmoſphæra radiorum vim retundit per diem, uti vidimus, & teporem conſervat per noctem.

r Exponit jam juxta meam ea de re ſententiam, unde fiat, ut Cometæ habeant caudas, quas Planetæ non habent. Nimirum id in illis provenire arbitror ex tanta mutatione diſtantiæ a Sole, quam diſtantiam Planetæ mutant admodum parum. Dum Cometa a perihelio tendit ad Aphelium, multæ particulæ pertinentes ad atmoſphæram Solis commiſcentur ipſius atmoſphæræ tam ob attractionem gravitatis in Cometam, quam ob ipſum impulſum anterioris partis ipſius atmoſphæræ Cometicæ proſcindentis inſtar cujuſdam proræ atmoſphæram ſolarem, in qua colliſione omnino debent partes extimæ commiſceri invicem, & multæ particulæ atmoſphæræ ſolaris ita commixtæ particulis atmoſphæræ cometicæ deſcendent etiam intra ipſam,

Intro immigrarant, deveɛtæ, ſe mage raro,
Quam fuerint prius, in latera omnia corpore fundunt.
Propterea Solis longe magis aera denſum
Se circa inveniunt, & vi majore valentem
Ejicere, & longe ſurſum protrudere victas.
Hinc ergo ætheriis facile expelluntur ab auris,
Et celeres ſaliunt ſurſum; velut aere noſtro
Impulſi ſurſum fumi graviore feruntur.
Idcirco oppoſita Solis de parte tuemur
Ducere fumantes tractus, caudamque Cometas.
Quo propius Soli accedunt, hoc longior exit
Cauda minax, creſcit quoniam calor, & magis aer
Denſus ibi eſt Solis; quapropter major earum
Eſt numerus Solem fugientum particularum.
Cum porro incipiunt averti, & abire Cometæ,
Ille tamen ſequitur fumus, quia protinus uno
Non poſſunt omnes exire in tempore partes
Inſinuatæ olim; velut igni admota propinquo
Fumant ligna diu, neque tempore jactat in uno
Omnes ex ſeſe, quæ bulliat, unda vapores,
In quos paulatim debet calefacta reſolvi.
Verùm illi quanto in ſpatia ulteriora recedunt
Decreſcente calore, & rareſcentibus auris
Phœbeis circum, fumi minus effluet uſque,
Tractu & ſe brevior diſtendet cauda minori.
Ergo alia aſtra carent caudis vaga, quod regione
Aeris, in qua ſunt, phœbei ſemper in una
Perſtant ſe circum volventia: materiemque

Illam

ſam, & inſinuabuntur. Cometa progrediente ad Aphelium, hæ ipſæ frigeſcentes magis addenſabuntur etiam. Ubi is redire cœperit, & iterum incaleſcere magis, eædem illæ particulæ iterum ad veterem raritatem redigentur, ut, ubi ventum fuerit infra eam atmoſphæræ ſolaris partem, ad quam pertinebant, effluant, & prævalentè ejus gravitate in Solem intra ipſam aſcendant ad partes Soli oppoſitas, ut noſter fumus in noſtro aere aſcendit ad partes oppoſitas Terræ ob prævalentem aeris gravitatem in Terram ipſam. Hinc etiam caudæ in perhielio ipſo excreſcunt plurimum.

In Planetis, qui diſtantiam a Sole parum admodum mutant, ſi quid unquam fuit, quod eo gradu caloris, qui debetur ei diſtantiæ, poſſet attenuari ultra tenuitatem atmoſphæræ ſolaris in ea ipſa diſtantia, id omne debuit jam ab initio effluxiſſe per exhalationes. Hinc Planetæ caudam habebunt nullam, quam Cometæ habent.

Illam exhalantem ſi primitus inſinuatam
Forte recepiſſent, atque illis rejicere oris
Poſſent, a primo jamdudum tempore cunctam
Ex ſe effudiſſent, prorſuſque effœta recentem
Non jam concipere, atque iterum profundere poſſent,
Ut faciunt moti ſpatia in diverſa Cometæ.
Jam [1] poſitus repetas caudæ a rationibus iſtis;
Quippe ejus poſitus diverſos eſſe videmus,
Diverſoque vocamus eam proin nomine; caudam
Præcipuè, inſequitur cum caudæ more Cometam,
Dicimus, at barbam, currit cum prima meatùs
Illius in partem, quo tenditur, anteriorem;
Demum eſt cæſaries, cum circumfunditur, una
Aut nimium eſt de parte brevis: tamen uſque neceſſe eſt,
Quo ſit cumque loco, quod nomen cumque repoſcat,
Illa ſitu ad Solem, quo dixi, ut ſemper eodem
Perſtet, ut oppoſitas nimirum pergat in oras.
Barbigerum eſt igitur ſidus, cum a Sole recedit,
Caudatum, cum tendit in ipſum, denique crines
Fundit, ubi aut tenuos curtatur fumus ob auras,
Exiguumq. brevis fit ob æſtum, aut noſtra Cometam
Verſatur Solemque inter cum Terra, vel ille
Solem ultra eductus cum paulum de latere uno
Flectit, ut & nobis fiat contraria cauda,
Ceu Soli, in medioque ſit aſtri a corpore opaco
Obſtructa; aut nebulæ denſa caligine tecta,
Poſtremo cum nos inter Solemque Cometa eſt,

Si

1 Cometæ alii appellantur caudati, alii barbati, alii criniti: caudati dicuntur, cum ille vaporum tractus in longum protenditur ad eam plagam, quam Cometa motu proprio deſerit, ipſum nucleum conſequens; barbati, cum is tractus præit directus in eam plagam, in quam Cometa tendit; criniti cum circa nucleum vapores æque circumquaque diffunduntur in gyrum. Exponit hìc unde proveniat id diſcrimen. Semper ille vaporum aſcendentium tractus dirigitur ad partes Soli oppoſitas, uti diximus. Quare ubi Cometa ad Solem tendit, is relinquitur poſt Cometam; & dicitur cauda; cum Cometa a Sole recedit, is præit, & dicitur barba; quod ſi moretur procul in parte atmoſphæræ ſolaris nimis tenui, ut vapores intra ipſam non aſcendant, vel ſi Cometa jaceat ad partes Soli oppoſitas, & reſpectu noſtri etiam jaceat cauda ultra Cometæ caput, vel Cometa jaceat inter nos, & Solem, ac in eo ſitu adhuc videri poſſit, eſt crinitus, vel nullum vaporibus efformantibus lucidum longiorem tractum, vel tractu ipſo effugiente oculos noſtros, cum quibus in directum jacet.

Si tamen inde queat noſtros impellere viſus.
Prorſus [1] at oppoſitas Soli ne rere ſub oras
Directos longe caudam protendere tractus,
Quin paulum declinet in illam pluſve minuſve
Nempe viæ partem, motu quam deſerit aſtrum
Obliquo, partemque itidem curvetur in illam,
Plus, ubi proximior Phœbo via vertitur ejus,
At minus, ut ſeſe in longinqua loca abdere tentat.
Thure age Panchæo fumantem percipe acerram.
Si ſtet, odoratam laquearia fundit ad alta
Surgentem rectà nubem; quæ & recta manebit,
Illam ſi rectà ſurſum deorſumque movebit
Sacrificus; circum ſed ſi celer egerit aram
Obliquans, videas retro ſe extendere fumum;
Nam quævis ſaliens rectà pars, deſuper illi,
Unde emiſſa, loco impendet; locus ipſe ſed omnis
Eſt aliuſque aliuſque; nec ædificata ſuperne eſt
Propterea pars una alii, retroque relinqui
Plus opus eſt, quæ ſit prior, & ſublimior; & ſi
Longior eſt fumi ſpecies, curvabitur alte,
Lentius exſurgunt quia primæ denique partes,
Quam quæ ſunt igni propiores; namque volando
Altius inveniunt obſtacula plura, moraſque.
Propterea remanent humiles magis, inſiluiſſent
Quam ſi æquo ſemper motu. Tum curvus, oportet,
Sit vapor ipſe ferens ſurſum ſe, tergaque vertat
In regionem illam, quo fumans fertur acerra.

Flexu

1 Deviationem, & curvaturam caudæ hìc explicat; ea enim non dirigitur accuratè in partes Soli oppoſitas, ſed deflectit nonnihil verſus partes, quas nucleus relinquit, quæ deflexio prope perhielium eſt maxima, ubi etiam incurvatur ipſa cauda convexitate ſpectante eam plagam, in quam nucleus tendit. Phœnomeni imaginem exhibet in ductu fumi aſcendentis e thuribulo, qui ductus inclinatur, ſi thuribulum ipſum transferatur, & ſi motus etiam ſit celerior aliquanto, incurvatur plurimum.

Phœnomeni cauſa in promptu eſt. Dum vapores aſcendunt rectà, nucleus progreditur, adeoque vapores in ſummo ductu exiſtentes non imminent ad perpendiculum illi loco, in quo eſt nucleus, ſed in quo is fuit, quando ex eo egreſſi ſunt. Hinc debet ductus ipſe inclinari in partes relictas. Quod ſi motus ſit celerior, ut inclinatio ſit ingens, debet haberi & illa curvatura; nam nucleus progreditur motu ad ſenſum uniformi, dum vapores ob impedimenta, in quæ incurrunt, & minus ponderantem

auram

Flexu [1] ex hoc ſperes deprendere tempora, fumus
Queis ſalit extremas ſolido de corpore ad oras;
Propterea expendens, quantùm dimoverit illo
Sidus ſe puncto, rectà quod ſubjacet alto
Caudæ apici, quantumque ſit iſta parte ſit viai
Temporis abſumptum, credas aſcenſibus iſtum
Non male fors tempus deberi conficiendis,
Impediat ſi nil nimirum, motus ut auræ
Officere ætheriæ queat inſitus, incitat illam
Qui ferri in gyrum, velut aſtra errantia circum,
Ambire & Solem; quoniam vel flexus ab iſto
Creſcit ut a vento, adverſo qui flamine ſpirat,
Vel decreſcit, ubi puppim velut aura ſecundat.
Illud [2] at hìc falſa ferri ratione videtur,
Quod perhibent, nempe avulſos a ſidere fumos
Impete phœbeæ transferri lucis ad oras
Oppoſitas Solis; tenui lux corpore longe eſt,
Quamlibet atque leves res ullo haud concitet ictu,
Quid? dare perceleres in motus ut queat? illi
Nam celeres conſtant fumi, cum nempe Cometis
Vicini, nec adhuc ſeſe inflexiſſe videntur.
Noſtri ſi tenues volitantes aere fumi
Percuſſi a radiis Sole exoriente profuſis

Impul-

auram ſuperiorem ſolaris atmoſphæræ, aſcendunt motu retardato, ut & noſtros fumos videmus in ipſo egreſſu moveri celerrime, tum ſenſim lentius, ac lentius. Hinc ſuprema pars ejus ductus vaporum remanet minus alta, quam eſſet, ſi motu æquabili aſcendiſſet cum ea velocitate, qua aſcendit prope nucleum, adeoque debet incurvari ita, ut ſit cavus verſu partes relictas, & convexus verſus eas, in quas tenditur.

1 Ex ipſa inclinatione caudæ Newtonus docuit illud, quod hìc Noſter commemorat, poſſe definiri tempus, quo fumus ille aſcendit; cum poſſit definiri punctum orbitæ Cometicæ, cui ad perpendiculum inſiſtit, & inde diſtantia puncti, in quo erat nucleus, cum ii vapores e nucleo ipſo egreſſi ſunt, a puncto, in quo tum eſt; adeoque & tempus in eo arcu percurrendo impenſum a nucleo.

Verum illud notat Noſter, quod in eadem illa diſſertatione propoſui, fieri poſſe, ut motus aliquis inteſtinus atmoſphæræ ſolaris, ſimilis noſtræ atmoſphæræ ventis, rem perturbet, dimotis a loco ſuo vaporibus, & ipſe motus atmoſphæræ ſolaris circa Solis axem, vel augeat inclinationem, vel minuat, tranſlatis vaporibus, & ſecum abreptis, prout motus nuclei ipſi opponitur, vel cum eo conſpirat.

2 Sunt, qui cenſeant, oriri Cometarum caudas ab impulſu radiorum Solis in particulas atmoſphæræ

phæræ

Impulſus nequeunt ullos ſentire, neque ullos,
Quos videas, ire in motus; perniciter ire
Cur poterunt illic, præſertim ubi vincere debent
Oppoſitam quoque vim gravitatis abire vetantem?
Præterea cur non caudas errantibus aſtris
Tunc adnectendum foret omnibus, ipſa vapores
Cum queat illorum quoque lux jactare ſuperne,
Et ſecum abripere, & diſtendere per regiones
Illas, quas cauda viſus majore Cometa
Trajicere inſignis, prælongo & verrere tractu.
Poſtremo neque poſt tergum deflexa vaporum
Illa columna foret, curvataque vertice celſo,
Ut docui; abducti motu celerante volarent
Quandoquidem fumi ſurſum, cum corripientis
Vis lucis non tam ſpatio decreſceret illo,
Quam gravitas contra officiens, caudæque cacumen
Proin, æquo quam ſi motu irent, altius eſſet.
 Interdum [1] caudis tractus nigrantior ire
Longis, ſulcus uti tenuis, filumve videtur:
Falleris, hunc ejus projectam corporis umbram
Si credas, quoniam non tam queat illa videri
Longa, ſed a ſpatio ſemper ſubtilior eſſe,
Et demum in puncti extremum finire cacumen;

Tum

phæræ Cometicæ, quas ii avulſas ſecum abripiant, quam cauſam, & Newtonus adjunxit alteri petitæ a præponderantia atmoſphæræ ſolaris: hanc hic impugnat, ut & ego impugnaveram, a nimia in primis tenuitate luminis, de qua tenuitate ego quidem & ſeparatam diſſertationem edidi in Romano Litteratorum diario, cujus occurret uſus in ſupplementis tomi tertii. Secundo loco eam ſententiam impugnat ex eo, quod noſtri fumi perculſi in noſtro libero aere a radiis ſolaribus, non abripiuntur ne in latus quidem motu horizontali in ortu Solis; quanto enim minus abripiendi erunt fumi Cometici prope nucleum, & protrudendi in partes Soli contrarias, contra ipſam etiam gravitatem, qua in nucleum gravitant! Tertio loco ex eo, quod ea cauſa gigneret caudas etiam in Planetis, quarum atmoſphæras æque impetit ſolaris lux. Quarto demum, ex eo, quod ſi ea eſſet cauſa aſcenſus fumi Cometici in cauda; cauda ipſa deberet habere curvaturam prorſus oppoſitam; nam continuo impulſu novo radiorum, deberet aſcenſus vaporum eſſe acceleratus; cum gravitas, quæ aſcenſui obſtat, multo magis decreſcat in receſſu a nucleo, quam radiorum propellentium intenſitas; a motu autem accelerato curvatura oriri deberet oppoſita illi, quam obſervationibus conformem eruimus e motu retardato.

1 Agit hic de ſulcis quibuſdam, vel

Tum quoque lucis eo fractæ vis atque reflexæ
Aere, quæ ſparſo diſtinguat lumine fumos,
Omnes impediat prorſus, diſpellat & umbras.
Præterea vel ſi non diſpellatur, & ejus
Jacta retrorſum illic ſit corporis umbra, videri
Attamen a nobis non jam queat, ire per axem
Quæ medium debet fumi, proin condier ipſa
Diſperſa in cauda, & ſepeliri in lumine circum:
Denique non tractu diſtincta eſt ſimplice ſemper
Cauda, at multiplici maculantur lumina ſulco
Interdum; tractus medio neque ſemper in axe
Ille oritur: varia vidi regione locorum
Quaque die poſitus mutantem, tempore parvo
Poſt etiam gemini conſpecti, qui quoque lata
Mutavere ſitus in cauda; denique Soli
Cum jam vicinum caudam protenderet aſtrum
Prælongam, quini ſupera nigreſcere viſi,
Hoc genus, & multo mage denſa extendere fila
Cum cauda flexu ſeſe intorquentia eodem.
Credibile eſt non hos loca luce carentia ſulcos
Eſſe, queant reliquo nam circum lumine vinci,
Et circumpoſito claro velamine condi,
Sed plus fumantes, & nigros proinde vapores,

In

vel oblongis nigricantibus tractibus, qui aliquando apparuerunt in caudis. Hoſce nonnulli tribuerunt umbræ nuclei. Hanc ipſam ſententiam impugnat pariter primo ex eo, quod umbra nuclei, ſi qua ſit, nec debeat eſſe tam longa, quam longi obſervari ſolent hi ſulci, nec ejus formæ, nam debet in cuſpidem deſinere; quod in hiſce ſulcis non accidit: Secundo, quod ob tot reflexiones radiorum in tanta atmoſphæra nulla debet eſſe umbra, uti nullam ibi noctem debere eſſe vidimus: Tertio, quia etiam ſi adſit ea umbra, nobis illa non appareret, nam reſponderet axi caudæ, quam nos dum conſpicimus, haberemus hinc, & inde ab illa tenui umbra ingentem fumi illuminati tractum in ipſa ejus directione, qui eam elideret, & oculis noſtris ſurriperet: Quarto, quia non unicus apparet aliquando is tractus, ſed multiplex, nec in medio nucleo. Plures ego quidem vidi in Cometa anni 1743, & 1744: primo quidem unicum, ſed quotidie mutantem poſitionem ſuam, tum duos, deinde ubi cauda maxime prope perihelium excrevit, & illuxit, vidimus quinque ejuſmodi ſulcos nigricantes, quos ego exhibui in ſchematis diſſertationis meæ de Cometis.

Eos ego ibidem repetendos duxi non ab hiatu aliquo, & defectu materiæ reflectentis radios ſolares, qui nequaquam appareret, ob tantam craſſitudinem reliqui fumi in eadem directione poſiti, & radios reflectentis,

In nos converſa qui caudæ a parte ferantur;
Pinguibus educti fors illi corporis ejus,
Aeris aut craſſis ſurgunt regionibus imi.
Sic cum noſtra furunt incendia, depopulantque
Annoſas ſilvas, piceo de cortice fumi
Surgentes, flammas inter lucemque, videntur,
Et nigro clarum conſpergunt aera tractu.
Plures ſunt, cum plus Solis calor auctior urit.
At mutare ſitus quod cernimus, indicat eſſe
Illorum prima impreſſos in origine motus,
Scilicet ipſos ſe volvi ſuper axe Cometas,
Ut ſuper axe ſuo ſeſe vaga ſidera volvunt.
  Præterea [1] exortam urentis prope lampada Solis
In loca mox caudam longe disjuncta abeuntem,
Quanquam eadem in ſpeciem ſit, at iſdem partibus unam
Ne perſtare putes; verùm diſcindier uſque,
Ut tractam per humum veſtem, & diſpergier auris
Percipe phœbeis parte involventibus omni.
Exhalans circumpoſitis nam rarior auris
Eſt fumus, proprio proin quem cum ſidere motum
Percepit, ſejunctus ab illo amittere debet
Protinus; ipſe foret quin ſi quoque denſus, ut aura eſt,
Perderet extemplo: clara ratione repertum

ctentis, ſed eſſe partem ipſius caudæ nigricantiorem, & cum ineptam ad reflectendos radios ſuos, tum intercipientem radios reflexos a particulis poſt ſe poſitis, ſitam prope anteriorem caudæ ſuperficiem nobis obverſam, & exhalatam fortaſſe a craſſioribus, pinguioribuſque nuclei partibus; hinc eos ego ſulcos notavi nigricantiores prope ipſum nucleum, & incurvatos cum reliquo ductu vaporum a nucleo egredientium, & abeuntium ab ipſo ad plagas Soli oppoſitas.

Plures apparuerunt in perihelio, quia ibi vis caloris eſt major, & fumi ſunt copioſiores; motum autem tribui rotationi ipſius nuclei circa proprium axem, quo motu illa nuclei pars, quæ fumos ejuſmodi emittat, locum mutet reſpectu ſuperficiei ejuſdem nuclei, adeoque & ille ductus fumi, reſpectu ſuperficiei caudæ, quod cenſeo eſſe unicum indicium converſionis Cometarum circa proprium axem analogæ converſioni, quam in pluribus Planetis obſervamus, in omnibus paſſim credimus.

1 Impugnatur hìc Newtoni locus, qui habetur in prop. 41 lib. 3 Princip., in quo poſteaquam protulit ſententiam ex aſcenſu vaporum in majore vicinia Solis, ob prævalentem gravitatem atmoſphæræ ſolaris in Solem, & vim centrifugam vaporum Cometicorum a Sole ex motu circa Solem cum nucleo, ſic habet: *Hæ ſunt cauſæ aſcenſus caudarum in vicinia Solis, ubi*

Eſt ſiquidem, ſi forte globus moveatur in æque
Denſatis auris, alio aut quocumque liquore,
Obſiſti contra tanta vi, decutere omnem
Quæ motum queat hunc breviori tempore, quam quo
Curritur id ſpatium, quo ter diſtendier auctus
Ille globi poſſit. Quare cum tantulus auctus
Fumantum conſtet nimirum particularum,
Omnem momento debent in temporis uno
Perdere, quem motum per iter tenuere Cometæ,
Et ſervare alium tantùm, quo ſcandere pergunt,
Aurarum dum librentur cum pondere eodem.
Vel ſi nulla forent aurarum obſtacula circum,
Et pacto incolumes poſſent quocumque vapores
Exire, & ſurſum vacuis illabier oris,
Tum gravitas cadere hos demum compelleret intro,
Et circumlabi, velut aer undique fuſus,
Longe & magnificam caudæ diſſolvere formam,

Nam

ubi orbes curviores ſunt, & Cometæ intra denſiorem, & ea ratione graviorem Solis atmoſphæram conſiſtunt, & caudas quamlongiſſimas mox emittunt. Nam caudæ, quæ tunc naſcuntur, conſervando motum ſuum, & interea verſus Solem gravitando, movebuntur circa Solem in Ellipſibus more capitum, & per motum illum capita ſemper comitabuntur, & iis liberrimè adhærebunt; tum pergit dicendo gravitatem ad ſenſum æqualem particularum caudæ, & nuclei in Solem effecturas, ut poſitionem mutuam a ſe invicem non mutent; ac concludit: *Caudæ igitur, quæ in Cometarum perhieliis naſcuntur, in regiones longinquas cum eorum capitibus abibunt, & vel inde poſt longam annorum ſeriem cum iiſdem ad nos redibunt, vel potius ibi rarefactæ paullatim evaneſcent*; novis nimirum, ut ipſe ibi perſequitur, breviuſculis enatis iterum in regreſſu.

Hunc ego Newtoni locum ſemper plurimum miratus ſum ob rationes, quas hìc expoſuit Noſter, Particulæ vaporum Cometicorum, ubi aſcendunt intra denſiorem atmoſphæram Solis, debent utique ſtatim amittere omnem tangentialem velocitatem, quam habebant una cum nucleo, ob reſiſtentiam illius atmoſphæræ utique denſioris ſe; nam motus globi intra fluidum etiam æque denſum amittitur totus ex reſiſtentia tempore, quo is globus percurreret ſpatium $\frac{8}{3}$ diametri ſuæ, adeoque ſpatium minus tribus diametris; nam juxta ſchol. poſt prop. 36 lib. 2. ipſius Newtoni in caſu reſiſtentiæ omnium minimæ *globus reſiſtentiam patitur, quæ eſt ad vim, qua totus ejus motus vel tolli poſſit vel generari, quo tempore motu illo uniformiter continuato partes 8 tertias diametri ſuæ deſcribat, ut denſitas medii ad denſitatem globi*. Igitur illa velocitas, quam habebant cum nucleo vapores Cometici, non poteſt efficere, ut ii deſcribant motu libero orbitas æquales orbitæ ipſius

Nam pollens longe gravitas per inane Cometæ eſt.
Dicendum eſt igitur mutare, novoſque Cometam
Induere ornatus caudæ, veteremque per auras
Spargere phœbeas, nullam perſtare, nec unquam
Deſinere eſſe aliquam. Non Solis in aere debet
Materies ideo concreſcere major, & iſti
Non aliis ſumi accedent errantibus aſtris,
Molem ut paulatim majorem ea ducere poſſint,
Namque ea materies eſt aere Solis ab ipſo
Hauſta, atque ex una quantum ejus parte Cometæ
Emittunt, alia tantundem a parte receptant;
Perpetuoque ita circuitu Natura gerit rem;
Haud ſecus ac alias gyro res cernimus iſto
Verſari, atque illinc reparari damna, profuſæ
Sunt ubi opes; recipit, quos reddit Terra, vapores,
Æquora fluminibus non exſaturata redundant,
Illinc his quoniam vis ſuppetit omnis aquarum.

ſius Cometæ, & ob eam cauſam ii vapores non poſſunt comitari Cometam ad Aphelium. Deinde omiſit hic Newtonus conſiderationem gravitatis vaporum in Cometam, Fingamus caudam abiiſſe cum nucleo procul extra omnem ſolarem atmoſphæram, & motu illo libero comitari nucleum: gravitas mutua nuclei, & vaporum libertatem tollet ejus motus, & poſitionem mutuam turbabit, ac efficiet, ut fluidum cadat in nucleum, & ipſi circum affundatur. Unietur igitur reliquæ atmoſphæræ Cometicæ illa pars, quæ caudam efformabat, nec conſervabit caudæ formam. Non igitur abire poſſunt caudæ cum nucleis ad Aphelia ſervata mutua poſitione, & multo minus inde redire poſſunt.

Accedit autem & illud: dum ii vapores aſcendunt in Apheliis, etiam ſi retineant velocitatem, quam habebant cum nucleo; utique ipſam componunt cum velocitate aſcenſus in partes Soli contrarias, & ex iis ſit nova directio motus admodum diverſa a directione motus nuclei. Quare ſi ſecluſa omni reſiſtentia illæ particulæ vaporum Cometicorum debeant vi gravitatis in Solem deſcribere orbitam ellipticam; deſcribent utique orbitam diverſiſſimam & longitudine, & poſitione ab orbita nuclei, nec ſervabunt poſitionem, quam habent ad ipſum. Aut ego prorſus cæcutio, aut Newtonus hic, re leviſſime inſpecta, humani aliquid eſt paſſus.

Quamobrem omnino dicendum illud, vapores, qui Cometæ caudam efformant aſcenſu ſuo, ibi diſſipari, & manere intra atmoſphæram ſolarem, ubi emiſſi ſunt, & ſurſum protruſi ab hujus gravitate majore, ac a novis ſemper vaporibus oriri ſemper novam in regreſſu: haberi autem reciprocationem quandam fluidi emiſſi, & abſorpti, qua reparetur id, quod fuerat emiſſum, ſimilem illi, quam videmus ubique in Natura, ut vaporum, qui in pluvias decidunt, & rurſum in nubes aſcendunt, fluviorum, qui aquam in mare ingerunt, quæ inde iterum vel per pluvias, vel etiam per filtrationem redeat quampiam ad fluvies efformandos.

Quapropter [1] quid erit, cur credas, quod fuit olim
Vaſtam cooperiens, & mergens undique Terram
Diluvium, ex propiore ortus traxiſſe Cometa,
Qui dum tranſiret propter nos, liquerit unam
Abreptam caudæ partem; bos linquit ademptam
Interdum in ſpinis velut, aut in rupe capella,
Atque illam in magnos ſeſe vertiſſe liquores
Protinus, & Cælo Terram texiſſe cadente?
Tantula res tantos poſſit progignere motus?
Vel parva apparent trans magnam ſidera caudam;
Eſt opus, ut conſtet tenuiſſima proinde, nec ingens
Poſſit diluvium, fuit illud quale, creare.
Sic quoque ne credas, ingens cum machina Mundi
Debeat extremo flammas perferre furentes
Exitio, ex aliquo id propius veniente Cometa,
Qualis ab igne rubens Solis redit, exoriturum;
Quandoquidem nimios radios arcere Cometam
Diximus, ingenti quia circum eſt aere ſeptus.
Denique ne credas in dulcia pabula Soli
Ob lucem effuſam exhauſto ſe ferre Cometas;
Tam tenuis lux eſt, immenſos iſta per annos
Effuſa ut lato minuat vix pollice Solem
(Rem porro a veris repetam rationibus omnem),
Proinde Cometarum quid opus tam corpore magno,

Tam

1 Plures hic congerit, & refellit opiniones pertinentes ad Cometarum caudas, & Cometas ipſos: Primo eorum, qui repetunt Noemicum diluvium a tranſitu caudæ Cometæ cujuſpiam prope Terram, quæ in eam decidens, inundationem illam ingentem pepererit: hanc rejicit ob immanem tenuitatem materiæ caudas efformantis, per quam tanta craſſitudine præditam tranſparent Fixæ ſine ulla ſenſibili refractione. Utique oportet tam raram eſſe eam materiam; ut id, quod in tranſitu vicino ita ſentire poſſit gravitatem in Terram, ut in eam decidat, illud horrendum, ac mirum phœnomenum parere omnino non poſſit, quod præterea e ſacris litteris novimus longe alio modo accidiſſe.

Deinde refellit opinionem, vel commentum eorum, qui cenſent tranſitum Cometæ inflammati in vicinia Solis, combuſturum olim Terram incendio illo, quod itidem futurum novimus e ſacris litteris; nam ſupra oſtenſum eſt Cometas non excandeſcere in Solis vicinia ob atmoſphæram ingentem, quæ calorem diſtribuit.

Præterea rejicit & Newtoni opinionem cenſentis, Cometas eſſe Soli pro pabulo ad reparandam jacturam factam emiſſione continua luminis; Reſiſtentia, quam patiuntur intra atmoſphæram ſolarem, exigua quidem, ſed tamen aliqua,

minui

Tam lautis epulis, quid tanto denique ſumptu?
Vaſtus præterea ſuus aer undique lucem
Colligit a ſtellis jactantibus æthere in omni,
Abraditque vagis idem quoque plurima ab aſtris,
Ipſum quæ recidunt in Solem, non ſecus ac quæ
Sunt in eo maculæ, ſorbentur ab illius æſtu.
Hac ratione tibi rerum ſtat ſumma perennis
Partibus in magnis, nec eget, quæ corrigat, ulla
Auxiliante manu, & deformia multa reformet:
Nil ibi culpandum, nil eſt deforme, nec errans,
Ut ſolet in multis, quæ nos compingimus, eſſe
Molibus, atque ideo quæ poſcunt ſæpe refingi.
Tranſitus [1] at propior nobis cum forte Cometæ
Accidere interdum poſſit, quoque multa venire
Inde mala in Terras interdum poſſe videntur.
Fumantis caudæ pars ejus in aera noſtrum
Inſinuata, venenifero nos lædere poſſit
Contractu, peſtemque feram, atque immittere clades,
Et ſata conficere, & campos vaſtare feraces;
Poſſit item contra ſuccis vitalibus auras
Replere, & longe mortis differre furores
In viventia ſæcla, atque herbis addere vires.
Poſſit & hoc fieri, ut vicinus calle Cometa
Deflectat proprio, & faciat deflectere Terram,

minui eorum vim projectilem ita, ut, orbita ſemper magis arctata, debeant demum incurrere in ipſum ſolare corpus. At Noſter affirmat, non indigere Solem ejuſmodi pabulo ob illam tantam luminis tenuitatem, quam ejuſmodi eſſe ait, quod ego propoſui in memorata diſſertatione de luminis tenuitate, ac ipſe alibi, nimirum ſequenti tomo, ſe expoſiturum, ac demonſtraturum pollicetur, ut quidquid luminis huc uſque emiſſit Sol, longè minus materiæ contineat, quam unicus aquæ noſtræ digitus: addit aliquid etiam ex lumine Fixarum incidere in immanem Solis atmoſphæram, & per eam in Solem recidere, ac multa Planetarum effluvia immixta atmoſphæræ ſolari recidere itidem in ipſum Solem, ut ejus maculæ in ipſum recidunt, ac alias ejuſmodi compenſationes haberi debere, ſine corporum primariorum deſtructione ejuſmodi, quæ manum reformatricem requirat operis a tanto Artifice fabrefacti.

1 Perſequitur hic ea, quæ a Cometis in nos derivari poſſint. Si Cometa nimis prope Tellurem tranſeat, poteſt pars aliqua ejus caudæ in Terram decidens, & inſinuata intra atmoſphæram noſtram eſſe nobis vel venenifica, vel vitalis: fieri poteſt, ut Cometa tranſiens prope Terram ita mutua gravitate & ſuum, & ipſius motum perturbet, ut vel ipſe fiat Satelles

Mutuà namque trahunt inter ſeſe, atque trahuntur,
Et faciat, Tellus ut ſe, vel ut ipſe ſequatur
Tellurem Comes; & mutato protinus orbe
Diverſi procul abſcedamus, circuituſque
Æthera per magnum diuturnos conficiamus.
Proinde Cometarum credunt de ſtirpe fuiſſe
Nunc aliqui Lunam; & Saturnum quinque, Jovemque
Quattuor obſervant famulo quæ ſidera ritu,
Et temere excurriſſe illac, pœnaſque dediſſe
Protinus, ærata religata ut compede circum.
Quin ex impulſu valido (& ſi vaſtior ipſe
Sit multo Terra, percuſſaque Terra reſultet,
Haud ſecus ac vitrum, vel ebur) ſic creſcere Terræ
Poſſit mobilitas, atque impetus exſilientis,
Sidera fixa queat procul ire inviſere ut hoſpes,
Et contundat iter coni de ſegmine forma
In prima nimium gracili, ſeu forte ſecunda
Semper hiante, magis vel ea, quæ tertia, hiante,
Ut nunquam ex illo redeat poſt exul hiatu
In Solem, lucemque ſuam, neque nota reviſat.
Jam ſi in nos curſu directo impingeret alte
Adveniens celeri, & prægrandi mole Cometa,
Omnia conquaſſari in puncto tempore prorſus
Deberent, vaſto tremere omnia victa fragore,
Omnia confringi, in montes maria inſiluiſſe,

Cam-

Telluris, vel Terra ipſius Satelles, ac mutata orbita, longe alius ſit nobis annus, longe alia omnia ab annuo, & vero etiam diurno motu pendentia phœnomena. Sic ſunt, qui cenſeant Saturnum ♄, & Jovem ♃ Cometas lucratum ſuos effeciſſe Satellites, Terram minorem lucratam eſſe ſuam Lunam, quod poſtremum ſacris litteris manifeſtè adverſatur: poſſe ingenti impactu Cometæ cujuſpiam in ipſam Terram mutari directionem ejus motus tangentialis ita, ut ex ea, & gravitate in Solem non debeat deſcribi in poſterum ellipſis circulo proxima, ſed maximè oblonga, vel etiam parabola, vel hyperbola, abeunte Terra ad Fixas, ſine ullo regreſſu ad Solem: poſſe valido directo incurſu Cometæ tremorem oriri ingentem totius Terræ: conquaſſari omnia momento temporis, & confringi, ac confractis, & in cumulos temere congeſtis ſtratis ipſius Terræ, mutari poſitionem marium, & continentis, ac inſularum; cujus rei ſpecimen cenſent multi ſe videre in ipſis noſtris montibus, in quibus apparent ſtratorum perfractorum fruſta ſibi invicem aggeſta permixtis maris, ac Terræ productionibus admodum diverſis ita temere, ut Telluris facies appareat alterius cujuſpiam mundi confracti veſtigium; non

primi-

Campique in putres ſeſe ſolviſſe ruinas;
Fragmina deciderent huc illuc undique multos
Diſperſa in cumulos temere; atque agnoſcere multi
Nunc, genus hoc, rentur cumulos, latera ardua montis
Cum videre, ſuperque aliis conſurgere ſtratis
Strata alia aut lapidum, aut variantis plurima terræ
Multis interrupta locis, productave flexu
Incerto; non artis opus, ſed ſortis id eſſe
Ut videatur, & antiqui veſtigia Mundi
Diruta, & ingentes projectæ ſorte ruinæ.
Poſſet ab impulſu Tellus ſuper axe revolvi
Tunc alio incipere, atque aliis infigere punctis
Sorte polos, alia & converti mobilitate.
Fors ideo ad partes Americæ viſitur illas,
Quæ non plus Auſtro, quam Galli, ſive Britanni
Accedunt Boreæ, queis non rigidiſſimus aer,
Horribili glacie cumulata, adſtrictaque multa
Inſula; & ipſa ideo per regna Japonia, dicunt,
A torrente plaga quanquam diſtantia paulum,
Frigora crudeſcunt ſcythicas imitantia brumas.
Nempe putant Terram per ſæcula longa propinquis
Se vertiſſe polis; proin ſic induruit olim
Nixque geluque illic, mutato ut cardine porro
Ponere naturam nondum gelida ora priorem
Quiverit, & magnos nivium demittere montes.

R 4 Poſſit

primigenius textus: poſſe & axem rotationis diurnæ ex eo impactu mutari, mutato polorum ſitu, quo pacto, quæ loca nunc in Zona temperata ſunt, poſſe abire in Torridam, vel Frigidam, & viceverſa, mutata omni rerum, & locorum conſtitutione, quod, ſunt, qui & olim accidiſſe ſuſpicentur, & perpetuis nivibus, ac glacialibus maſſis ad veteres polos aggeſtis, ac nondum ſolutis tribuant illud, quod propè Auſtralem Americam occurrant in mari in ipſa temperata Zona glaciales inſulæ, & frigora in immenſum intenſiora ibi ſint in locis pluribus, quam ipſa conſtitutio locorum petat; ſic autem e contraria Telluris parte in Japonia, & proximis locis frigora multo intenſiora ſunt, quam ferat exigua eorum diſtantia a Zona torrida: poſſe demum eo impulſu dirigi motum noſtrum in Solem, in quem ſi recideremus, horribili incendio periret momento fere temporis tota Tellus.

Porro illud addit, ſi ab ullo alio Cometa ejuſmodi quidpiam timeri poſſit, id poſſe ab eo, qui anno 1680 tantus apparuit; qui quidem nodum habet orbitæ Telluris ſatis proximum, in quo ipſo nodo ſi fuiſſet tum, cum ex ea parte erat Tellus, multo propius ad eandem acceſſiſſet: at ea metuere inſaniæ

redar-

Poſſit item fieri, ut dimoti præcipitemus
Directa regione viæ, Solemque petamus,
Abſumatque ſua nos flamma voragine volvens.
Si cladis, genus hoc, ærumnarumque timendum
Nobis eſt; aliis plus omnibus ille minari
Viſus erat, ſpeciem horribilem qui protulit olim
Terris (bis ſeptem prope luſtra abiere) Cometa;
Nam Terræ prope iter non tum illa parte vagantis
Contigerat; quanto ſubitò turbata tumultu
Tellus, iſſet ea ſi tum regione, fuiſſet!
Credere verùm illinc Terris veniſſe ruinas,
Aut inſtare novas, venturaque fingere corde
Sollicito, nimis & tam rara timere pericla,
Deſipere eſt, inſtent cum tot propiora, premantque
Undique Mortales. Novit, cum condidit orbem,
Ille Opifex rerum, Mundi ſuprema Poteſtas,
Facto quid ſit opus, bene uti partita viciſſim
Maxima ſint, quæ ſeſe huc illuc corpora volvunt;
Quodque ſua, alterius ſine noxa, ut lege teneri,
Atque loco poſſit, tantoſque innectere motus.
Hinc videas, quare cum ſex errantia circum
Sidera deproperent, orbem prope quodque per æquum,
Una & planitie pariter prope cuncta locentur;
In ſpatia errantes adeo diverſa Cometæ
Diſperſi varium percurrant undique Cælum;
Nam cum circuitu bis in omni ſemper ad æquos
Perveniant tractus ſpatiorum a Sole, profecto
Difficile eſſet, uti ſemper vitare valerent
Incur-

redarguit, & Auctorem Naturæ, affirmat, ea omnia prævidiſſe, adeoque potuiſſe ita curſum ſingulorum corporum dirigere, ut nihil eorum accidat, quod & credibile ſit, providentiſſimum, ac noſtri amantiſſimum Conditorem Mundi præſtitiſſe. Hinc cum Planetæ primarii, qui ob orbitas fere circulares ad ſe invicem ita accedere non poſſunt, ut ſe plus æquo perturbent, motus ſuos perficiant in planis ad ſe invicem parum admodum inclinatis, nam eodem continentur Zodiaco; Cometarum orbitæ habent plana in omnes Mundi plagas directa, alia alias, ut nimirum ubi Cometæ ipſi in Apheliis plurimum a Sole recedentes, imminuta gravitate in eum, poſſent plurimum ſe invicem turbare gravitate mutua, recedant a ſe invicem in immenſum, nec in ſe poſſint incurrere, nec ad ſe invicem accedere, quod in tanto Cometarum numero difficilius præſtari potuiſſet, ſi eorum omnium orbitæ in eodem jacerent plano; nam orbes ipſi, quorum

rum

Incurſum inter ſe gemini, cujuſque niſi eſſet
Orbis planities alia regione locata,
Atque alii inclinata nimis cuicumque; per æquor
Unum nam ſi omnes irent (niſi forſitan orbis
Orbem alium cingens prorſus concluderet intra),
In geminis punctis orbis quicumque ſecaret
Orbem alium; quare toties totieſque ſecando
Multiplices per circuitus occurreret aſtro
Perfacile aſtrum aliud, perturbaretque, viciſſim
Turbaretur item, atque illata incommoda ferret.
Quapropter tantùm cum diſtent avia longe
Per loca dimoti, diſperſique undique Cælo,
Scire licet ſic Naturam vitare tumultus
Horrendos, atque inſontes voluiſſe Cometas
Labi, & civili non aſtra involvere bello.
Poſtquam [1] per Cælum ſumus, & per multa vagati
Sidera, nec multas non Terræ & adivimus oras,
Cunctaque diffuſam gravitatem in corpora vulgo,
Queis ſint cumque locis, invenimus, & ſua jura
Fiximus, & mores, & qua quid lege geratur,
Quod ſupereſt, quamvis luſtrantem talia mecum
Te reor ambigua non jam conſiſtere mente,
Certa ſolo ſtabili tua ſed veſtigia figi;
Attamen haud operæ pretium non eſſe putarim
Multa refellere, quæ poſitis rationibus ante,
Et noſtræ poſſint gravitati obſtare videri;
Deque via veluti ſpinas exſcindere cunctas,
Vel paulum ne te properantem ſorte morentur.

Illa

rum alter in altero non penitus incluſi eſſent, ut ſanè non eſſent orbes adeo oblongi, ſe invicem bini quique in binis ſecarent nodis, & aliquis ſimultaneus appulſus binorum ad nodum ſuum haberi deberet demum poſt ingentem ſeriem converſionum, cum colliſione, & confractione, ac horrendis illis effectibus, quos vidimus.

1 Poſteaquam omnia gravitatis conſectaria perſecutus eſt Noſter tam fuſe per libros fere integros quinque, & per eam tot cæleſtia, ac terreſtria phœnomena explicavit, demum hic ſolutionem aggreditur eorum, quæ ſolent objici contra ipſam Newtonianam gravitatem. Horum aliqua jam a ſe diſſoluta eſſe affirmat, ubi ſe occaſio opportuna præbuit, ut illud, cur Planetæ licet in perihelio majorem habeant vim gravitatis, quam in Aphelio; tamen non pergant accedere ad Solem, ut ibi, ſed recedant, quod quidem expoſuit lib. 1 a verſ. 1933 & lib. 4 a verſ. 851 cur licet lapides etiam in parietem gravitent;

Illa quidem magicis velut artibus edita conſtant
Omnia; namq. procul proſpecta, haud vana videntur,
Et terrent animos ſimulacris grandibus; at, ſi
Accedat propius ratio, evaneſcere debent.
Jamque horum quædam ante mihi dimota profecto
Sunt, ubi viſa fuit res poſcere, nempe ubi dixi,
Ad loca cur Soli veniens vicina trahenti
Aſtrum, vi quamvis illic majore trahatur,
Debeat incipere in regiones ire remotas;
Corpora cur gravia, a vicino pariete quamvis,
Cum prope lapſa cadunt, raptentur, non tamen imam
Terram non feriant, ut, non raptata, ferirent;
Atque alia e genere hoc, quæ ſunt permulta, videbis
Eſſe ſuis prolata locis, penituſque repulſa:
Porro quæ ſuperant, imbellia multa videntur
Partim tela, neque hoc certamine digna retundi;
Id [1] genus eſt, audis ſæpe harum vociferari
Quod rerum ignaros, Lunam, dum tranſmeat inter
Tellurem Solemque, ubi plus raptatur in iſtum,
Quam contra in Terras, in eum debere trahentem
Aut cadere, aut ibi plus a Terra abſcedere multo,
Quam cum ſe prorſus loca per contraria volvit,
Ducit ubi ſimul ad Terram Sol, Terraque raptans.
Hoc fiat, niſi ſe cum Terra Luna quotannis
Convertat circa Solem, proin vim fugientem
Ipſa habeat, qua vi Terram non deſerit, atque

Non

vitent; tamen in Terram decidant, non in ipſum, quod expoſuit lib. 4 a verſu 1638, atque alia ejuſmodi. Addit eſſe alia multa, quæ ab imperitis hominibus objiciantur tanquam validiſſima argumenta, quæ tamen omni vi ita deſtituta ſunt, ut longa, & peculiari confutatione non indigeant.

1 Hujuſmodi eſſe affirmat illud, quod ajunt, ubi Luna verſatur inter Solem, & Terram in Noviluniis, inito calculo gravitare plus in ipſum Solem, quam in Terram; ac proinde debere vel in Solem cadere, vel magis removeri a Terra, quam in Plenilunio, ubi ejus gravitas in Solem conſpirat cum gravitate in Terram. Id quidem, affirmat, futurum omnino, niſi Luna gyraret ſimul cum Terra circa Solem motu annuo, ex quo motu concipit vim centrifugam a Sole, quæ elidit ejus gravitatem in ipſum Solem ita, ut remaneat inæqualitas illa tantummodo actionum, quæ perturbat motum reſpectivum Lunæ reſpectu Terræ, eſt enim in Novilunio vis centrifuga a Sole paullo minor, quam gravitas in ipſum, in plenilunio ipſa paullo major, quam gravitas in Solem,

Solem,

Non ruit in Solem. Tantùm, cum prima vagatur
Per loca Luna, fugam gravitas ea vincere paulum
In Solem debet, fuga vincere ſed gravitatem
Paulum, ex oppoſita cum fertur parte; fit ergo,
Quod ſupera docui, gravitas ut utroque locorum
Sit paulo minor in Terram, quam debeat eſſe.
Id [1] genus eſt etiam, quod jactant, noſtra trahentem
Si maria in Lunam tollantur, cum ciet æſtus,
Attolli debere magis, magis uſque, trahenti
Accedunt quoniam Lunæ ſublata, ſuaſque
Percipiunt vires majores, donec in ipſam
Demum abeant: id fiat item, niſi Terra trahendi
Prædita majori ſit vi, quam Luna, nec unquam
Attolli poſſint maria, a gravitate niſi illa
In Terram valida, vi raptans Luna minori,
Demat in his, aliiſque aliquid regionibus addat,
Ut proin librari non æquo pondere poſſint;
Idcirco tollantur & hìc, labantur & illic,
Ponderis haud æqui donec diſcrimina penſent.
Partim [2] at ſunt potiora alia, & rem credita totam
Conficere, & magnam valida vi vertere molem:
Quippe putant, gravitas ſi ſit per corpora late
Diffuſa, atque ad ſe pellantur cuncta viciſſim
Undique, perpetuiſque accedere niſibus inſtent,
Omnia conjungi, & confundi fixa trahendo
Debere inter ſe, & cum noſtro ſidera Sole.

Verùm

Solem, adeoque in utroque caſu ejuſmodi differentia tendit ad diſtrahendum Lunam a Terra, & imminuit gravitatem in Terram.

1 Eodem prorſus redire, affirmat, & illud, quod objiciunt ex elevatione noſtrorum marium in Lunam, in quam putant debere demum ipſa recidere, ſi gravitas in acceſſu ad ipſam, quæ fit per intumeſcentiam, ſemper creſcat in ratione nimirum reciproca duplicata diſtantiarum. Id quidem accideret, niſi gravitas in Terram prævaleret. Cum trahantur maria obverſa Lunæ magis, quam centrum Terræ, & averſa minus; differentia virium ſola agit ad mutandum ſtatum reſpectivum, & minuit nonnihil gravitatem in Terram, quæ augetur ad latera ob directionem obliquam gravitatis in Lunam; & ſublato æquilibrio elevantur ibi maria, hìc deprimuntur, non niſi, quantum eſt ſatis ad compenſandam majore elevatione gravitatem minorem in Terram, & minore majorem.

2 Proponit jam, & diſſolvit objectionem aliam, quam graviorem eſſe dicit, ſeu ſolidiorem; neque enim profluit e ſola ignoratione

theo-

Verùm hac abſiſtant ratione, immania quam ſint
Si videant ſpatia illa, a ſe queis fixa recedunt
Sidera, & a noſtro queis abſunt edita Sole.
Sunt ideo forſan vaſta in regione locata,
Ne gravitas facile arripere, atque adducere poſſit.
Per ſpatia hæc gravitas nam cum decreſcat, uti lux,
Par ſi forte habeant ea pondus ſidera Soli,
Vis inter Solem, quodvis & mutua ſidus
Vi tanto Terræ in Solem minor eſſet (at iſta
Quam longe conſtat tenuiſſima præ gravitate,
Scilicet in Terram, qua noſtra hìc corpora aguntur!),
Quanto phœbea lux tenuior illius extat
Sideris. Immenſum nonne hinc diſcrimen habebis?
Quandoquidem gravitas ſi cuncta hìc corpora cogit
Per ter quinque pedes labi, quo tempore vibrat
Vivida ſeſe agitans noſtra uno arteria pulſu,
Jam quot erunt anni, quot ſæcula, mutua queis nos
Hæc cum ſideribus gravitas compelleret ire
Per ter quinque pedes? Et ſi contracta fuiſſent
Jam ſpatia hæc per tot, quot conſtant millia Solem
Inter noſque, tamen non percepiſſe queamus;
Ingens nam Terræ, quo magnum obit annua Solem,
Circuitus quid jam eſt ad ſidera fixa relatus,
Cum nequeant poſitu illa ſuo mutata videri?
Adjice, ſublato quod vultu, nocte ſerena,
Igni-

theoriæ; eſt autem hujuſmodi. Si gravitas eſſet generalis, omnes Fixæ ad ſe invicem, & ad noſtrum ſolare ſyſtema perpetuo accederent in unicam aliquando maſſam coituræ.

Reſpondet primo, motum ejuſmodi fore prorſus inſenſibilem, ob immanem Fixarum diſtantiam. Gravitas cum decreſcat in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, decreſcit eodem modo, quo lux. Quare uti eſt lux cujuſpiam Fixæ ad lucem Solis hìc apud nos; ita eſt vis illius in nos & Solem ad vim noſtræ gravitatis in Solem, quæ eſt multo minor noſtra gravitate in Terram: ea ratio eſt in immenſum exigua. Porro noſtræ gravitatis vi deſcendunt corpora uno ſecundo horario per pedes 15; quam longo igitur tempore opus erit ad hoc, ut illa adeo exigua vi percurrantur pedes 15? Quid vero, ut percurratur ſpatium, quod poſſit in tanta diſtantia cadere ſub noſtros ſenſus? Nam tota diameter orbis annui Terræ circa Solem 40 millium ſemidiametrorum terreſtrium, eoque major, eſt inſtar puncti reſpectu diſtantiæ a nobis Fixarum etiam proximarum.

Accedit, quod tam multas ſtellas videmus in cælo circumquaque, & per teleſcopia immenſum earum numerum, eoque majorem, quo longiora teleſcopia ſunt; unde pa-
tet

Ignibus innumeris tibi Cæli fulgurat ardens
Scena; ſed excreſcit numerus, ſi vitrea ſepta
In longo concluſa tubo obvertamus; & ille eſt
Major adhuc numerus, ſi moles vitrea multo
Apta magis; quin innumeras ſuperare neceſſe eſt,
Quæ nullis oculis valeant, nulla arte videri,
Per Cælum ſtellas ſpatio majore remotas.
Quare conſpicimus quæ jam nos ſidera cumque,
His alia ulteriora putes conſurgere, rurſus
Ulteriora aliis alia, & ſic ordine longo
Præterea ſpatiis majoribus uſque remota.
Idcirco oppoſitas hinc illinc cuncta trahentur
In partes; vires ideo elidantur, oportet,
Oppoſitæ inter ſe gravitatum, immotaque prorſus
Sidera ſint. Tantùm quæ Mundi in finibus ardent
Extremis, paulum medio acceſſiſſe neceſſe eſt;
Sed neque ſidera nos datur hæc, neque cernere motum.
Cum [1] nequeant multi gravitatem in corpora fuſam
Omnia percipere, & quid conſtet, cum fateantur
A ſe non penitus cognoſci poſſe, neque unde
Adveniat, rerum a numero ſecludere certant;
Præſertim quoniam ſpatio diſcurrere inani,
Nulla & re media, diſtantia nectere cuncta
Corpora non poſſit, niſuque agitare valenti;
Cum, niſi permultis rerum contactibus, ullæ

Tranſ-

tet adhuc majorem latere numerum innumerabilem remotiorum ſtellarum per teleſcopia adhuc longiora videndarum. Quare ſingulæ earum, quas cernimus, habent ingentem numerum earundem circumquaque, quarum vires oppoſitæ ſe mutuo elidunt, & motus aliquis haberi deberet tantummodo in marginalibus illis, quæ ſub noſtros oculos non cadunt, & de quibus ignoramus illud ipſum, an habeant motus quoſpiam, qui mutuæ gravitatis effectus elidant.

Hæc quidem in communi Newtonianorum ſententia, quibus gravitas decreſcit accuratè in ratione reciproca duplicata diſtantiarum: at in mea theoria ejuſmodi gravitas in diſtantiis Planetarum, & Cometarum eam rationem ſequitur tantum proximè, a qua in minimis diſtantiis recedit plurimum. Fieri ſanè poſſet, ut & in maximis Fixarum diſtantiis ab ea recederet, & migraret alicubi etiam iterum in repulſivam, quo caſu fieri poſſet, ut Fixæ omnes inter ſe eſſent in limitibus quibuſdam attractionum, vel repulſionum, & poſitionem, quam habent, tenaciſſimè conſervarent, qua de re iterum aliquid in tomo 4.

1 Aliam hic difficultatem diſſolvit eorum, qui invehuntur in gravitatis theoriam, quod ejus cauſam, & ori-

Tranſmitti nequeant disjuncta in corpora vires.
Ergo qua tot res peragi, tantaſque per omnem
Undique materiam clara ratione probatum eſt,
Ipſa tamen gravitas nobis erit inficianda
Propterea, quoniam ejuſdem natura lateſcit,
Ac ſi res extent ideo, quia novimus ipſi?
Num bene naturæ ratio non reddita rerum
Idcirco, quia cum gravitatem denique ventum
Eſt ad communem, gravitatis reddita non ſit
Ipſius ratio? Nili fons invius olim,
Ignotuſque fuit; Nilo quis proinde feraces
Non retulit terras Ægypti, ipſumque fluentem
Ullis ire locis, ulloque ſubire negavit,
Qui ſubit obſtantem ſepteno gurgite pontum?
Tempora ſignantem molem noctuque diuque
Cum quis noſſe cupit, quæ ſeſe ob pondera verſat
Suſpenſa, aut chalybem contortum, ubi noverit intus
Volventum gyros numerumque, modumque rotarum,
Si non præterea naturam ponderis ipſam
Aut evolventis ſe vires exque plicantis
Pertingat chalybis, ſe cætera ſcire, movetur
Dædala queis moles, aut inficiabitur artem?
Etſi non videas medios in corpora funes
Diſtendi a gravitate, quibus disjuncta trahantur,
At non propterea nequeat tamen inſinuari
Per-

& originem ignorent: dicunt nimirum neceſſarios eſſe funes quoſpiam, quibus ſe trahant mutuo corpora, & cum actio in diſtans exerceri non poſſit, non debere admitti remotorum corporum attractionem mutuam ſine ullo intermedio quodam actionis tanquam vehiculo.

Reſpondet, debere admitti, quidquid poſitivis rationibus, vel immediatis argumentis probatur exiſtere; licet ejus intrinſeca natura, & cauſa ignoretur. Stultum futurum fuiſſe, qui negaſſet Nilum exiſtere, Nilum eſſe cauſam immediatam tantæ fœcunditatis Ægypti, atque id idcirco, quod ipſius Nili fons nondum eſſet detectus: ubi reddenda eſt ratio motuum horologii, benè ipſorum rationem reddi deveniendo ad pondus, vel claſticam laminam, a quibus primæ rotæ motum accipiant, quem certa lege trasferant ad reliquas; nec cum redargui poſſe idcirco, quod ipſius ponderis, ſeu gravitatis, vel quod claſticitatis naturam non explicet, & cauſam non aſſignet.

Hæc indirecta eſt reſponſio; deinde directè reſpondet dicendo, nihil eſſe opus actione in diſtans; poſſe hanc ipſam eſſe naturam materiæ, & unam ex eſſentialibus ejus proprietatibus, ut binæ quævis ejus particulæ ad ſe invicem tendant vi pendente a diſtantiis, adeoque non
per

Perſacile hoc animo, jamdudum ad prodita nobis
Munera corporeæ naturæ accedere munus
Poſſe modo inventum hoc, ut tendat in altera quodque
Corpora corpus, iners quanquam, atque his jungier uſque
Nitatur, ſed non ingratis, vique coactum;
Ut faceret, ſi vel funes, vel ſentiat ictus;
At veluti ſponte, atque illectum ut amore, volenſque;
Sponte quoque extendi veluti vult, nec penetrari,
Motibus & nullis, nulli pugnare figuræ.
Sin gravitatem & adhuc tamen ipſe hoc ordine perſtas
Velle movere, locoque jubes decedere primo;
At ſaltem gradibus conſiſtere poſſe ſecundis
Quis vetet, hiſque pares quis cenſus abnuat olli?
Nempe illam proprium ſi corporis eſſe repugnes
Munus; at eſſe putes in res extrinſecus omnes
Inductam ſummi arbitrio, imperioque potenti
Artificis, talem voluit qui cudere Mundum,
Qualis is eſt, & non alia ratione ciere
Auctificos motus, quam qua vis illa repoſcit.
An pudeat diam hìc pro cauſa adſciſcere legem?
At quocumque velis alio diſſolvere pacto
Naturam, venies ad quoſdam denique fines
Extremos, queis conſiſtas, ut reddier ulla
Non queat ulterius ratio, niſi ſola voluntas.
Sic & ab impulſu peragi qui ſingula rentur,

Si

per vim attractæ, ſed ſponte quodammodo in ſe ipſas agendo ſingulæ, accedant ad ſe invicem. Quod ſi hæc ſententia non placeat, poſſe rem repeti a libera lege Conditoris Naturæ juxta ſententiam cauſarum occaſionalium. Potuit is eam ſancire legem, & motum deinde producere ex occaſione tantæ diſtantiæ proportionalem reciprocè quadrato ipſius; nec illi ſanè facilius fuit aſſumere pro occaſione producendi motus, quod in ea ſententia admittitur, in colliſione corporum diſtantiam nullam, quam in theoria gravitatis in quavis diſtantia determinata aſſumere diſtantiam illam ipſam quamcumque.

Et quidem rem illuſtrat exemplo petito ab ipſa colliſione facta juxta communem ſententiam per immediatum impactum. Cur motus quieſcenti globo communicatur ab alio globo incurrente? Nihil ſanè reſponderi poterit, niſi impenetrabilitatem in cauſa eſſe, cur eorum corporum ſtatus immutari debeat, cum ſine immutatione neceſſario debeant compenetrari. Si ulterius progrediamur interrogando, quid ſit impenetrabilitas ipſa, & unde ortum ducat; dicetur profecto, vel eam eſſe ipſam corporum naturam, vel eſſe liberam legem Conditoris Naturæ. Idem igitur de gravitate dicendum erit: vel eſt ſita in ipſa natu-

Si cauſas iterumque roges, iterumque priores,
Tandem pervenient, ut non penetrabile corpus
Dicant eſſe, unoque ſimul non poſſe teneri
Bina loco; ſed & hujus item ſi exordia quæras
Officii, quo confugient? ad corporis ipſam
Naturam nempe, ad Domini vel juſſa potentis.
  At [1] cur aſtra, obeunt quæ Cælo errantia Solem,
Perpetuos glomerent ſua per veſtigia gyros,
Nec fluidus, per quem nant, æther denique longos
Carpendo motus paulatim extinguere poſſit?
Nimirum ſpatii nihil uſquam prorſus inanis
Si foret in rebus, ſtipata ſed undique in æquis
Materies ſpatiis conſiſteret omnibus æque,
Æquaque iners itidem vis omni in corpore ineſſet,
Quis tum vel gigni motus, vel, ſi editus, idem
Non cito compeſci, penituſque perire valebit?
Ejaculata cavo vix glans erumperet ære,
Protinus effuſo loca per circumſita motu
Imbellis caderet; longoque ex tempore gyros
Sic etiam, incœptos vix primitus, aſtra fuiſſent,
Quæ vaga ſunt, oblita; ſed & gignuntur, & orti
Perſtant ſæpe diu motus, ſeque æthere volvunt
Præſertim vaſto incolumes, nihil inde videre
Scilicet ut longa decerptum ætate queamus;
Corporibus debes proin mixtum agnoſcere inane

Eſſe

natura corporum, vel pendet a libera Conditoris ſupremi lege. Atque hæc ego quidem omnia perſecutus ſum & in Diſſertatione de Viribus Vivis, & in recenti opere de Philoſophiæ Naturalis Theoria.

1 Poteſt & illud, de quo hic agit Noſter, reduci ad claſſem eorum, quæ contra theoriam Newtonianam objici ſolent; quod nimirum medii ætherei reſiſtentia deberet motum paullatim minuere, ac demum etiam elidere totum, ac extinguere. Reſpondet, id quidem debere accidere, & breviſſimo tempore, ſi totum ſpatium eſſet plenum materia; quo caſu & Planetarum, & multo magis noſtrorum projectilium motus ceſſaret omnis breviſſimo tempore. At ſi ingens ſit vacui ſpatii quantitas immixta ita, ut medii denſitas reſpectu denſitatis corporum, quibus motus imprimitur, ſit ad ſenſum nulla; nulla itidem ad ſenſum erit & reſiſtentia. Cum vero reſiſtentiam per multa ſæcula vel nullam experiamur, vel fere nullam; fieri utique debet id ipſum, ut nimirum tenuiſſimum ſit, ingenti copia vacui ſpatii immixta, æthereum fluidum, in quo Cometarum motus peraguntur.

Sunt e noſtri ævi Aſtronomis, qui comparando vetuſtiſſimas obſervationes cum recentiſſimis cenſeant, deprehendi aliquem reſiſtentiæ effe-

ctum

Eſſe, atque ætheriis magna vi fundier oris,
Aſtra pati offenſus ubi non deprendimus ullos;
Alma licet lux, & phœbeius imbuat aer
Illa loca; uſque adeo tenuis natura utriuſque eſt,
Diſtare a ſpatio nihil ut videatur inani.
Sed [1] qui corporibus late ſpatia omnia complent,
Et ſpatii rentur naturam, & corporis unam,
Idem multiplici cunctas res vortice volvunt,
Et cauſam gravitatis in his, motùſque vagantum
Turbinibus ſtatuunt aſtrorum, & quidquid ubique eſt.
Sed, genus hoc, vortex nec jam queat eſſe, nec, eſſe
Si poſſit, longos valeat durare per annos,
Nec, ſi duret, erit, notis ut deferat aſtra
Legibus. En bellum transfertur in hoſtica caſtra,
Dum procul a noſtris inimica avertimus arma
Finibus. In rebus primò [2] locus eſſe videtur
Nullus vorticibus, circum quibus aſtra ferantur
Errabunda; etenim non poſſint ire Cometæ
In partes, ut eunt, omnes, latera omnia Mundi,
Nec minus & contra, quam Cæli ſigna ſecundùm,
Trans & utrumque polum: in regiones ſæpe vagantum
Aſtrorum veniunt, tranſcurrunt ſæpe vel infra;
Proin ſi turbineis vaga motibus aſtra ferantur,
Hi quoque turbineo motu raptentur, oportet;
Non igitur poſſint concepto pergere curſu;

ctum quamvis perquam exiguum; qua de re nihil arbitror ſatis certo conſtare. Sed & hic fortaſſe haberi poſſet compenſatio aliqua, qua ejuſdem reſiſtentiæ effectus impediretur, ut Mundus ſuis legibus, quibus eſt conditus, ſine manu reparatrice diutiſſime durare poſſit, quarum compenſationum plures indicari etiam hic poſſent, niſi nimis in longum res abiret.

1 De gravitate agens delabitur ad vortices Carteſianos, a quibus ipſe Carteſius gravitatis cauſam repetebat, in quorum impugnatione habet multa ex iis, quæ propoſui in mea diſquiſitione in Univerſam Aſtronomiam. Affirmat autem hæc tria, quæ deinde probat: vortices, quales Carteſiani voluerunt, non poſſe exiſtere; ſi exiſtant, non poſſe durare diu; ſi durent, non poſſe ſatisfacere legibus motuum cæleſtium.

2 Probat vortices exiſtere non poſſe ex libero Cometarum motu in omnem plagam. Ii quidem etiam in Planetarum regionem deſcendunt, & eorum multi feruntur etiam contra ordinem ſignorum: ii utique abriperentur cum Planetis, & in ſuis motibus perturbarentur ab iiſdem vorticibus, ſi ii vortices exiſterent, & Planetas circumferrent

Raptatoſque illos cogi, quo turbinis urget
Vis ea, deducique ſuo de tramite cernas;
Cum tamen uſque ſuo properent impune meatu.
Quod ſi quemque velis penetrari vorticis æſtum
Vorticibus variis, & turbine ſemper in uno
Pluribus eſſe locum: proin turbine quemque Cometam
Ire ſuo; tam diverſos involvere motus
In ſpatiis iſdem atque una regione quis auſit,
Tantùm nempe ſua fretus ratione? quis omnes
Certos in cæco verſari poſſe tumultu
Aſſerat, atque uno pariter debere, ſuoque
De tot vorticibus pulſari quemque Cometam,
Deduci & proprio nuſquam, & deflectere curſu?
Nonne hoc a vera demum ratione remotum eſt
Haud minus, in noſtro pariter quam ſi aere fingas
Flumina materiæ totidem procurrere, quot ſunt
Diverſi rerum projectarum aere motus?
Cumque lubet lapidem varianti emittere niſu
E funda, magis ut procurrat ſæpe, minuſve,
Præſto materiem tibi protinus eſſe ferentem,
Partitis velut officiis, non quamlibet, at quæ
Id peragat tantùm, quod ea ratione jubetur
Non alia, ſolumque illum quæ deferat ictum?
  Sed [1] jam, ſi libeat, conſtantem concipe ſummam
Vorticibus totidem, quot toto ſidera Cælo
Fixa micant, proprio & dominari in vortice Solem.
Cur ſibi non fuerint damno, exitioque viciſſim
Tam varii motus? turbarier, inque pediri
De-

ferrent in gyrum. Quod ſi quis dicat vortices eſſe plures, quorum alii alios penetrent, & per ipſos ferantur, ac ſinguli Planetas ſingulos, & Cometas circumferant; id, affirmat, fore æque ridiculum, ac ſi quis in aere ſibi confingat tot parabolicos vortices, quot ſunt projecta, quæ gravitatis vi parabolas deſcribunt.

1 Exiſtant jam, inquit Noſter, ii vortices ita, ut Fixa quævis habeat ſuum, & ſuum itidem Sol: ii deberent ſe invicem turbare ibi, ubi ſe contingunt, & in unicum demum generalem abire vorticem: is autem ipſe deberet paullatim ſemper magis de ſuo motu deperdere aliquid, ob ipſum aliquem incurſum mutuum ſuarum partium, & aliquam materiæ tenacitatem, cujus actione ea ſemper ad quietem vergit. Accedit multo major difficultas perſiſtendi pro minoribus vorticibus in majore concluſis, ut vortice Saturni, Jovis, Terræ, in vortice Solis. In his minoribus vorticibus cum partes e diametro oppo-

Debebant occurſantes in finibus altis
Paulatim, multique a multis vincier, atque
Confundi, fieri junctis & ab omnibus unus?
Ultimus hic perſtare diu tamen haud potuiſſet;
Nam per ſe confuſus, & in ſua concitus iſſet
Pernix exitia: adverſis offenſibus inter
Se partes aliquid de motu amittere primo,
Et detorqueri varie, & confligere ſemper;
Creſcere pernicies paulatim, & in intima labi,
Demum magna quies, & iners ſtipata jacere
Materies. Porro quam non diuturna fuiſſet
Vorticibus parvis in magno vortice clauſis
Ætas, ut Jovis, & Saturni creditur eſſe,
Et Terræ vortex in magno vortice Solis!
Nam cum in circuitus alienos ire neceſſe
Sit, retro quæ ſunt partes, ſubterque locatæ,
Inveniunt propriis obſtacula motibus extra;
Ergo aut ſiſtuntur, vel quo non convenit ire,
Concitæ eunt, aliaſque ſuo immiſcere tumultu
Gaudent, & varia pellunt regione, feruntque:
Sic in fluminibus quoque reddi his parva ſecundis
Tempora vorticibus, præſertim ubi flectitur alveus,
Cernimus; intereunt vix orti, impletque cavatos
Protinus unda ſinus, quos fecerat ante retorta.
Præterea vortex aliquod conſiſtere tempus
Poſſit, ſi libeat, qui ſe æquos flectit in orbes;
At compreſſus ab hac, & ab illa parte tumeſcens
Quid dubites, quin ſe cito per ſe deſtruat ipſum
Nectens ipſe moras, & miſcens cuncta tumultu?

oppoſitæ, nimirum quæ interiores Solem ſpectant, & quæ exteriores ab eo avertuntur, debeant moveri directione contraria, debet earum motus in altero locorum eſſe contrarius motui vorticis ſolaris, adeoque ibi debet haberi colliſio quædam, & impedimentum progreſſui motus illius; quæ brevi vorticem ipſum minorem extinguant. Sic in fluviis, præſertim ubi alveus inflectitur, videmus ejuſmodi vorticulos, qui pariter intereunt vix exorti. Demum utcumque aliquandiu durare poſſit vortex circularis; is, qui pluribus in locis comprimatur, quemadmodum ſuos vortices Carteſiani volunt comprimi, ut Planetarum ellipticos inducant motus, durare omnino non poterit, ea vi deſtruente vorticem, quæ creditur ipſum comprimere.

Demum [1] turbineos ut jam & conſiſtere motus
Largiar, & longos convolvi poſſe per annos;
Num tibi propterea his peragetur, quidquid ubique
Conſpicimus fieri Terram Cælumque per omne?
Ut diverſa forent, quam nunc ſunt, omnia vulgo?
Principio vortex ſi deorſum corpora cogit
Delabi gravia in Terram, & ſubtilis eodem
Pellit materies, quæ circa vertitur axem,
Cur ſunt in punctum medium directa, nec ipſum
Terræ pulſa petunt axem propiore meatu
Omnia? Cur pelagi ſe flectunt æquora in orbem,
Æque obeunt axem nec circum quaſque per oras,
Ex una planam faciunt neque parte figuram,
Scilicet in Boream Tellus qua tendit ab Auſtro?
Quandoquidem corpus, quod circumfertur, ab orbis
Quodque ſui medio tentat fugere, atque repellit
Introrſum, quæ ſunt conatu verſa minori.
Hoc videas, hæc ſtructa tibi ſi machina conſtet.
Vitreus aptatur globus, ut ſuper axe revolvi
Te verſante queat, lympha tamen ante repletus;
Fruſtaque, quæ poſſint extare natantia, rerum
Clauduntur, fucata tamen, ne merſa lateſcant.
Immoto hoc vitro ſuper undam educta natabunt;
Non ita, ſi celeres cœptes agitare per orbes;
Deſcendentia paulatim coguntur in axem

Nam

1 Demum probat illud, vortices ipſos, etiamſi exiſtant, & durent, non eſſe pares præſtandis iis motibus, qui in Planetis obſervantur.

Atque hic primo loco oſtendit a vorticibus non poſſe repeti cauſam gravitatis corporum terreſtrium in Terram, uti Carteſiani voluerunt. Vis centrifuga orta ex converſione materiæ vorticis debet ea, quæ minore ſunt prædita motu centrifugo, urgere verſus centrum motus circularis; at centrum motus circularis particularum vorticis, non eſt unicum aliquod totius vorticis centrum, ſed ſunt omnia puncta axis. Hinc gravia extra æquatorem ſita non deberent niti verſus centrum Terræ, ſed verſus axem, & figura marium non deberet eſſe ſphærica, ſed cylindrica. Et quidem id ipſum experimento confirmatur ſubjiciente rem ipſis oculis. Impleatur aqua globus vitreus, in qua innatent fruſtula levioris materiæ, ſed colorata, ut videri poſſint. Dum vas quieſcit, ea colliguntur in ſummo vaſe ob minorem illam gravitatem ſuam; ſi autem ipſum vas motu veloci agatur in gyrum, tum illa fruſta a prævalente vi centrifuga particularum aquæ truduntur verſus axem, & ibi

Nam medium, non in formam ſtipata pilai,
Sed ducentia ſe in longam, teretemque figuram.
Præterea [1] hic mirus, qui Terram circuit æther,
Unde venit rebus gravitas, ut corpora deorſum
Poſſit trudere agens, debet majore profecto
Mobilitate rapi, quam qua ſe Terra revolvit
Axe ſuper; ſuper & Terra volvente locatum
Corpus de medio conatum profugiendi
Concipit, exiguum præ niſibus at gravitatis,
Nam prope tercentum decedit partibus ille.
Ergo hic ut fugiens gravitatem exæquet eandem
Conatus, ſeſe convertere corpus in orbem
Debebit circum Tellurem mobilitate,
Quæ bis ob octonum velocior incrementum
Scilicet eſt illa, qua ſeſe corpora volvunt
Illic in Terra, quo latior ambitus extat.
Proin & adhuc æther majori mobilitate
Se convertere debet; at his conatibus ipſe,
Dum fugit a medio, ſi corpora deprimat intro,
Et cadere in Terram cogat, quanto magis illa
Trudat agens ſecum, directoque impete raptet?
Impete quo ſilvas, turres, & celſa domorum
Culmina humi, totas etiam proſternat & urbes:
Omnia quin avulſa fero tum flamine ſecum
Corripiat. Fors propterea ſed flamine ab iſto

& ibi non quidem in ſphæram, ſed in cylindrum conformantur. Quæcumque contra hanc rationem propoſita ſunt a Carteſianis, nullam ſanè vim habent, quorum aliqua proponemus in ſupplementis.

1 Alium hìc validiſſimum proponit argumentum petitum a velocitate materiæ vorticis neceſſaria ad generandam gravitatis vim. Ea velocitas, quam habent ex motu diurno corpora terreſtria in ipſo æquatore, generat vim centrifugam multo minorem vi gravitatis; eſt enim vis gravitatis, quam experimur, exceſſus gravitatis, ut vocant, primitivæ ſupra vim centrifugam ipſam, qui quidem exceſſus ad eam vim centrifugam juxta Newtonum propoſ. 13 lib. 3 Principiorum eſt proximè, ut 288 ad 1, adeoque tota gravitas ad eam vim, ut 289 ad 1, ſive, ut Noſter exprimit, prope tercentum partibus major. Hinc in materia vorticis ad generandam eam vim requireretur velocitas multo major; ſunt enim juxta num.265. ſupplem. tomi 1 vires, ut quadrata velocitatum diviſa per radios, adeoque velocitas illa deberet eſſe 17 vicibus major, quam velocitas motus diurni, & exceſſus velocitatis, ſive velocitas reſpectiva fluidi reſ-

Interius prorſum penetrari corpora dicant,
Sentiri ætherius ne impulſus poſſit, & ingens
Plaga, nec avelli quidquam, raptumque moveri.
Verùm quæ projecta cadunt, deorſumque revertunt,
Cur ea non penetret quoque tunc, adeatque ſine ictu?
Cur latere hoc tantùm, cur hac regione reſiſtat
Materies? Mireris aquam, quæ pondera ligni
Vi depreſſa vomit ſurſum, levioraque rerum
Cætera, ni videas prono quoque flumine ferre,
Aſt ea, præcipiti quanquam amne, immota natare.
Utque hæc materies cogit deflectere Lunam
Circum, cur etiam non circum hæc corpora pellat?
Vel cur non Lunam deorſum deturbet, ut illa?
  Demum [1], quod ſupereſt, totus cum vorticis æſtus,
In quo verſatur medius Sol, & vaga circum
Sidera, converti ſuper uno debeat axe
Illo ipſo, Solem qui trajicit, omnia certe
Sex vaga debebunt quoque circa hunc ſidera volvi;
Cur igitur vario declinant omnia flexu?
De mediique abeunt, quo vis properantior, orbis
Æquore, & huc illuc tentant diverſa meatus?
Præterea qua tum poterit ratione figuram
Aſtrum unumquodvis de coni ſegmine primam
Signare, & facere, ut reſpondeat area ſemper

Tem-

pectu velocitatis motus diurni 16 vicibus major ipſo diurno motu, qua reſpectiva velocitate id fluidum incurreret in noſtras turres, & corpora reliqua extantia in ſuperficie Terræ. Ea tam immanis eſt, ut debeat momento temporis evertere omnia, & abripere; mirum enim, quam in immenſum ſuperat velocitatem venti cujuſvis validiſſimi.

Nec reponi poteſt id non accidere, quia materia vorticis penetrans intimos quoſque poros reſiſtentiam non patitur, nec tantum impulſum gignit: ſi enim id ita ſit, multo minus per ſimplicem preſſionem ageret, adeoque nec tantam gravitatis vim gigneret, quæ immanem labentium ex alto rupium velocitatem parit, nec Lunam abriperet in gyrum motu ſuo. Quæ ad ea præſtanda tantum poteſt, everteret utique & turres, ac motu præcipiti, quæcunque in ſuperficie Terræ ſunt ſita, ſecum abrepta longiſſimè aſportaret. Idem eſt ſanè tantam tribuere ei materiæ vim ad premendum deorſum, & nullam ad impellendum vehementiſſimo incurſu, ac dicere, poſſe lignum aquarum gravitate prævalente ſurſum protrudi, ſed deinde in medio præcipiti curſu fluvii cujuſpiam poſſe immotum & quietum innatare.

1 Proponit hic demum Noſter ea, quæ ex Planetarum motu contraria ſunt theoriæ vorticum. Primo quidem illud. Vortex ſolaris uni-

Temporibus? Qui propterea vult ire fluentem
Sic in vorticibus ſtipatam materiæ vim,
Scilicet, ut, quidquid clauſum quocumque ſub arcu eſt,
Directoſque inter geminis a finibus arcuum
Ad Solem, & medio coeuntes Sole meatus,
Par & ſemper idem ſit, porro quamlibet arcus
Mutetur, ſiquidem ſi fiat hic amplior, atque
Ad Solem flexus tanto diductior, unà
Curtari laterum debebit ſemita duplex,
Quantum opus eſt; contra his protenſis longius, arcus
Fit brevior, flexuſque adſtrictior, area ſemper
Conſtet uti ſibi par; procul a ratione vagatur,
Talia qui fieri putat, inquam, poſſe: quis æquo,
Materiæ dedit, ut partiri limite campos
Inter ſe valeat? Se, quo monſtrante, peritam,
Mentis inops cum ſit, tam doctæ reddidit artis?
Scilicet impulſu id ſolo, plagaque geratur?
Tum, ſi vicini ſic poſſit motus & orbis
Mercurii, qui non turbatur ab interjecto
Aſtro alio, conſtare, queant conſiſtere motus
Aſtrorum, quæ ſunt porro ſuperedita, & orbes?
Materies defert quæ Martem, extenditur ipſum
Non uſque ad Solem, ſed Terræ clauditur inter
Atque Jovis fines; jam ſi par area Martis

unicum axem deberet habere totus, adeoque Planetæ non poſſent conſtanter deferri in planis ſe mutuo interſecantibus, ſed in eodem plano æquatoris ſolaris, in quo motus vorticis eſt velociſſimus.

Tum illud, non poſſe conciliari vortices cum forma elliptica, & areis tempori proportionalibus, ubi impugnat illud, quod Jacobus Caſſinus ad vortices tuendos olim propoſuerat, quod nimirum cum materia vorticis ex uno ſectore in alium tranſlata eadem ſit, idem etiam ſpatium continere debeat; unde æqualitas arearum proficiſcatur. Nam in primis unde ſit id ipſum, ut quæ materia quodam tempore in uno ſectore ſimul fuit, eadem ſimul ſit deinde in alio? Id eſt contra naturam vorticis; nam requireret, ut quæ fluidi particulæ in una recta tendente ad Solem ſint ſemel, ſemper itidem ſint in una pariter recta ad Solem tendente, dum e contrario in vortice eæ, quæ remotiores ſunt, minorem habent angularem motum. Deinde utcumque id pro Mercurio inſervire poſſit, non poteſt ſanè pro aliis ſuperioribus Planetis; nam materia, quæ Martem ex. gr. defert, non extenditur uſque ad Solem, ſed clauditur inter orbes Terræ, & Jovis, & arearum fruſta hiſce orbibus finita, non ſunt æqualia, ſed totæ areæ uſque ad Solem. Hinc motus vorticis aptatus uni Planetæ

In Solem protenſa ſibi ſit ſemper in æquo
Tempore, non poterit Terræ par eſſe, neque almæ
Quæ teritur Veneris curru, aut pernicibus alis
Mercurii: aptatum ſic aſtrum cætera ob unum
Turbentur; properent plus, quam properare videmus
Sæpe ea, vel cunctentur, ubi eſt mora nulla citatis.
At [1] quidam in pelago voluit primùm eſſe locatum
Aſtrum ibi turbineo, gravitas ubi particularum
Extiterit minor; illud enim conſcendere ſurſum
Debuit, atque ſuos celerans tranſcurrere fines,
Seque in particulas graviores mergere porro;
Tum cogetur ab his, advenerat unde, reverti
Compulſum; rurſum ſalit, & deſcendit, ut ante,
Poſt etiam rurſum; ſic pauſa eſt nulla meandi,
Has ſine fine vias relegit, ſemperque revolvit.
Interea in gyros circumvolventibus ibit
Flexum a particulis; tum ſi, quo tempore gyrum
Conficit, hoc & itus etiam perſolvat, & illos
Reflexum reditus, ſignare videbitur ovi
Ductum iter in ſpeciem, per idem & ſe volvere ſemper.
Tempus at id gyri brevius ſi conſtat, idipſum
Ire iter antrorſum ſpectabitur, ire retrorſum,
Si contra gyri tempus diuturnius exit.
Tanto ſed quid agit rerum molimine? ſemper
Labendique vices, ſaliendique eſſe neceſſe eſt,
Nec minui, neque poſtremo finire fluenti

Illa

tæ non reſpondet aliorum motibus, & eorum areas conſtantes evertit, ac eam, quam in iis obſervamus, velocitatem penitus tollit.

1 Hìc aliam impugnat Bernoullianam conciliationem vorticum cum forma orbis elliptici. Is in diſſertatione, quæ habetur inter præmio donatas ab Academia Pariſienſi anno 1738, ſic rem expedit. Concipiatur Planeta poſitus in ſuperiore parte vorticis, in qua non æquilibretur cum ipſa materia vorticis, ſed debeat deſcendere, dum in gyrum abripitur ab ea ipſa materia: is deſcendet infra locum æquilibrii, tum aſcendet, & oſcillabit; ac ſi una oſcillatio abſolvatur eo tempore, quo abſolvitur unus circuitus, habebitur motus ellipticus.

At in primis ille oſcillatorius motus aſcendendi, ac deſcendendi intra illud fluidum deberet utique ob reſiſtentiam ipſius fluidi paullatim minui, ac demum extingui, ut extinguitur motus oſcillatorius penduli in aere, & multo citius in aqua: deinde quam multas oportebit arbitrarias hypotheſes excogitare, & confingere, & quam varias ſine ulla certa lege denſitates,

ac in-

Illa in materie, quæ quiddam e motibus aufert
Continuo obſiſtens? veluti vibrata per auras
Virga ſuos demum procurſus pendula ſiſtit.
Accidet & porro, ſurſum deorſumque meantis,
Propter denſatas non æque in vortice partes,
Aſtri ut non aliter varientur mobilitates,
Quam res poſcat, uti reſpondeat area ſemper
Temporibus, conique e ſegmine conficiantur
Tantùm orbes primo? neque quidquam motibus ulla
Obſtet parte ratis, aut exeat ordine certo?
Nonne vides quantas fingendo cudere leges
Mens debet, varie queis denſæ ſint celereſque
Pro ſpatiis partes, aſtro & pro quoque novatæ
Diverſo? varie commutat quodlibet aſtrum
Nam ſpatia, a Solis quibus imo limite diſtat.
  Aſtrorum [1] inter ſe varios jam confer & orbes,
Scilicet efficies nunquam hìc, ut tempora conſtent,
Et ſpatia inter ſe, ut debent conſtare viciſſim,
In ſeſe repetita ut tempora nempe referri
Poſſint in ſe itidem ſpatia ad repetita bis, ante
Ut docui; quoniam ut quævis diverſa fluentis
Cruſta velut, quæ ſe circumfert, materiai
Tali lege queat flexos finire meatus,
Eſt opus, in ſeſe repetitæ mobilitates
Pro ſpatiis ut decreſcant creſcentibus ipſis.
At cum particulæ conſtent in vortice quæque
Natura ſimili, quam longe mobilitates

Ordi-

ac inter ſe pugnantes velocitates fluidi illius ad hoc, ut motus oſcillatorius combinetur cum circulari ita, ut pro ſingulis Planetis illa ſua determinata obveniat Ellipſis, & quidem cum areis æqualibus?

1 Addit hìc tertiam Kepleri regulam, quæ cum vorticum ſyſtemate conciliari non poteſt. Quadrata temporum proportionalia cubis diſtantiarum requirunt velocitates medias Planetarum tales, ut earum quadrata ſint eo majora, quo minores ſunt diſtantiæ, nimirum ſint in harum ratione reciproca. Porro in vortice ejuſmodi conſtante materia homogenea celeritates debent eſſe in longe alia ratione. Noſter hìc innuit tantummodo methodum, qua in ejuſmodi velocitatum rationem inquiritur, concipiendo nimirum quemvis orbem ſphæricum tenuiſſimum, & conſiderando illud ipſum ab inferiore magis veloci debere accelerari tantum, quantum a ſuperiore minus veloci retardatur. Porro quæ huc pertinent, & Noſter affirmat tantum, exponemus, & demonſtrabimus in ſupplementis de more.

Ordine pro ſpatiis diverſo progredientur!
Progreſſus erit hos reperire, ubi quamque fluentis
Materiæ cruſtam ſubtilem finxeris eſſe,
Interior celerans tantùm quam cruſta propellet,
Quantùm a contigua tardabitur ipſa ſuperna.
Ut [1] Faber occurrit lapſuris ædibus, atque
Tecta novat, mutatque trabes, lapideſque revulſos
Inſerit, & ferri nectit laxa omnia nodis;
Sic fabrefactum opus hoc, qua parte eſt rima reperta,
Cura Virum reficit, ſed inanis; plurima mutant
Nequidquam, quoniam faciendos omnis inepta eſt
Materies prorſum auctificos ad vorticis æſtus.
Jam cum conſimili a natura particularum
Vortex confieri non poſſit, qualis egemus,
Diſſimiles ad particulas tum protinus itur,
Quæ nequeant æque denſarier, & celerare.
Denſior in ſpatio eſt Soli propiore locanda
Materies; quod qui poſſit? cum denſior omnis
Majores medio fugiendi a vortice niſus
Concipiat, raraſque loco deturbet ab alto,
Et ſeſe ſtatuat per ſe in regione ſuperna.
Præterea loca cuncta vacant quia prorſus inani,
Turbineo primus quod ab æſtu Fictor abegit,
Jam quid denſius eſſe poteſt, quid rarius illic?
Omnia ſunt ſtipata æque, majorque minorque
Particula eſſe poteſt, at non quæ denſior extet
Materies alia, neque contra rarior ulla.

Sic

1 Poſteaquam innotuit vortices, ut a Carteſio fuerant propoſiti, pugnare cum hac tertia lege Kepleri, alii alias reformationes ejus hypotheſeos adhibuerunt, quos hìc Noſter reſpicit. Inter hos Bernoullius ad diverſam confugit denſitatem fluidi in vorticem abrepti. Is tamen, ut in ſupplementis videbimus, invenit ejuſmodi progreſſionem denſitatis neceſſariam eſſe ad habenda quadrata temporum proportionalia cubis diſtantiarum, ut ipſa denſitas major ſit in minore diſtantia a Sole. Id ipſum jam repugnat; nam denſior materia ob majorem centrifugam vim ſemper ab axe vorticis recedit magis, rariore ad ipſum detruſa, uti & experimento ſuperius memorato fit manifeſtum. Præterea cum per Carteſianos nullum ſit vacuum, nullum in vorticoſo fluido denſitatis diſcrimen eſſe poteſt.

Hæc Noſter: accedit autem & illud, quod, quæ ratio velocitatum angularium in motu fluidi eſt neceſſaria ad quadrata temporum proportionalia cubis diſtantiarum, eadem eſt contraria æqualitati arearum, & viceverſa, quæ omnia itidem in ſupplementis videbimus.

Sic [1] male compacti primùm, licet ipſa favere
Viſa fuit fortuna novis, poſt ſæpe recuſi,
Primùm & tentati leviter, ſed deinde inimica
Sæpe laceſſiti, & quaſſati vi rationis,
Denique turbinei prorſus cecidere tumultus.
Jam quid materia eſt ſubtilis, & ætheris aura
Illa levis, quæ trans impervia cuncta meabat,
Impulſuque potens cuncta omniparente ſtruebat?
Quid tria ſunt elementa illa, unde exorta putatum eſt
Omnia, ſcobs, agileſque globi, moleſque ſtriata?
Scilicet in putres reſoluta abiere ruinas,
Et ſpeciem præbent magnam, ut Cartaginis altæ
Illa diu per humum veſtigia viſa; vigentis
Urbis enim motus, populique ferocia bella,
Et vires, & opes repetebat mente viator,
Orbis & imperium jam totius affectatum.
Succeſſit Gravitas, ſubmiſit & omnia victrix
Protinus, atque alte Cælo ſublata refulſit
Sola potens ima, & media, & conjungere ſumma,
Iam quibus ipſa ratis immenſum temperat orbem
Legibus, exterius nobis non invida claram
Extulit in lucem, communia fœdera pandens;
Nec levia inducit nos per veſtigia tantùm,
Magnarum defert ſed prorſus in intima rerum,
Et, quæ nativa ſunt obſita nocte, recludit
Funditus, & tenui dat quæque evolvere filo,

Con-

1 Hiſce argumentis impetitam vorticum theoriam, aſſirmat, demum penitus concidiſſe, licet hæc hypotheſis cum tanto plauſu excepta fuerit in ipſo primo exortu ſuo: cum vorticibus autem concidiſſe ſimul totum Carteſianum ſyſtema trium elementorum, quod videbatur eſſe quædam veluti clavis ad omnes Naturæ aditus reſerandos: ei ſyſtemati collapſo gravitatem ſucceſſiſſe, quæ tot phœnomenorum rationem reddat non vagam illam quidem, & indefinitam, ac confuſam, ſed diſtinctam, ſed ſingularia quæque per accuratos calculos exhibentem.

Hìc autem occaſione arrepta epiſodium finale adornat poetico lepore, ac venuſtate ſumma exponens, ac celebrans aliam quandam vim analogam illi generaliori, cujus gravitas, juxta ea, quæ dicentur libro 10, eſt quidam veluti ramus, ſed analogam tantummodo, non ejuſdem generis, non materialem, quæ agat in Brutorum animas, & illum pariat, quem dicimus inſtinctum, quin etiam in animos noſtros, quos inclinet, & pertrahat, quamvis arbitrii libertatem, & poteſtatem obſiſtendi relinquat.

Contemptimque ſinit nil jam tranſcurrere, fidens
Scilicet ipſa ſibi, & rerum ſecura ſuarum.
Humanæ non hæc ſimulacrum, ut plurima, mentis,
Ingenioque refert ſua non exordia noſtro,
Inventa eſt nobis, non edita, rebus ab ipſis,
Quas agitat, verſatque, educta eſt ſcilicet, atque
Prodita, & hinc cupidas in mentes inſinuata.
Procedit velata caput, vultùſque nitorem
Obtegit, & noſtris animorum obtutibus arcet;
Vim tamen eſſe ſuam monſtrat, propriumque vigorem,
Quo procul inter ſe diſtantia corpora nectit.
Sed [1] num cuncta ſibi ſubdat, dominetur & una
In rebus? cieat, quotquot ſunt, undique motus
Sola omnes, nihil ut conſtet jam denique quovis
Vel tenui in ſpatio mutatum, in corpore quovis,
Quod non ipſa ſua moderatrix conficiat vi?
An potius vires diverſa a ſtirpe receptans
Sit veluti quidam diffuſus in ardua ramus
Sidera, præterea tamen ut ſe multa propagent
Radice hinc illinc ramorum brachia ab una?
Quæque ſuas referant vires, disjunctaque præſtent
Officia, unde in res varii ſint germina motùs,
Et varii pariter nexùs, ut denique poſſit
Multiplex adeo conſurgere, certus & ordo
In magnis, minimiſque, & grandia, parvaque prendat.
Stipite nimirum vis diffundatur ab uno
Irorans veluti vitalibus omnia ſuccis,
Rebus & auctificos motus dans, exagitanſque,
Adducens, removenſque, ligans, ſolvenſque viciſſim,

Non

1 Newtoniani gravitatis legem extendunt plerumque ad omnes diſtantias tam ingentes, quam exiguas, ubique decreſcentem in ratione reciproca duplicata diſtantiarum. Juxta meam theoriam, quam Noſter exponet lib. 10, lex virium in majoribus diſtantiis accedit quamproximè ad rationem reciprocam duplicatam diſtantiarum, ſed in minimis ab eadem recedit in immenſum, ac exponitur per curvam quandam, cujus poſtremum crus accedit ad curvam gravitatis Newtonianæ quamproximè, in minoribus autem diſtantiis contorquetur circa axem, & in minimis exhibet repulſiones auctas in infinitum, ubi in infinitum diſtantiæ decreſcant. Hinc in ea ſententia gravitas eſt tantummodo quidam ramus legis generalis virium, a qua unica generali lege ego repeto omnia Naturæ phœnomena, & omnes motus. Huc reſpicit hic Noſtri locus.

Non temere, at legum ratio velut ipſa repoſcit
In paucis nota, in cunctis certiſſima rebus.
Jam tu, quæcumque es, quæ vires una profundis
Tam varias, tanquam ſœtus, Vis alma, feraces,
Salve mira opifex Mundi, o communis origo
Fœderis, omniparens & amor, rerumque voluptas,
O elementorum Venus, o Natura capaci
Cuncta ſinu capiens, vel quo tu nomine dici
Cumque velis alio, non grandibus impare factis.
Nos [1] tibi ſubjicimus ſed inertia corpora tantùm,
Et Mundum hunc ſpatiis diſtenſum, diſpoſitumque.
Tu ne te Mundo longe meliore regendo
Immiſcere velis; mentes contingere noſtras
Interius nequeas, animi tua juſſa recuſant.
   Attamen eſt aliquis quoque mentibus impetus, & vis
Indita, non qualis late per corpora fuſa eſt,
At certa tamen inflectens ratione, agitanſque
Interius noſtros animos, ut protinus inde
Poſſint tam varii gigni ſub pectore motus:
Sed penetrare animis animorum impervia nondum
Contigit, & ſeriem arcanam cognoſcere morum,
Excutere & latebras omnes, motuſque repoſtos.
Tempora forte manent noſtros ea fauſta Nepotes.
Se produnt aliqua, at longe modo tenuia nobis
Indicia; iſta ſequi, quæſiſſe & proderit olim
Plurima; nunc ſat erunt faciendo in poſtera ſæcla
Augurio, & tanta ſpe mentibus alliciendis.
   Principio [2] ſi mens animantum bruta videtur

Eſſe

1 Hìc eidem vi ſuos deſignat limites: ea eſt mutua inter omnia materiæ puncta, & ad ſenſibilem Mundum pertinet, nam ab ea pendet in mea theoria impenetrabilitas, cohæſio, gravitas, quin immo omnis ſenſibilitas ipſa, nullum autem in animas jus habet, ſive eæ Brutorum animæ ſint minus perfectæ, ſive noſtræ ſpirituales, ac perfectiores animi. Addit tamen eſſe & aliam vim alterius generis, nimirum non materialem, quæ in animos quoque poſſit; ac certis quibuſdam legibus agens, eos inflectat, & varios motus excitet, eos nimirum, quos in nobis ipſis indeliberatos experimur quamplurimos. Eas leges, ait nunc quidem incognitas eſſe nobis, quas olim fortaſſe poſteritas deteget, uti nimirum & gravitatis lex uſque ad Newtonum fuit prorſus incognita.

2 Primo quidem hic a Brutis exordium ducit, quæ animam habere innuit a materia diſtinctam, & ipſa materia nobiliorem. De ea egi ego quidem in adnotationibus,

& ſup-

Eſſe aliquid majus, quam quod de corpore ducit
Exortum, vires ſentire ad multa trahentes
Quis dubitat? propriæ quærunt cur commoda ſtirpis?
Quid teneram matris compellit ad ubera prolem?
Implumes avium quid hiare coegit ad eſcam
In nidis fœtus, quid matrem ferre labores,
Inque fovere diu, blandirier, atque tueri?
Verna parat fieri cum primùm mater hirundo,
Fictile ſub trabibus ſibi par ſobolique ferendæ
Condit opus; condunt de ſpinis undique lectis
Alcyones, ſcopuliſque infigunt tecta ſub altis
Uſque adeo mira compagine nexa, reſolvi
Ut nequeant undis, nec adiri; condit & altis
In ramis Philomela ſuos de ceſpite nidos.
Has artes ſub quo primùm didicere magiſtro?
Unde & inexpertæ norunt, quid poſtulat uſus?
Cur ſimiles faciunt, quas jam fecere parentes,
Atque pares operas? non hæc vis inſita quædam eſt,
Ultro quæ trahat huc indocta atque inſcia corda?
Mutat avis peregrina plagas, quæritque tepentes
E gelidis oras regionibus, æque tepore
Immodico fugit in deſertos ante receſſus.

Dum

& ſupplementis lib. 1: eam Scholaſtici omnes per tot ſæcula cenſuerunt nec materiam eſſe, nec ſpiritum, ſed ſubſtantiam incompletam materialem, quæ poſſet cognoſcere, & ſpontaneas etiam operationes exercere, dependenter tamen a materia ita, ut pereunte corpore perirent & ipſæ, nec ſine illa determinata materiæ conformatione, quæ ad corpus organicum requiritur, ejuſmodi operationes animales exercere poſſet, poſſet autem cum ea: alii autem e Recentioribus plerique eandem appellat ſpiritualem ſubſtantiam, ſed noſtra imperfectiorem; nec præter Carteſianos ſolos ulla alia, quod ſciam, Philoſophorum ſecta aliquod animæ genus denegavit Brutis a materia diſtinctum.

Hìç autem illud tantummodo monendum cenſeo, ineptum ſanè fore illum, qui cenſeat confundi poſſe hæc duo: eſſe materiam, & eſſe ſubſtantiam in operando, ac exiſtendo dependentem a materia: ut & hæc duo: agere dependenter a materia, & actionem eſſe puram combinationem materiæ. Omnis fere Scholaſticorum Catholicorum multitudo, inter quos tam multi primæ notæ, & ſummæ auctoritatis Theológi, admiſerunt in Brutis animam in hoc ſenſu materialem, & admiſerunt illud, Bruta exercere operationes ſuas, ac determinate hoc ipſum, cognoſcere, & ſponte agere, dependenter a materia, quin iidem admiſerint quoque, cognitionem eſſe puram materiæ combinationem, qui quidem multo mi-

Dum migrat, pulchrum liquido deducitur agmen
Aere, ne nimium venti, nubeſque morentur.
Quis docuit Menſor pulchras aptaſque figuras,
Excepiſſe quibus ventos & nubila poſſent?
Quis Terræ faciem in tabula depinxit, ut illinc
Opportuna ſibi legerent loca tramite certo?
Quidam quo raptat vigor intus, pergitur illuc
Scilicet, & varios tentant exinde volatus.
Inſpice pulvereos per campos ordine longo
Formicarum acies; ſegetem ſectantur in arvis,
Atque onera important ſcrobibus, prædamque cavatis;
Fervet opus, releguntque viam, repetuntque laborem.
Sed tanto fera parva quid efficit utile niſu?
Proſpicit illa hyemi, longùm qua languida torpet,
Plurima cum nullas hyemes, neque viderit ulla
Frigora? Nimirum ſibi longo accommoda ſomno
Tecta parat, ſegetemque locat, quam corpora poſſit
Sternere parva inter, brumam & defendere membris.
Neu tumeat faciles terra ſeges abdita in herbas
Eruptura, illa corrodit parte, futuræ
Prodiret ſpecies qua parvo a ſemine ariſtæ.
Hæc tu ſcire putes animantem, & noſcere cuncta

Menſi-

to minus aut metuerunt, aut etiam cenſuerunt metui poſſe, ne inde deduceretur, cogitationes animæ noſtræ tanto perfectioris, & independentis a materia in exiſtendo nihil eſſe aliud, niſi puras materiæ combinationes, quæ eſt impia Materialiſtarum opinio.

Porro hìc Noſter oſtendit illam vim, quam ſuſcepit celebrandam, agere in haſce Brutorum animas, & cum in iis parere, quem appellamus inſtinctum. Hujus generis operationes hìc plures congerit ſanè miras, & ad probandum id, quod ſibi propoſuit, perquam idoneas; nimirum eas, quæ pertinent ad ſpeciei propagationem, ubi admirabilem nidorum textum commemorat, nullo magiſtro fabricatorum: eas, quæ pertinent ad avium tranſmigrationes in plagas diverſis anni tempeſtatibus accommodatas, nulla duce Geographia, & in hiſce ipſis tranſmigrationibus ordines in volatu ad aerem proſcindendum aptiſſimos: tum formicarum providentiam, & æſtivos labores pro frumento in hyemem præparando, quo ſe foveant tum, cum maximè torpent, & diutiſſimè quodam veluti ſomno obruuntur; quæ quidem præſtant etiam ante, quam ullam hyemem viderint; ſi enim recens exortæ formicæ a ſenioribus ſeparentur; adhuc tamen eidem labori dant operam: ubi illud mirum, quod frumenti punctum germinans arrodunt, ne ſepultum granulum fœcundetur, & radices agat.

Hæc omnia, cum non ſit, unde ea formicæ poſſint addiſcere, fiant, oportet, inſtinctu quodam, nimirum quadam interna vi, quæ eo impellat ipſas earum animas.

Menſibus aut paucis prognatam, aut forte diebus?
Nempe rapit quidam has, &, quo rapit impetus, itur.
Quæ [1] vomit e parvo, net aranea, corpore fila.
Retiaque intexit liquidis pendentia in auris.
Hinc illinc videas affixo ut fune teneri
Saxa inter ramoſque leves, velut alta tenetur
Ad ſcopulos puppis circum religata manentes;
Artis opus miræ; circumplicat orbibus orbes,
Alligat &, radiis ex omni parte profuſis
Ante, tenax filum, extremis rareſcit in oris
Denſior in medio, pellucida quæ plaga conſit,
Sed duri mage ſunt in ſummo fine rudentes.
Expectat ſic denſa leves in retia muſcas.
Piſcibus exemplum capiendis unde, feriſque
Silvicolis, avibuſque homines nos hauſimus ipſi.
Illa ſed unde hauſit? proprio talem extudit artem
Ingenio? an potius quidam ingens impetus intus,
Quod facit, id cogit facere, impellitque ſequentem?
Non ego prætercam, qui nobis ſerica fila
Donant, & pulchra faciunt in veſte nitere,
Innocuos vermes, teneris qui cura puellis
Præcipua, inde ſibi ut peplum, pallamque recceptent.
Tempus ut advenit, cibus & maturuit aptum
In ſuccum interius, ſplendentia corpora denſis
Attollunt ramis; illuc namque impetus ire eſt;

Ora-

1 Multo magis me quidem ſemper in admirationem rapuit illa ſanè admirabilis velut architectura, quam hìc exponit, qua araneæ ſuas telas contexunt. Nam eſt quidem in iis quædam conſtans ſtructura; ſed & ingens obſervatur varietas reſpondens loco, cui tela affigitur, ductis tranſverſis velut funibus ad ſuſtinendam, ac a ventorum impetu tuendam molem, ubi omnino notatu digna & varia filorum craſſitudo pro loco, in quo adhibentur, & eorum ordo, ac diſpoſitio omnis admodum mira, ac ad muſcas capiendas ita idonea, ut inde homines videantur didiciſſe retium uſum in aucupio, & in piſcatu. Acutiſſimam ea quidem ingenii vim quandam requirerent, & mentis aciem perſpicaciſſimam, niſi a cæco inſtinctu, nimirum interna quadam impellente, ac determinante vi provenirent; nam quævis aranea ſtatim etiam poſt exortum ſuum ab aliis ſegregata eaſdem eodem ordine telas contexit ad eundem uſum.

Porro illud appoſuit: *Quæ vomit a parvo, net aranea, corpore fila*; nimirum per minutiſſima quædam foraminula, quorum immanis eſt in quibuſdam veluti pilis numerus, emittit ſuccum quendam aranea,

qui

Oraque multiplici convertere ut ebria gyro
Incipiunt; quaque ora feruntur, ſuccus in auris
Fila in tenuia flaveſcens deducitur; ultro
Paulatim in tereti concluditur ipſe ſepulchro,
Et clauſus quoque pergit opus, dum ſcilicet omnem
Evomuit ſuccum, atque exanguia membra reliquit
Acceptura novam porro rediviva figuram.
Quæ [1] facitis ceras, & mella liquentia, parvæ,
Vos ego, apes, ſileam? quando divinius eſſe
Ingenium, & rerum fato prudentia major
Creditur in vobis. Plebs duro nata labori eſt
Atque operis, ſexuque caret; ſtirps maſcula, fuci,
Rarior eſt, multo ſed fœmina rarior, una
Sæpe genus magno in populo: Rex credita priſcis
Hæc fuit agricolis; Reginæ nomine verùm
Dignanda eſt mater; regnum hoc muliebre feratur.
Nullum fervet opus ſine matre, aut publica tangunt
Commoda; projiciunt ingratam tum quoque vitam;
Ipſa movet, regit ipſa & pacis & arbitra belli.
Mel de flore legunt, ſcrutari florea norunt
Septa, ubi congeſti ſucci, dulcemque liquorem
Protinus educunt ſugentes, oraque complent;
Cereus, & norunt, quo florum ſtamine pulvis
Hæreat, his ergo ſe deſuper applicat ales
Staminibus, circum & ſe pulvere tingit odoro,

qui in filum concreſcit tenuiorem, vel craſſiorem, prout e paucioribus, vel pluribus tenuiſſimis filis ad ſingula foraminula pertinentibus coaleſcit.

Araneæ autem addit bombyces, quorum itidem admirabilis eſt inſtinctus ille, quo fila ſua e ſimili educunt ſucco, ut ſibi ſepulchrum ſimul conſtruant, & cunas ſub nova inde forma redituris ad vitam.

1 Quod in apibus obſervatur, & hic commemorat Noſter, id quidem reliqua omnia huc uſque expoſita longiſſimè ſuperat: tota enim illius cujuſdam ordinatiſſimæ veluti Reipublicæ forma, atque omnis induſtria, & ædificationis ratio in ſummam Naturæ Contemplatores admirationem rapit. Potiora, quæ huc pertinent, decerpſit ex immortali opere Reaumurii de Inſectis: primo quidem tres apum ſpecies commemorat, plebem operi deſtinatam, & omni carentem ſexu, cujus maxima eſt multitudo: mares pauciores numero, laboris expertes, & ſoli generationi deſtinatos, quos, ubi rem ſuam peregerint, ſingulis annis plebs mactet omnes, atque hos, corpore nimirum grandiores, & inertes, Fucos appellat Noſter: fœminas demum omnium mole maximas, ac pauciſſimas, qua-

Accumulatque, impletque ſinus per crura cavatos.
Sæpe init & bellum pugnax genus; aſpera retro
Pro cauda eſt acies, jacit unde in vulnera virus.
Hanc etiam in fucos vertunt, ut inutile cœptant
Hi genus eſſe ſuo genitali munere functi,
Fundendoque petunt fraterno a ſanguine laudem.
Jura vetant nil proficere, atque labore alieno
Paſci, & non partis per ſeſe accumbere menſis.
Arte favus mira compingitur, & licet ollis
Haud ulla artifici tractetur regula dextra,
Appoſitos tamen & flexus novere, modoſque
Senorum laterum; ſpatia implent cuncta, caventque,
Nuſquam ne conſtet ceræ parciſſimus uſus.
Tum quoque pro vario cunabula ſemine condunt;
Plurima, parva tamen, queis ſexûs neſcia multa
Excludatur apes; magis ampla & rara virili
Pro ſtirpe; auguſta ſurgunt rariſſima mole,
Parvula queis mulier, ſoboles regalis, alatur.
Scit mater, nunquam confundit provida cunas.
Vere novo incipiet ſedes animantibus arcta
Eſſe, neque immenſas capiet domus; ergo colonos
Decernunt alias quæſitum emittere ſedes.
Tunc ſubito poſſis magnum exaudire tumultum
Exortum; erumpunt denſæ plaudentibus alis

Unam

rum ſæpe unicam totum alveare habet, eamque ut Reginam obſervat. Mira celebrat ſub ejus muliebri velut regimine plebis opera, miram induſtriam in colligenda e floribus, ac ſeorſum ſeponenda, & deportanda domum mellis, ac ceræ materia: tum bella, quæ quidem potiſſimum pro Regina inter plures fœminas deligenda, ac toti alveari deſtinanda fieri ſolent, ex hujus regiminis occaſione commemorat, atque illam ipſam totius maſculini inertiſſimi generis cædem: deinde mirum exponit in cellulis conſtruendis artificium, in quo quidem duo ſunt notatu digna, alterum, quod exagona figura utantur, quæ pari perimetro eſt omnium capaciſſima, quod & Veteres novere, & idcirco apes geometras appellarunt; alterum hoc noſtro ſæculo obſervatum, quod ſuarum cellularum cuſpides tribus terminent rhombis in angulum ſolidum coeuntibus, ea exiſtente ipſorum rhomborum figura, ſive iis eorum planis angulis, ut cum eadem cellularum capacitate minima, quæ poſſit, omnium impendatur quantitas ceræ, cui maximè parcunt, cum eandem multo majore labore e pulvere diſſoluto ad tenacitatem, & ductilitatem perducant. Hoſce angulos, qui tam appoſiti ſunt ad illud minimum obti-

Unam obſervantes, quæ fœcundiſſima, matrem;
Non odio huc, vel amore, ſed utilitate trahuntur.
Omnia quæ peragi ſi docta mente fateris,
Et populo quæcumque alia admiramur in illo,
Falleris; impellunt conſtanti lege valentes
Interius vires, quas nobis noſcere non eſt,
Impulſus illæ excipiunt, ultroque ſequuntur.
Quid [1] jam aliud vulpis dolus, inſidiæque luporum,
Quidve canum furor in cervos, cervique timores,
In teneram accipitris quid mens inimica columbam?
In nemora ire mihi nec jam vacat, inque profunda
Oceani, &, quæ vos agitis, ſpectare leones,
Urſique, tigreſque, & corpora vaſta elephantùm,
Et mutæ Protei pecudes & ſquamea ſæcla,
Vos rhombi, vos delphines, vos grandia cete;
Quam varias vires in vobis, quam ſimulantes
Optima conſilia, & rationes eſſe viderem!
Exuere aſt omni non vos tamen hìc ratione
Conſilioque auſim, dum pelli viribus iſtis
Suſpicor ignotis; quoniam cum viribus iſtis
Et ratio queat eſſe aliqua, & mens ſponte receptans
Impulſus, ferrique videns, quo fertur, & optans.
Quis [2] neget igniculos nobis rationis ineſſe?
Et tamen impulſu trahimur perſæpe valenti,

obtinendum innuit Noſter per illud *Appoſitos tamen & flexus novere*, ac pro hexagonis addit, *modoſque ſenorum laterum*. De his uberius in ſupplementis.

Addit deſtinationem cellularum diverſæ magnitudinis pro diverſis ſpeciebus, reſpondentem ſingularum multitudini, vel paucitati, in quibus Regina, tanquam ovi pariendi conſcia, ſine ullo errore ſingulis debita deponat ova: ac demum coloniarum deductionem adjicit creſcente plus æquo novis fœtibus multitudine.

Hæc, inquit, videntur mente peragi, atque conſilio; at multo eſt veroſimilius, rem pendere ab internis quibuſdam, & nobis adhuc incognitis viribus, quæ eorum animas certa lege ad hæc opera ipſa determinent.

1 Congerit hìc alia multa pertinentia ad alia animalia, quæ, ne in infinitum res abeat, vix innuit: mira autem ſunt, & fere incredibilia, quæ ipſe quidem longiore carmine fuerat perſecutus, ſed cum in immenſum res abiret, contraxit, & paucis adumbravit ſolum, omiſſis etiam prorſus quamplurimis. Hæc autem omnia itidem non conſilio quodam peragi, affirmat, ſed interna illa nobis incognita determinante vi.

2 Jam ad homines gradum facit,

Dum, bona quæ remur, ſequimur; cum ſcilicet illuc
Experiamur agi ut naturæ a pondere quodam.
Has primum ingenitas in noſtris mentibus intus
Sentimus vires; inde eſſe, & vivere quemque
Allicit; & miſeram quanquam, duramque trahamus
In luctu vitam, tamen eſſe, & vivere dulce eſt.
Notitiis trahimur rerum quoque, veraque noſtri
Exoptant animi, & dulcedine tangimur horum
Mira, neſcio qua; de veris exoriuntur
Vera alia, & cupido ſe nexu in pectore jungunt.
Excolere in tacita res longùm, & volvere mente
Ignotas, non ſit propius propiuſque locare,
Ut poſſint a mente rapi, junctæque teneri?
Porro ob conjunctas majorem extendere niſum
Poſſumus, atque alias adducere longius, atque
Porro alias, ſemperque novas adjungere vires.

Quæ

cit, in quibus negari omnino non poteſt eſſe rationem, eſſe animum a materia prorſus diſtinctum, & idcirco a materialibus viribus, ac materiali agendi modo immunem. Et tamen nos etiam homines experimur internæ cujuſdam vis impulſus admodum validos, & indeliberatos motus in nobis ipſis; quod inculcat, ut probet illud, quod aſſumpſerat, eſſe quoddam aliud virium genus a viribus illis inter materiæ puncta mutuis longe diverſum, & nobilius, quod certis quibuſdam legibus agat in nobiliorem ſubſtantiam.

Hujuſmodi impulſuum ejus internæ vis commemorat plura genera. In primis, bonum appetimus in genere, & voluntas noſtra interna vi, quodam velut pondere, fertur in bonum ſub ratione boni: ex hac generali inclinatione ad id, quod nobis apparet ſub ratione boni, deducit appetitus omnes ejus, quod nobis cenſemus utile, quod nimirum reſpicimus, ut bonum nobis: hinc nimirum nos, utiliſſimam nobis amare vitæ noſtræ conſervationem, utut laborioſam, & miſeram; & is vitæ conſervandæ appetitus in nobis ab intima quadam vi oritur, ac naturæ noſtræ determinatione penitus indeliberata.

Bonum ad voluntatem pertinet, at verum, de quo deinde agit Noſter, ad intellectum, qui non niſi ad veritatem tendit, nec aſſentitur, niſi illi, quod ipſi apparet verum, ubi & nexus eſt admirabilis verorum cum aliis veris, ex quo nexu omnis ratiocinatio, deductionis vis, & ſyllogizzandi ars conſequitur. Nec intellectus tantummodo in verum tendit, ſed & voluntas; nam ea veri aſſequendi cupiditatem innatam ſentit, & ipſius notitiam conſecuta voluptate percellitur. Hic autem analogiam quandam attingit inter haſce vires, & materiales illas. Ut ibi gravitas in minore diſtantia majorem exercet niſum; ita hic videmur quodammodo, dum mente ſiſtimus tanquam præſentes veritates quaſdam, id agere, ut majorem exerant vim, & alterius veri, nimirum concluſionis, notitiam poſt ſe trahant;

noti-

Quæ [1] ſemel arripuere animi, retinere tenaces
Contendunt; exin fiunt conſtantia quædam
Rerum judicia, & fluxerunt protinus uſus,
Et varii mores: ea ſi quis vellere tentat
Ex animis, vitam prorſum ipſam evertere ab imo,
Naturamque aliò convertere velle videtur.
Ordinis hinc animis, Pulchrique, Bonique cupido eſt
Indita, juſtitiæ vel corda injuſta leporem
Agnoſcunt; Virtus fert laudem, & honeſta probantur.
Ipſæ [2] etiam mentes inter ſe nonne trahuntur
Mutua? Cur igitur ſolas tam tædeat eſſe?
Cur ſociale genus ſumus haud deſerta per arva
Diſperſum, vel per ſilvas, vacuoſque receſſus?
Unde tot in populos, tantaſque coivimus urbes?
Unica non homines junxerunt mutua vitæ
Subſidia inter ſe, neque magni commoda cœtûs;
At quoque poſſe loqui, atque aliis exponere ſenſa,

notitiis autem aliis adjectis poſt alias, ad ulteriora detegenda majore vi progredimur, ut in gravitate vis ipſa reſpondet maſſæ, & adjectis materiæ particulis, una cum iiſdem augetur.

1 Pergit in deducendis conſectariis ejus intimæ vis, & inclinationis animorum: inde nimirum conſequi certum conſenſum in illis, quæ prima principia dicimus, quod pertinet ad intellectum, & amorem pulchri, ac boni, quod pertinet ad voluntatem, quæ ita ſunt omnibus communia, ut de axiomatis dubitare, virtutis amorem non ſentire homines, ne inviti quidem, poſſint; quod ſi facerent, humanam exuiſſe naturam dicerentur.

2 Hic jam in ea vi mutuam quandam animorum attractionem agnoſcit; ex qua nimirum una ille oritur innatus in nobis amor vitæ ſocialis, qui homines in populos coadunavit. Sunt quidem & ſilveſtrium hominum genera quædam inter barbaros, verum & ibi minus frequentes utique, ſed tamen habentur ſocietates aliquæ, ſaltem familiarum; & ſilveſtres ipſi Americani barbari ſuas habent reſpublicas, & fœderatos ab hoſtibus diſcernunt. Societatem autem inter homines, jure affirmat, non oriri tantummodo ab utilitate, quam inde trahunt, ſed etiam ab inſtinctu quodam, & impulſu interno Naturæ, quo fit, ut amemus communicationem internorum animi ſenſuum, & utcunque omnibus affluentes commodis, ac deliciis ad perpetuam ſolitudinem condemnati, angi debeamus, & vera, ac ſtabili voluptate carere.

Commemorat autem ea, quæ in ſociali vita maximè appetimus, ut ſolatia, quæ ab amicis recipimus, dum ea, quibus angimur, enarramus, & in eorum ſinus effundimus curas internas: addit amorem laudis, & ambitionem, quibus uſque adeo ducuntur homines, quæ ſine ſocietate nulla eſſent, cum nec regni, nec primatus, & prælationis idea haberi poſſit ſine idea multitudinis, vel plurium.

Atque aliorum etiam cognoſcere, & inde moveri.
Finge aliquem ſolam placidi inter veris honores,
Et melicos inter cantus producere vitam,
Mollibus in ſtratis jucundos carpere ſomnos,
Auratamque domum, laxoſque habitare penates,
Affluere atque eſca regali, deliciiſque;
Num minus exagitet quædam vis inſita mentem,
Et faciat, vitam ſocialem ut protinus iſtis
Præferat? haud ulla eſt ſociis ſine pura voluptas;
Creſcunt, cum ſociis partimur gaudia noſtra,
Curaque dividitur narrata, minuſque dolores
Sævire, inque animos incumbere mœror & angor.
Præterea & laudem, & famam captare, decuſque
Unde ſit? ex ipſo vitæ ſocialis amore
Non fluat? ambitio non vires exerat illinc,
Qua primi in rebus contendimus omnibus eſſe,
Et præferri aliis, regnare, atque eſſe potentes,
Quod ſolis petere haud unquam, neque noſſe liceret.
Poſtremo [1] nexus inter corpuſque animamque
Cernimus eſſe aliquos, & mutua fœdera quædam.
Ulla neque apparet, potuit quæ jungere cauſa
Naturas tam diſſimiles; id præſtet utrinque
Inditus, hinc animis in conſona corpora quidam,
Illinc corporibus quidam conatus in illas,
Ut vita, atque omnis quoque vitæ hinc prodeat uſus.
Jam quid opus tam diſtantes contingere ſeſe
Naturas? per vim ſine tactu mutua poſſunt
Officia exercere ſuam, & communia quæque
Efficere. At [2], genus id, multas cognoſcere vires,

Quot-

1 Poſtremo loco innuit corporis unionem cum anima, quod quidem tam admirabile inter adeo diſſimiles naturas commercium vi quadam fit, non utique per preſſionem aliquam ex contactu, vel per contactum ipſum, per quæ plures Philoſophi cohæſionem materiæ corporeæ explicare conati ſunt, ſed alio aliquo modo admodum diverſo, per miram quandam, & nobis incognitam vim, quæ in animos ipſos agere poſſit, & reipſa agat. Ego quidem nec corporum cohæſionem deſumo a preſſione, & contactu: at in quo eam reponam, & quantum ea diſtet ab unione inter animam, & corpus, ut & quam variæ ſint hujuſce unionis leges, quæ præcipuæ earum claſſes, luculenter expoſui in mea recenti theoria Phyſicæ Generalis, de qua hic etiam aliquid in ſupplementis.

2 Has vires, quæ in animos noſtros:

Quotquot ſunt, ullas & earum prendere leges
Non opis eſt noſtræ forſan, præſentia quamvis
Omnia ſint, atque intra nos peragantur, & ipſum
Afficiant ſenſum; neque jam deprendere motus,
Id quoque ſi liceat, ſat erit, qui ſcilicet omnes
Interius varia in nobis ratione geruntur,
Cum volumus, cupimus, gaudemus, percipimuſque;
Compoſiti nimium motus ſunt; proinde neceſſe
Hos foret in motus alios iterumque, iterumque,
Inque alios motus diſſolvere, donec ad ipſa
Prima retexendo ſit ventum elementa; viciſſim
Tum conferre elementa inter ſe, quoque geratur
Ordine quid rerum, qua quid quoque lege, videre;

ſtros agant, quanquam in nobis ipſis inſint, nobis, ait, eſſe incognitas ita, ut earum numerum, ſi non ad unicam omnes rami, velut arborem, reducantur, & ſingularum leges ignoremus: atque id in primis, quod, nec omnes motus, qui ex iis in nobis ipſis conſequuntur, deprehendimus, multi enim fiunt ſine reflexione ulla; nec, ſi omnes etiam ejuſmodi motus deprehendamus, qui fiunt, *Cum volumus, cupimus, gaudemus, percipimuſque*, adhuc ita facilis inde ad legem virium deprehendendam eſt tranſitus. Nimis enim compoſiti ſunt ii motus ipſi, & nimis multi. Oporteret uti reſolutione quadam motuum, ac virium in alia ſimpliciora; donec demum ad prima, & ſimpliciſſima elementa deveniretur.

Eodem ſanè pacto & Aſtrorum motus per tot ſæcula fuerunt cogniti, incognita penitus illa lege, qua eos unica gravitas efficit, quam Newtonus deprehendit; & quidem in eam Newtonus ipſe incidit idcirco, quod Primarii Planetæ Solis fere unius adeo majoris viribus parent: ſi planetarium ſyſtema conſtitiſſet corporibus fere æqualibus, ita implexi fuiſſent illorum motus, ut nulla ingenii vi eos licuiſſet diſſolvere, & ad gravitatis principium devenire agentis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, ut nec cum ſubiimioris Geometriæ & infiniteſimalis calculi tanto præſidio, adhuc motus definivimus, qui ex gravitatis nota lege debeant conſequi in maſſis etiam tribus tantummodo inter ſe parum inæqualibus, & quacumque data directione, & velocitate undecumque projectis. Multitudo elementorum materiæ, & mutuarum relationum, quæ inde oriuntur, ac virium, quæ ſingulis relationibus reſpondent, in cauſa eſt, cur, licet ego arbitrer, ab unica, & generali lege, & omnibus punctis communi pendere omnes omnium materiæ punctorum motus, adhuc tamen omnino mihi perſuadeam, in immenſum ſupra noſtræ mentis vim poſitam eſſe evolutionem ſingulorum motuum, ac omnium virium reſolutionem, vel e contrario compoſitionem, per quam nec ad unius frondis conſtructionem intelligendam devenire unquam poſſimus. Idem accidat, oportet, & in tam multis, tam variis animorum

Nec [1] tamen interea noſtræ, quæ libera, mentis
Vim ſecludere ab his, dominam aſt adſciſcere talem,
Arbitrio mens ipſa ſuo ut quaſcumque movere
Se queat in partes, & quoſlibet edere motus;
Texere poſt contra, ad motuſque redire priores
Eſſet opus, quales nos intra percipiuntur.
Ipſe ſequens at ſe ſenſus fugit, undique nodos
Nectens difficiles, magnoque volumine rerum
Implicat, ut proprias nequeat cognoſcere vires.
Nobis [2] hunc tenuem noſtrum luſtrare profecto
Difficile eſt mundum, &, quid ſimus, ſcire; videmus
Cætera, ſunt oculis at noſtra impervia noſtris.
Non ideo tamen eſt, ut vitæ debeat omnis
Curſus ſorte regi, &, quocumque impellimur, ire.

Vis

noſtrorum motibus, in tam varia, & multiplici relatione noſtra ad tot externa objecta tot generum inter ſe diſcrepantium; ut nimirum neque a datis motibus per tam multiplicem reſolutionem ad vires, neque a datis viribus ad motus adeo complicatos per tam implexam compoſitionem humana uſque adeo imbecilla mens poſſit pervadere.

1 Inculcat hìc illud: quod in toto hoc epiſodio apprime notandum eſt, & ſanam, ac ſobriam, & revelatis principiis conformiſſimam ſimul, ac ſolidiſſimam philoſophandi rationem commendat plurimum; inter vires illas, quæ in nobis agunt, & quæ internos noſtros motus determinant, arbitrii libertatem numerandam eſſe, quæ nos ſupra inertem, & ſuis ſemper penitus determinatam viribus ad certos motus Brutorum animam altiſſimè attollat; quin etiam, quæ ipſa nos juxta præcedentem theoriam a brutis animantibus diſcriminet, a ſuo illo interno inſtinctu ad illas operationes individuas ſine mente, & conſilio determinatis.

Hanc ſanè in nobis ipſis experimur ita, & ita videmus intimo ſenſu, ac conſcientia, eam in nobis ineſſe, nec in eo nos falli, ut de eo dubitare nulli mortalium liceat; nec vero quiſquam contrarium ſibi ita perſuadere poteſt, ut ſerio rem credat. Eam etiam nobis indicat tanto major, & principiis liberæ determinationis conformior varietas in noſtris operibus, circumſtantiis parum admodum commutatis, quam quæ in Brutis ipſis animantibus appareat.

Verùm hæc ipſa liberi arbitrii facultas inveſtigationes illarum virium impedit plurimum, ac perturbat. Nam cum ea non agat ſemper, & neceſſario certo quodam modo; ſed ubi etiam indeliberatorum impulſuum æquilibrium habetur quoddam, vel etiam prævalens vis, poſſit pro libera ſua voluntate utrumvis terminum eligere, fieri poteſt, ut quandoque eligat illud, ad quod æquè, vel etiam minus inclinatur viribus, quas ſentit; unde fit, ut a motibus, qui conſequuntur, virium impellentium niſum, & certam illam, ac ſtabilem legem deducere non poſſimus.

2 Ex hiſce omnibus concludit, noſtrum internum hunc Mundum, quam-

Vis etiam in nobis (Rationem dicere ſuemus)
Quædam ſe prodit moderandæ aptiſſima vitæ ;
Humani hæc veluti currùs Auriga videtur
Fræna regens , & , recta , movens , qua ſemita ducit .
Illius impulſus aliis ſecernere oportet
Motibus , atque ſequi ſolos ; properare ſecundis
Scilicet his liceat , ſpatioque excurrere juſſo
Securos ; aliter tranſverſo obſtacula calle
Graſſantur , longæque moræ , certiſque periclis
Obſita ſunt loca ; quam triſte & quam lugubre noſtri
Spectaclum tum fiat , ubi , cum maximus Orbis
Conſonet , hic tenuis diſcors , exlexque feratur !

SUP-

quamvis hoc exteriore uſque adeo magis præſentem nobiſmetipſis , multo adhuc magis incognitum nobis eſſe ; ubi illud accidit noſtræ menti , quod oculo , ut externa videat , ſe ipſum intueri non poſſit .

Addit tamen , quod & in præcedenti tomo inculcaverat , qui verus eſſe debet , & ſolidus ſanæ Philoſophiæ fructus , habere nos inter tot ambiguos , & cæcos animorum noſtrorum impulſus , ac niſus ducem ſatis certam , & opportunam Rationem nobis inditam , qua verum a falſo , bonum , & honeſtum a malo , & inhoneſto diſcernamus , quam unam ut infallibilem regulam ſequi debemus , cui ſi fiderimus uni , recto incedemus itinere , nunquam ab æſtuante cupiditatum inordinatarum turba , & pravæ voluptatis vi multiplici in tranſverſum acti . Id vero nobis præſtandum accuratiſſimè etiam idcirco , ne , dum hic materialis Mundus exterior motus omnes ſuos tam ordinatè peragat , & leges a ſummo ſibi Conditore impreſſas exactè ſervet, noſter hic interior , & tanto nobilior Mundus , præſcriptum ſibi ad eodem Divino Opifice modulum negligat , & violatis ſanctiſſimis ejus legibus , abjectis rectæ rationis monitis , humana omnia , ac divina jura commiſceat , & non ordinato operi , ſed implicatiſſimo cuidam , ac confuſo , & penitus inordinato chaos reſpondeat .

SUPPLEMENTUM AD LIBRUM QUARTUM

§. I. Ad notas in verſ. 100 &c.

DE MUNDI SYSTEMATE ASTRONOMICO.

1 A Verſu 100 ad 672 ea Noſter vel pertractat, vel attingit, quæ pertinent ad Aſtronomicum Mundi ſyſtema, quæ ſunt quædam veluti baſis, & fundamentum totius Newtonianæ cæleſtis Phyſicæ. Multa eodem pertinentia innui in adnotationibus pluribus, & in hac in verſum 100 attigi ordinem, quo a determinationibus terreſtrium intervallorum Aſtronomi ad cæleſtium corporum diſtantias, magnitudines, motus progreſſi ſunt; in adnotatione autem ad verſ. 115, & 307 promiſi uberiorem notitiam totius Mundani ſyſtematis, de quo in ſequentibus Noſter agit ſingillatim.

2 Si hoc argumentum pro dignitate pertractari deberet, plura juſtæ moliis volumina requirerentur. Quamobrem hìc ſumma tantummodo quædam capita percurram, & ea illuſtrabo potiſſimum, quæ ad Noſtrum rite intelligendum neceſſaria ſunt. Longe autem alio ordine progrediar, ut brevitati ſtudeam, quantum licuerit: proponam nimirum primo loco, qualem Aſtronomiam habeamus nunc ab omnibus Aſtronomis paſſim admiſſam, & cum obſervationibus demum conſentientem vel accuratè, vel ſatis proximè, ad quam non niſi per longas ambages, & poſt longos tot ſæculorum errores, ac correctiones poſitionibus aſſumptis ſenſim adhibitas deventum eſt. Nulla enim adeſt, ne nunc quidem, directa methodus, qua ſatis tuto, & accurate per obſervationes, ac directa earum conſectaria eruta ope Geometriæ, & calculi poſſimus immediate deprehendere cæleſtium corporum diſtantias, magnitudines, motus, ſine ulla ſuppoſitione phyſica, & ſine craſſioribus theoriis ſenſim, & per gradus corrigendis, perpoliendiſque: ubi illud prorſus accidit, quod de univerſa evolutione Naturæ diximus tomo 1 in adnotatione ad verſ. 1222, hanc rem peragi eodem modo, quo in enucleatione epiſtolæ arcanis notis conſcriptæ; ut nimirum per crebras poſitiones, & poſitionum factarum correctiones deveniatur demum ad eum conſenſum, qui evincat veram clavim detectam eſſe. Acceſſit autem & inſtrumentorum ratio, quæ ſero tandem, nec niſi diu poſt inventa teleſcopia, & horologia oſcillatoria eo deducta eſt, unde progredi vix poſſit; & Geometriæ vis, quæ poſt infiniteſimales methodos excultas eo devenit, quo nemo Mortalium eam olim deventuram crediddiſſet.

3 Ponam igitur primo loco Mundi ſyſtema, ut in ſe eſt: tum ut e Tellure ſpectantibus apparet, ubi, quæcunque de motu Telluris dixero, intelligenda ſunt juxta ea, quæ propoſui in ſupplementis ad tomum 1 §. 13.

4 Duo ſunt cæleſtium corporum claſſes: Stellæ fixæ, & errantes, quarum priores dicimus abſolutè Fixas, poſteriores dividimus in Planetas, & Cometas.

5 Fixæ ſunt numero innumerabili, & quocunque teleſcopia in Cælum dirigi-

rigimus, ubique immanem earum vim cernimus, eo autem plures videmus, quo longiora, & perfectiora ſunt teleſcopia. Caillius incredibili labore, & diligentia, dum ante hos aliquot annos eſſet ad promontorium Bonæ Spei, definivit loca decem millium Fixarum, quæ bipedali teleſcopio videri facile poſſint, concluſarum tropico Capricorni. Longioribus teleſcopiis in immenſum plures apparent ubique, potiſſimum in ea, quam Galaxiam, ſeu Viam Lacteam appellant.

6 Eæ poſitæ ſunt ad diſtantiam a nobis adeo immanem, ut quæcunque menſuræ nobis cognitæ ſint impares eidem definiendæ. Ipſa diſtantia Terræ a Sole reſpectu ejus diſtantiæ eſt inſtar puncti. Hinc veri earum motus, vel nulli ſunt, vel reſpectu diſtantiæ a nobis fere nulli: & idcirco hinc a nobis viſæ poſitionem ad ſe invicem ſaltem ad ſenſum eandem ſervant nunc, quam ante duo annorum millia habuerant. Habent illæ quidem quoſdam motus nobis apparentes, de quibus infra, quorum leges demum ita detectæ ſunt, ut jam intra unum, vel alterum ſecundum Fixæ cujuſvis locum apparentem ad datum tempus definire liceat: habent itidem earum nonnullæ & veros motus aliæ alios, ſed perquam exiguos, & qui nonniſi longioribus teleſcopiis deprehendantur. Cenſentur autem in immenſo ſpatio ad ſenſum vacuo diſperſæ in immanibus itidem a ſe invicem diſtantiis.

7 Luce propria omnino fulgent, ut Sol, qui cenſetur, ex earum numero eſſe ita, ut eæ idcirco tantummodo adeo minores, & minus lucidæ appareant, quod a nobis in immenſum magis diſtent. De vera earum magnitudine nihil omnino novimus. Admodum probabile cenſeo, alias ex iis eſſe Sole noſtro majores, alias minores, & quidem nullo certo nexu inter veram magnitudinem, diſtantiam, intenſitatem luminis partium ſuperficiei æqualium, & magnitudinem nobis apparentem. Et quoniam inde conſequitur, aliquas ex iis, quæ minutiſſimæ apparent, eſſe Sole ipſo majores, & lucidiores, major erit ratio diſtantiæ ipſarum a nobis ad diſtantiam a Sole, quam ſit ſubduplicata luminis Solis ad ipſarum lumen; lumen enim dum propagatur, minuit intenſitatem ſuam in ratione reciproca duplicata diſtantiarum. Porro, quam immenſa ſit ea ratio, ſatis patet.

8 Inter Fixas ſunt aliquæ, quæ dicuntur nebuloſæ, quod tenuem quandam lucem, ut nebulam circa ſe habeant: ſunt nonnullæ, quæ vel apparent, & evaneſcunt ſtatis temporibus, vel lumen ſuum minuunt, & augent per vices; aliæ, quæ de novo apparuerunt per exiguum tempus, & deinde evanuerunt, ut illa celeberrima, quæ Tychonis tempore in cathedra Caſſiopeæ per aliquot menſes reliquas omnes Fixas fulgore ſuo ſuperavit, tum paullatim evanuit; quæ mutationes eſſe poſſunt non tantummodo apparentes nobis, ſed etiam reales. Neque enim credibile mihi eſt id provenire ex acceſſu ad Terram, & receſſu; cum enim nullus fere ſenſibilis habeatur inter Fixas motus in latus, qui apparentem ipſarum diſtantiam mutet a ſe invicem, deberent fieri tantummodo in recta, quæ huc tendit, mutationes diſtantiarum, quæ ad totas diſtantias tantam rationem habeant. Quare huc eæ mutationes pertinent, veræ nimirum, non tantummodo apparentes, quæ quidem provenire poſſunt etiam a maculis, quæ analogæ ſint maculis ſolaribus, ſed multo majores, plures, ac diuturniores, & fortaſſe conjunctæ cum

aliquo

aliquo ipſarum motu circa proprium axem, quæ quidem innuiſſe ſit ſatis.

9 Planetæ alii dicuntur Primarii, alii Secundarii. Primarii præter Solem, qui etiam Fixis adſcribitur, numerantur ſex. Mercurius, Venus, Terra, Mars, Jupiter, Saturnus, qui quidem circa Solem gyrant, hoc eodem ordine ab eo diſtantes, priores minus, poſteriores vero magis. Secundarii ſunt 10. Luna ſatelles, ſeu comes Terræ, quatuor Jovis ſatellites, & quinque Saturni, gyrantes circa ipſos. Accedit annulus circa Saturni globum tenuis, & latus ab eodem circumquaque disjunctus.

10 Cometæ, huc uſque rite ab Aſtronomis obſervati, ſunt 45, vel revera 41, nam 4 ex iis ſunt idem Cometa, quorum poſtremus, dum hæc ſcribimus Junio menſe anni 1759 nuper videri deſiit. Eos diſtinguit a Planetis immanis atmoſphæra, quæ ut quidam fumus nucleum ad diſtantiam multis vicibus majorem ejus diametro ambit, ac in quendam longiorem ductum protenditur ad partes Soli oppoſitas, qui ubi e Tellure cernitur ita productus, appellatur barba, vel cauda, prout ad eam partem protenditur, ad quam Cometa tendit, vel ad oppoſitam, qui ſi lateat cum ipſo & oculo in directum jacens, crinitus dicitur Cometa.

11 Planetæ omnes, & Cometæ a Sole lumen accipiunt, & reflectunt. Admodum probabile eſt eoſdem habere figuram proximè ſphæricam, quod de Planetis fere omnibus eſt omnino certum. Jupiter tamen, uti dictum eſt in adnotatione ad verſum 1962, habet figuram ſphæroidis non ita parum compreſſæ, nam axis ad diametrum æquatoris eſt in eo proximè ut 12 ad 13.

Diametri veræ Planetarum poſita diametro Solis partium 10000, ſunt proximè Saturni 792, Jovis 1000, Martis 95, Telluris, & Veneris 109, Mercurii 41. Et quidem reliquæ intra limites ſatis proximos certæ; ſed Telluris diameter adhuc ſubdubia, ut infra patebit. Eſt autem diameter Lunæ ad diametrum Terræ proxime ut 21 ad 78.

12 Convertuntur Planetæ circa proprium axem, quæ converſio per obſervationes definita eſt in Sole dierum $25\frac{1}{2}$ in Jove hor. 10. 56′, in Marte hor. 24. 40′, in Terra hor. 23. 56′. 4″, in Venere hor. 23. 20′, Luna autem menſtruo motu circa ſuum axem convertitur.

13 Motus Planetarum Primariòrum fiunt omnes in Orientem circa Solem, in planis proximè immobilibus, ad ſe invicem nonnihil inclinatis in ſpatio nihil, vel fere nihil reſiſtente. Illud, in quo movetur Tellus vel potius centrum commune gravitatis Terræ, & Lunæ, dicitur planum Eclipticæ: reliquorum plana inclinantur ad hoc planum in ſequentibus angulis: planum orbitæ Saturni gr. 2. 30′. 36″; Jovis 1. 19′. 30″; Martis 1. 50′. 54″: Veneris 3. 23′. 20″; Mercurii 7. 0′. 0″. Illa puncta, in quibus eæ orbitæ ſecant planum Eclipticæ, dicuntur nodi; nodus aſcendens is, in quo tranſitur ab hemiſphærio auſtrali ad boreale, alter vero nodus deſcendens.

14 Orbitæ eorum motuum habent formam proximè ellipticam ita, ut alterum ſingularum ellipſium focum Sol occupet. Ea eſt una e tribus conicis ſectionibus, de quibus egimus tomo 1 in ſupplem. ad lib. 2 §. 6. Illuſtranda ſunt hìc ſchematis, quæ Noſter de illa & reliquis binis exhibet a verſu 443.

15 Exhibet in fig. 1 *ABPD* perimetrum ellipſeos, *C* centrum, *AP* axem F. 1 tranſverſum longiorem, *BD* axem conjugatum breviorem. In axe longiore

AP

AP ſunt bina puncta *S*, *F* æque diſtantia hinc, & inde a centro, quæ dicuntur foci, & habent haſce duas admodum inſignes proprietates. Si ex iis ducantur ad quodvis perimetri punctum binæ rectæ *SE*, *FE*; ambæ ſimul æquantur axi tranſverſo *AP*: eædem autem ad ipſam perimetrum ita æque inclinantur, ut ſi per *E* ducatur recta perimetrum contingens, eadem hinc cum altera ex iis angulum contineat æqualem illi, quem inde continet cum altera.

16 Poſterior ex iis proprietatibus dedit nomen ipſis focis: cum enim radii luminis reflectantur ad angulos æquales; omnes radii profecti ex altero foco *S*, & incurrentes in quodvis punctum *E* perimetri ellipticæ reflectentis debent abire in *F*, & ibi colligi, ac ignem etiam excitare, ſi ſatis vivida ſit radiorum origo in *S*. Prior autem proprietas exhibet conſtructionem ellipſeos admodum expeditam. Sumatur filum ejuſdem longitudinis, cujus eſt axis *AP*, quod traducatur per foramen acus cujuſpiam, & ejus bina capita defigantur in binis punctis *S*, *F* æque remotis hinc, & inde a medio *C*; tum circumducatur acus ex *P* per *E* in *A* ita, ut diſtentum teneat filum, & deſcribetur perimeter ellipſeos: nam ſemper binæ rectæ *ES*, *EF* ſimul æquales erunt longitudini fili, adeoque axi *AP*. Patet autem ex hac ipſa conſtructione, ſi foci *S*, *F* coeant in *C*, haberi circulum; iis autem a ſe invicem recedentibus attenuari ellipſim perpetuo, cum datâ *SB* debeat eo minor eſſe *CB*, quo major eſt *CS*. Quod ſi dentur bini axes *AP*, *DB* cujuſcumque magnitudinis, facile invenientur foci ad eam deſcribendam idonei, cum ſatis ſit, facto centro in vertice *B* axis conjugati, intervallo *CP* invenire bina puncta *S*, *F* in axe tranſverſo *AP*.

17 Ellipſis, producta prius in immenſum, abit in Parabolam habentem unicum ramum infinitum, tum in Hyperbolam habentem binos ramos itidem infinitos. Id expoſitum eſt tomo 1 in ſupplem. ad lib 2 §.6, ubi oſtenſum eſt id accidere converſione continua plani ſecantis conum, & ellipſes in immenſum productas nihil ad ſenſum differre in ſua origine ab arcu Parabolæ. Hic addendum id, quod pertinet ad earum focos, quod quidem hic Noſter propoſuit.

Fig. 2. 18 Arcum Parabolæ *QPR* exhibet fig. 2, cujus axis *PSM* in infinitum
3. producitur. Ea habet unicum focum *S*, cujus ea inter cæteras eſt proprietas, ut radii omnes NE, qui adveniant paralleli axi *MP*, debeant poſt reflexionem abire in ipſum focum *S*. Binos hyperbolæ ramos *QPR*, *qAr* exhibet fig. 3. In ea axis tranſverſus eſt *AP*, centrum *C*, bini foci in ipſo axe producto *S*, *F*, quorum prior ſolus *S* continetur intra ramum *QPR*, alter vero *F* extra ipſum, ſed intra ramum oppoſitum *qAr*. Porro ea eſt focorum proprietas in hyperbola, ut differentia rectarum *FE*, *SE* ſit conſtanter æqualis axi *AP*; radii autem *NE*, qui incurrant in perimetrum cavam in *E* directionibus convergentibus ad focum ulteriorem *F*, debeant poſt reflexionem convergere ad citeriorem *S*.

Fig. 1. 19 Jam vero orbitæ Planetarum Primariorum habent formam fig. 1, occupante Sole focum alterum *S*. Punctum *P*, in quo habetur diſtantia minima a Sole, dicitur Perihelium, vel Apſis ima; punctum *A*, in quo habetur diſtantia maxima, Aphelium, vel Apſis ſumma; unde etiam axis major dicitur linea Apſidum, quas quidem Apſides etiam Auges appellare ſolent. *CP* eſt

eſt diſtantia media, quæ nimirum æquatur ſemiaxi transverſo: *CS* diſtantia foci a centro dicitur Eccentricitas. Quando autem Terra reſpectu Solis eſt in Perihelio, vel Aphelio, Sol dicitur eſſe in Perigeo, vel Apogeo.

20 Et hæc quidem pertinent ad primam e tribus Kepleri legibus, de quibus egimus in adnotationibus ad verſ. 415, 443, 514. Pertinet autem ad ſecundam motus ipſe per ejuſmodi orbitam, qui non eſt æquabilis, ſed ita attemperatus, ut area *PSE* clauſa arcu *PE* percurſo quopiam tempore, & binis rectis *PS*, *ES* ab ejus extremo utroque ductis ad focum *S*, ſit proportionalis ipſi tempori, ut nimirum ſit ſector ellipticus *PSE* ad totius ellipſeos aream, uti eſt tempus, quo percurritur arcus *PE*, ad tempus integræ converſionis. De hac proportionalitate arearum egimus tomo 1 in ſupplem. ad lib. 1. §. 18. Dicitur autem ea a Keplero area, quam vertit radius vector; nam ipſe concipiebat Planetas tanquam vectos circa Solem a Solis radio, & radius is recta pertingens a Sole ad Planetam, ſi concipiatur ut rigida quædam virga, perradit, & quodammodo everrit illam aream.

21 Porro ex hac motus lege facile patet, nec celeritatem linearem veri motus, nec converſionem angularem circa punctum *S* centrum arearum æqualium, fore æquabilem. Ad hoc ut ſector ellipticus tempuſculis æqualibus ſit ejuſdem ſemper magnitudinis, debet celeritas eſſe major, ubi diſtantia eſt minor, & accuratam rationem ejus celeritatis expoſuimus in ſupplem. tom. 1. a num. 249. Quod autem pertinet ad motum angularem, id facile definitur, ac demonſtratur. Nimirum celeritas motus angularis circa centrum arearum æqualium eſt in ratione reciproca duplicata diſtantiarum ab ipſo foco. Nam ſectores elliptici infiniteſimi poſſunt conſiderari, ut exigui ſectores circulares. Sectores autem circulares habent aream proportionalem angulo, & quadrato radii conjunctim, ut facile demonſtratur; unde ſit, ut ſi area ſit conſtans, debeat eſſe angulus in ratione reciproca quadrati radii.

22 Motus igitur ſpectatus ex ipſo etiam foco *S*, qui æſtimatur ab angulo, quem continent directiones inde tendentes ad bina loca Mobilis, non erit æquabilis, ſed eo celerior, quo quadratum diſtantiæ eſt minus. Nimirum ubi Planeta diſcedet ab Aphelio *A* per *ABEP*, accelerabitur perpetuo motus ejus angularis, tum a Perihelio ad Aphelium retardabitur tantundem, & inæqualitatis quantitas pendebit a diſtantia Planetæ ab Aphelio. Hinc apud Aſtronomos angulus *ASE*, quem continet recta ducta ad Planetam cum recta ducta ad Aphelium, dicitur *Anomalia*. Porro concipitur alius Planeta, qui circa ipſum punctum *S* moveatur motu angulari æquabili, eodem autem tempore integram converſionem abſolvat, cujus motus dicitur reſpectu prioris *motus medius*. Angulus, quem efficit recta ducta a foco *S* ad eum Planetam fictum cum recta *SA* tendente ad Aphelium computatus ab hac recta uſque ad illam ſecundum directionem motus ipſius Planetæ, dicitur *Anomalia media*: angulus autem ille, quem efficit recta *SE* tendens ad verum Planetam cum eadem recta *SA*, dicitur *Anomalia vera*: differentia autem eorum angulorum dicitur *Æquatio*. Porro data ſpecie ellipſeos, ſive data ratione ſemiaxis tranſverſi ad eccentricitatem, invenitur ope Geometriæ, & calculi pro quavis anomalia media anomalia vera, & viceverſa; invenitur locus, in quo

in quo æquatio eſt maxima, & data æquatione maxima invenitur ſpecies elliпſeos, ſive eccentricitas, quæ quidem conducunt ad computandos veros Planetarum motus, & invenienda eorundem loca *Heliocentrica*, nimirum loca, in quibus apparent ſpectati e Sole, ac ad eruendas ex obſervationibus ſpecies orbitarum.

23 Hæc pertinent ad motum cujuſvis Planetæ in orbita ſua circa Solem; at tertia Kepleri lex confert motum unius Planetæ in orbita ſua, cum motu cujuſvis alterius in ſua. Sunt nimirum quadrata temporum periodicorum, ut cubi diſtantiarum mediarum. Hanc legem expoſuimus ſatis luculenter hìc in adnotatione ad verſum 514, ubi etiam craſſioribus numeris uſi propoſuimus exemplum Martis cum Mercurio comparati. Accuratiores numeros hìc proponam decerptos ex Lectionibus Aſtronomicis Caillii num. 170, unde & ſuperiora decerpſi plura, & alia decerptam inferius. Hoſce numeros ipſe calculo eruit e Caſſinianis tabulis, quanquam & hi correctiunculis adhuc indigent, ſed exiguis. Ponam autem primo loco tempus periodicum pro quovis Planeta, tum axem majorem, cujus dimidium eſt diſtantia media, addito axe minore, & eccentricitate, ut forma orbitæ, ac diſtantia maxima, & minima inde facile eruantur. Ut autem formæ orbium unico intuitu melius inter ſe comparentur, ponam poſtremo loco eccentricitatem in iis partibus, quarum ſemiaxis major continet 1000000. Ea continentur in ſequenti tabella.

Pro	Tempus periodicum	Axis major	Axis minor	Eccentricitas in iiſd. parti.	Eccentric. in diverſis
	dies horæ				
Saturno	10579. 8	190758	190448	5430	56982
Jove	4332.12	100420	103899	2505	48188
Marte	686.23.30. $\frac{1}{2}$	30474	30342	1415	93134
Terra	365. 6. 9. $\frac{1}{4}$	20000	19997	168	16881
Venere	224.16.48. $\frac{1}{3}$	14466	14465	52	7141
Mercurio	87.23.15. $\frac{1}{2}$	7742	7570	810	211165

24 In hac tabella ſi aſſumantur duo Planetæ quicunque, & reducantur ad unicam menſuram duo eorum tempora, ut ad minuta, ac fiat, ut cubus axis majoris primi Planetæ ad cubum axis majoris ſecundi Planetæ, ita quadratum temporis primi Planetæ, ad numerum quendam, tum extrahatur ex hoc numero invento radix quadrata, invenietur ea radix quamproximè æqualis tempori ſecundi Planetæ.

25 Ad hoc, ut ex hiſce elementis inveniri poſſet locus heliocentricus cujuſvis Planetæ, oporteret addere & poſitionem aphelii, & poſitionem nodi, & tempus aliquod tranſitus per aphelium, vel anomaliam pro aliquo tempore dato; ſed ea non ſunt hujus loci. Hìc tantummodo illud addendum eſt, ipſa aphelia, & nodos non penitus quieſcere, ſed moveri motu lentiſſimo, qui nondum apud Aſtronomos ſatis certo conſtat: apponam ex ipſo

Cail-

Caillio tabellam horum motuum juxta Caſſini, & Halleyi opinionem, ubi ſignum + ſignificat motum fieri in Orientem, ſignum — in Occidentem.

Pro	Motus Aphelii		Motus nodi	
	ex Caſſino	ex Halleyo	ex Caſſino	ex Halleyo
Saturno	+ 2''	+ 30''	+ 6''	— 32
Jove	+ 6	+ 22	— 27	0
Marte	+ 21	+ 20	— 17	— 12
Venere	+ 35	+ 6	— 17	— 19
Mercurio	+ 29	+ 2	0	0

26 Terra nodos non habet, motus autem ejus aphelii eſt + 18''. Porro ex hoc apheliorum, & nodorum motu profluxit diſcrimen inter tria genera converſionum, quas in Planetis Aſtronomi conſiderant. Converſio periodica eſt ea, qua Planeta regreditur ad eandem poſitionem reſpectu Fixarum; converſio anomaliſtica, qua regreditur ad eandem poſitionem reſpectu aphelii, ſive ad eandem anomaliam, & converſio ſynodica, qua regreditur ad eandem poſitionem reſpectu nodi aſcendentis; quanquam in Luna ſynodicam converſionem communius appellant eam, qua regreditur ad eandem poſitionem reſpectu *Solis*, ut a Novilunio ad Novilunium.

27 Utcumque autem his etiam motibus adhibitis ad calculum reducantur Planetarum loca, adhuc exiguæ quædam differentiæ inveniuntur inter loca calculo eruta, & obſervata, quarum nonnullæ ad certas leges deductæ ſunt poſtremis hiſce annis, ſed nondum penitus omnes, nec ex obſervationibus, nec ex theoria ad certas leges deduci potuerunt.

28 Hæc de Primariis Planetis: jam vero Luna, & Terra circa commune illarum gravitatis centrum convertuntur pariter in ellipſibus inclinatis itidem ad Eclipticam in angulo per 18 minuta variato, cujus medium eſt graduum 5, min. 9, Ejus diſtantia a Terra eſt ſemidiametrorum terreſtrium ex Caillio maxima $64\frac{2}{3}$, media $60\frac{1}{5}$, minima $55\frac{3}{4}$. Sed forma ipſius orbitæ, & magnitudo mutatur perpetuo, ut & apogeum ipſius, & nodi moventur motu ingenti: tempora converſionum integrarum, & verus motus in orbita, & inclinatio orbitæ ad eclipticam patiuntur inæqualitates plurimas; quæ quidem in ſygygiis, ſive novilunio, & plenilunio ſunt multo minores, quam alibi. Linea apſidum facit revolutionem integram mediam reſpectu Fixarum in orientem intra annos 8, dies 310, horas 10, minuta 58; linea nodorum in occidentem intra annos 18, dies 219, horas 8, min. 48. Lunæ autem converſio media reſpectu Fixarum fit diebus 27 horis 7, 43', 12'', reſpectu nodi utriuslibet diebus 27, horis 5, 5', 35'', reſpectu apogei diebus 27, horis 13, 18', 34''.

29 Satellites Jovis circa Jovem, & Saturni circa Saturnum, vel potius circa commune centrum gravitatis ipſorum, & ſui Primarii, moventur motu quamproximè æquabili in orbibus quamproximè circularibus inclinatis ad planum orbitæ ſui Primarii. Eorum tempora periodica, & diſtantiæ a

centro ſui Primarii computatæ in ſemidiametris ipſius Primarii continentur ſequenti tabella, ex quibus numeris facile deducitur eſſe quamproximè quadrata eorum temporum, ut cubos earum diſtantiarum.

			Tempora periodic	diſtantiæ
Satellites	Saturni	1	di. 1, hor. 20, 32'	8. $\frac{7}{8}$
		2	2, 16, 34	11. $\frac{1}{4}$
		3	4, 10, 36	15.
		4	15, 16, 9	36.
		5	78, 8, 45	108.
	Jovis	1	1, 18, 27	5 $\frac{2}{3}$
		2	3, 13, 14	9.
		3	7, 3, 35	14. $\frac{1}{3}$
		4	16, 15, 55	25. $\frac{1}{3}$

30 Cometæ feruntur circa Solem in foco poſitum in orbibus ellipticis ita oblongis, ut pro parabolicis aſſumi poſſint arcus perihelio proximi. Eam orbium formam exhibet fig. 1. Areas deſcribunt terminatas ad *S* tempori proportionales: quadrata temporum, quibus ab iis deſcribuntur areæ ſimiles *PSE*, ſunt, ut cubi diſtantiarum homologarum, ut *SP*, & ſive comparetur celeritas ejuſdem Cometæ in uno loco cum celeritate in alio, ſive celeritas unius in uno loco cum celeritate cujuſvis alterius in quovis alio, in quo adhuc ſit conſpicuus, velocitates ſunt in ratione reciproca ſubduplicata diſtantiarum.

31 Ipſorum orbitæ ad planum Eclipticæ inclinantur in angulis admodum diverſis, quorum alii ſunt multo minores, alii multo majores ſemirecto ita, ut non ſolum in 24 orbitis ab Halleyo definitis, ſed in omnibus 45 huc uſque obſervatis media inclinatio eſt graduum 45; unde conſtat ab inclinatione 0 ad inclinationem perpendicularem temere, & ſine ullo certo vinculo diſperſas jacere ejuſmodi orbitas. Nodi, & Aphelia ſine ulla itidem certa lege in omnes Cæli plagas diriguntur. Diſtantiæ itidem periheliæ admodum diverſæ ſunt. Cometa anni 1680, & 1681 ad Solem ita in perihelio acceſſit, ut vix ſexta parte ejus diametri ab eo diſtiterit: at contra Cometa anni 1729 in ipſo perihelio diſtabat a Sole quadruplo plus, quam Terra. Puncta, in quibus orbitæ per planum Eclipticæ tranſeunt, ſunt admodum diverſa, nec ullum in orbitam Terræ accuratè incurrit, ſunt tamen nonnulla ſatis proxima. E Cometis 45 obſervatis, 23 retrogradum habuerunt motum in Occidentem, 22 directum in Orientem.

32 Elementa ipſorum orbitæ parabolicæ ſunt, inclinatio orbitæ, locus nodi aſcendentis, locus perihelii, diſtantia perihelia, tempus appulſus ad perihelium, & directio motus; & apud Caillium num. 571 videre eſt hæc elementa pro Cometis 43, acceſſit in ſcheda adjecta editioni Viennenſi alius, & poſtremus per hoſce dies, ut ſupra diximus, videri deſiit, qui tamen eſt idem cum aliis tribus Halleyanis, & habet elementa orbitæ parum admodum immutata, quæ proferemus inferius, ubi de Cometis.

33 Ma-

33 Magnitudo Cometarum incerta eſt, cum ipſum nucleum ſolidum nunquam accuratè videre liceat, ſed ad ſummum denſiorem ejus atmoſphæram inſtar albicantis nuclei. Atmoſphæra autem etiam illa, quæ ad caput pertinet circa ipſum diffuſa, multis vicibus ſuperat & ipſorum nucleum, & Terræ diametrum: in Cometa anni 1744 ego ipſius diametrum diametro Terræ triginta etiam vicibus majorem reperi.

34 Hæc pertinent ad motus, & magnitudines, ut ſunt in ſe: dicendum nunc de iis, ut e Terra ſpectantur. In primis dum nos e Tellure Cælum ſuſpicimus, nec ullum videmus objectorum cæleſtium terminum, confingimus nobis immenſam ſphæram Telluri concentricam, & cum ipſa tranſlatam, ad cujus ſuperficiem referimus omnia objecta cæleſtia, & locum verum geocentricum objecti cæleſtis dicimus illud ejus punctum, ad quod tendit recta a centro Terræ ducta per ipſum objectum. In hac ſuperficie confingunt Aſtronomi depictas figuras quaſdam plerumque petitas a Veterum mythologia, ad quas pertineant Fixæ, quæ in earum ſpatia cadant, quæ figuræ dicuntur conſtellationes, & inter eas ſunt illa 12 ſigna Zodiaci, ſive faſciæ cujuſdam, quæ hinc & inde ab Ecliptica æque protenditur, & dicuntur Aries, Taurus &c. Ea faſcia determinat locum, extra quem Planetæ e Tellure viſi nunquam egrediuntur, licet intra eam evagari poſſint alii magis, alii minus ab Ecliptica diſcedendo.

35 Bayerus Fixas magis conſpicuas, incipiendo a lucidioribus, græcis plerumque litteris deſignavit, quæ deſignatio adhuc in uſu eſt, & is Zodiaco 16 gradus latitudinis attribuit. Fixæ, quæ extra ejuſmodi conſtellationum formas apparent in Cælo, dicuntur informes.

36 Locum objecti cæleſtis geocentricum nobis in ſuperficie Terræ ſitis, & cum ipſa tranſlatis tria perturbant: parallaxis, refractio, & Bradleyana luminis aberratio.

37 Sit in fig. 4. *C* centrum Terræ, *A* locus Obſervatoris, cujus punctum verticale *Z* dicitur Zenith, *B* ſit objectum quoddam: ducta recta *CBD* uſque ad illam immenſæ ſphæræ ſuperficiem, *D* eſt ejus locus geocentricus: at recta *AB* ab oculo Spectatoris ducta per ipſum *B* refert illud ad aliud punctum ejus ſuperficiei *E*. Angulus *ABC* dicitur parallaxis, & ſi ſphæra concipiatur immenſa, ejus menſura eſt *DE*. Diſtantia vera a Zenith eſt angulus *ZCB*, diſtantia apparens ex parallaxi eſt angulus *ZAB*. Circa hanc parallaxim habentur plurima theoremata, quorum uſus occurrit ſæpe. F. 4

38 Parallaxis objectum deprimit in plano verticali removens ipſum a Zenith, & minuens altitudinem ipſius ſupra horizontem. Cum autem ſit, ut diſtantia *CB* objecti a centro Terræ ad *CA* ſemidiametrum Terræ, ita ſinus *CAB*, vel *ZAB* ad ſinum *ABC*, habebitur hujuſmodi theorema: *eſt diſtantia a centro Terræ ad ſemidiametrum Terræ, ut ſinus diſtantiæ apparentis a zenith, ad ſinum parallaxeos.* Atque hinc facile deducitur, manente diſtantia, & ſemidiametro, fore ſinum parallaxeos, vel, ſi ea ſit exigua, ipſam parallaxim, uti eſt ſinus diſtantiæ apparentis a zenith. Inde autem deducitur, ubi objectum exiſtens in *I* appareat in ipſo zenith, parallaxim eſſe nullam: tum eo majorem fore, quo magis diſtet ab ipſo zenith locus viſus, & exiſtente objecto in ipſo horizonte *AFH* in *F*, parallaxim ejuſmodi horizontalem fore maximam. In eo autem caſu ob angulum

CAF rectum, theorema evadet hujuſmodi: *Diſtantia objecti a centro Terræ ad ſemidiametrum ipſius Terræ eſt, ut radius ad ſinum parallaxeos*: ac per ſuperiora theoremata patet determinata quavis parallaxi, inveniri horizontalem, inventa hac, & data ſemidiametro Terræ, inveniri diſtantiam: parallaxim quamcumque cæteris paribus in ſuperficie Terræ non ſphærica fore, uti eſt ſemidiameter Terræ pertinens ad locum Obſervatoris.

39 Si radius lucis recta deveniret ad oculum quieſcentem in *A*, ſola parallaxis turbaret locum geocentricum; at ipſe radius *BA* rectus non advenit, ſed prope ſuperficiem Terræ invenit atmoſphæram terreſtrem, a qua incurvatur, & oculus quieſcens æſtimat directionem loci objecti a directio-
F. 5 ne poſtrema radii in ipſum oculum incurrentis. Exprimat in fig. 5 *MIN* atmoſphæram terreſtrem. Radius, qui ex objecto *B* advenit ad oculum *A*, percurrit uſque ad ſummitatem atmoſphæræ ipſius rectam lineam *BI*, tum perpetuo denſiora atmoſphæræ ſtrata inveniens incurvat motum ſuum accedendo perpetuo ad perpendiculum per curvam *IA*. Si *AL* ſit recta tangens ejuſmodi curvam in *A*, oculus quieſcens objectum videt directione *AL*, & angulus *LAB* eſt error ortus a refractione.

40 Porro patet, refractionem elevare objectum in plano verticali, adeoque præſtare effectum parallaxi contrarium. Jam conſtat apud Aſtronomos refractionem omnium Planetarum, Cometarum, Fixarum eandem eſſe, eadem apparenti altitudine, pari atmoſphæræ conſtitutione, niſi quod puncto *B* recedente in recta *IB*, recta *AB* inclinatur tantillo magis, manente *AL*, ſed refractio eo modo definita evadit major; at ob exiguam inclinationem, & diſtantiam rectarum *IB*, *AB*, & ingentem omnium cæleſtium objectorum diſtantiam id diſcrimen nuſquam ſub ſenſum cadit. Itidem conſtat, refractionem haberi ubique, etiam in minimis diſtantiis a zenith: in iis eſt admodum regularis, & uniformis, ac conſtans ad ſenſum, & uſque ad 42 gradus diſtantiæ a zenith uno minuto minor, vix ullam a mutatione atmoſphæræ ſenſibilem mutationem patitur. In primis 6 gradibus diſtantiæ a zenith æquabiliter creſcit uſque ad 7 ſecunda, quæ debentur diſtantiæ graduum 6; nec ibi ullam ſenſibilem mutationem patitur a mutatione ipſa atmoſphæræ. Prope ipſum horizontem plurimum incerta eſt, & varia, ac ultra ſemiminutum protenditur; ubi idcirco perquam exigui uſus ſunt obſervationes pleræque. Habemus autem recens editam a Caillio tabellam refractionum adjiciendam ejus fundamentis Aſtronomiæ, in qua pro varia altitudine mercurii in barometro, & vario gradu caloris in thermometro Reaumuriano aſſignatur pars proportionalis, qua refractio aſſignata in tabella augeri debet, vel minui; ſed ea correctio refractiones penitus exactas non reddet, niſi in minoribus diſtantiis a zenith, ubi exiguæ ſunt refractiones ipſæ, & proinde correctiones exiguæ.

41 Directio poſtrema radii ſubeuntis oculum determinat locum viſum objecti, ſi oculus quieſcat: at ſi oculus moveatur, propagatio luminis ſucceſſiva jam dudum ab Aſtronomis deprehenſa combinata cum ipſo oculi motu,
F. 6 erroneam viſionem reddit. Feratur in fig. 6 radius ad *A* directione *LPA*, dum oculus fertur per *BAC*, & ſit *BA* ad *AP*, uti eſt celeritas oculi ad celeritatem luminis: ſi tubulus *BP*, ſimul cum oculo transferatur in *AQ*, particula luminis ingreſſa medium tubulum in *P*, ſemper erit in axe ipſius tu-

buli

buli promoti, & ad oculum deveniet in *A* egreſſa ex ipſo medio tubuli axe. Spectator autem æſtimabit poſitionem objecti ex directione tubuli per *AQO*, pro *APL*. Diſtantia directionis veræ radii a directione viſa erit angulus *LAO*, qui dicitur aberratio luminis. Patet eam fieri in plano motus oculi, & radii in eam plagam, in quam oculus tendit: erit autem ut *AP* ad *PQ* æqualem *AB* ita ſinus anguli *AQP* æqualis angulo *QAC* ad ſinum aberrationis *QAP*. Nimirum *ut celeritas radii ad celeritatem oculi, ita ſinus anguli, quem directio apparens objecti continet cum via radii, ad ſinum aberrationis*.

42 Immenſa luminis celeritas illud efficit, ut ea aberratio in motibus, quibus nos in ſuperficie Terræ mutamus locum, ſit ad ſenſum prorſus nulla. At celeritas motus annui Terræ circa Solem tanta eſt, ut ſenſibilem aberrationem pariat. Ubi angulus ille *CAO* eſt rectus, ea aberratio ad 20 ſecunda pertingit; atque inde pendet primus e binis Fixarum motibus apparentibus a Bradleyo detectis, qui hanc ejus theoriam prodidit cum phœnomenis conſentientem mirum in modum. Is autem & Fixas, & Planetas afficit omnes.

43 Ex propagatione ſucceſſiva luminis, & illud oritur, quod locus objecti cæleſtis correctus etiam per parallaxim, refractionem, aberrationem luminis, non ſit locus ipſi debitus momento temporis, quo ipſum oculus videt, ſed momento temporis, quo ab objecto prodiit radius. Inde alia correctio oritur loci viſi neceſſaria pro iis objectis, quæ moventur celeritate habente aliquam rationem ſenſibilem ad celeritatem luminis. In ſtellis Fixis ea correctio nulla eſt, licet ab iis lumen, quod a Sole huc devenit poſt horæ ſemiquadrantem, deveniat inde poſt plures annos, & ab earum nonnullis, ut ego quidem arbitror, poſt plura annorum millia; nam eundem occupant locum, cum lumen ad oculum appellit, quem occupabant, cum ab iis diſceſſit. Illud autem notatu dignum, aberrationem, quæ inde oritur in loco viſo objectorum, quæ in ſuperficie Terræ cernimus, ſemper ad ſenſum accurate compenſari a priore illa Bradleyana luminis aberratione, uti demonſtravi jam olim in mea diſſertatione de annuis Fixarum aberrationibus; qui quidem errores & in Luna fere penitus ſe mutuo deſtruunt. In motibus quos habent objecta terreſtria reſpectu ſuperficiei Terræ ob exiguam eorum velocitatem, hæc ſecunda aberratio eſt ad ſenſum nulla.

44 Hæc pertinent ad errorem admiſſum in determinando loco geocentrico objecti a parallaxi, a refractione, a propagatione ſucceſſiva luminis combinata cum motu vel oculi, vel objecti: iis correctis habetur locus verus geocentricus objecti in illa immenſa ſphæra, quam nobis confinximus. Ex mutatione hujus loci oritur is, quem dicimus apparentem objecti cæleſtis motum: ea mutatio haberi poteſt, vel ex motu objecti, vel ex motu Terræ, vel ex motu utriuſque ſimul compoſito. Motus apparens proveniens etiam ex vero motu objecti diverſus eſt ab ipſo. Si objectum illud recta tendat ad Terram, vel ab illa recedat, & ipſa etiam quieſcat, motus apparens erit nullus. Angulus, quem faciunt rectæ tendentes ad bina loca ejuſdem objecti, ſive arcus, quem in ſuperficie illius ſphæræ percurrit objecti locus, exhibet ejus apparentem motum.

45 Quoniam Terra multos habet motus, quorum præcipuos expoſuimus, omnes

omnes ii inducunt motum in Fixas, Planetas, Cometas. Omnium maximus, & maxime notabilis eſt is, qui oritur a motu diurno Terræ. Eo motu movetur Terra in Orientem circa proprium axem tempore horarum 23, 56', 4''. Hinc omnia extra Tellurem ſita apparent motu contrario translata ab Oriente in Occidentem circa eundem axem continuatum uſque ad illius immenſæ ſphæræ ſuperficiem, qui axis cum ſit inclinatus ad planum Eclipticæ, aſtra omnia diurno motu apparent translata ab Oriente in Occidentem in circulis inter ſe parallelis, ſed inclinatis ad planum Eclipticæ. Inde omnes fere circuli ſphæræ armillaris ortum ducunt, quos in primis confingimus in illa cæleſti ſuperficie, ut effectum hujus diurni motus exponamus. Poli Æquatoris ſunt ibi, ubi is axis ad illam ſuperficiem terminatur, Æquator ab utroque polo æque diſtans eſt circulus maximus, qui Eclipticam ſecat in duobus punctis, quorum alterum appellatur ſectio autumnalis, alterum ſectio verna, & ab hac cæleſtium motuum initium deſumi ſolet, ut & Zodiaci rationalis initium, adeoque ibidem eſt principium Arietis rationale. Is autem circulus ad Eclipticam inclinatur nunc quidem in angulo graduum proxime $23\frac{1}{2}$

46 Conſectaria hujus diurni aſtrorum motus traduntur, ubi de ſphæra armillari agitur: hic notanda quædam, quæ ad ipſum pertinet. Hic motus cenſetur prorſus æquabilis, & eſt ad ſenſum ſaltem intra eundem annum, & exiguum annorum numerum; nam fieri poſſet, ut longo ſæculorum curſu mutaret celeritatem etiam, ut alias plures mutationes ſubit. Axis, circa quem is motus fit reſpectu Terræ, intra eundem annum, & intra paucos annos nullam mutationem ſubit, quæ ſenſu percipi poſſit, ut idcirco poli, & meridiani terreſtres, qui per ipſos ducuntur, nullam reſpectu ſuperficiei Telluris mutationem patiantur. An etiam poſt longam annorum, & potiſſimum ſæculorum ſeriem, mutationem nullam patiatur ea poſitio terreſtris axis, nondum ex obſervationibus ſatis certo conſtat. Pyramides Ægyptiacæ, quarum latera etiam nunc poſt terna circiter annorum millia meridianæ lineæ directionem accuratè ſervant, ſuadent poſitionem eo temporis intervallo conſervatam potius, quam caſu quodam accuratè reſtitutam; meridiana autem Tychonis linea, quæ Uranoburgi inventa eſt a vera poſitione pluribus minutis aberrans, oppoſitum indicat. Sed, ſi Aſtronomia ſequentibus ſæculis æque exculta fuerit, ac nunc excolitur, id maxime patebit ex accurata determinatione altitudinum poli, quas nunc intra pauca ſecunda obtinemus. Eas enim mutari neceſſe eſt, ſi poli terreſtres in ſuperficie Terræ locum mutent, adeoque ab aliis locis recedant accedentes ad alia.

47 Plures tamen mutationes ſenſibiles inventæ ſunt in iis, quæ pertinent ad diurnum motum. Ejus axis, qui reſpectu Terræ idem manet ſaltem eodem anno, & exiguo annorum intervallo, Tellure translata non progreditur motu uniformi, ſed inclinatione ad planum Eclipticæ ſatis proxime ſervata, convertitur circa ipſius Eclipticæ axem; ex qua converſione illud fit, ut poli Æquatoris circa polos Eeclipticæ reſpectu Fixarum deſcribant circulum ad diſtantiam graduum $23\frac{1}{2}$ circiter, unde fit, ut & puncta æquinoctialia, in quibus æquator eclipticam ſecat, regrediantur in Occidentem contra ſignorum ordinem. Hinc eo motu fit, ut omnia objecta cæleſtia motum habeant nobis apparentem per circulos Eclipticæ parallelos in Orientem, & aliæ Fixæ poſt alias ad polos Æquatoris accedant, ac ad ſectionem

ctionem vernam appellat Terra, & æquinoctium vernum celebret ante, quam integram converſionem abſolvat. Idcirco is motus dicitur *Præceſſio æquinoctiorum*.

48 Eo motu factum eſt, ut ſigna Zodiaci apparentis diſtinguantur a ſignis Zodiaci rationalis. Diviſio Zodiaci rationalis incipit ab ipſa ſectione verna, & totum circulum partitur in duodecim partes æquales, quæ dicuntur Aries, Taurus &c. In iis olim erant ſtellæ, quæ pertinent ad conſtellationem Arietis, Tauri &c. Sed nunc ita progreſſæ ſunt poſt annorum circiter duo millia, ut in Tauro rationali jam ſit is apparens Aries, Taurus in Geminis, & ita porro. Duobus circiter annorum millibus per unius rationalis ſigni ſpatium progreſſa ſunt ſigna apparentia, quia is motus eſt lentiſſimus. Singulis annis eo motu percurruntur ſecunda 50 $\frac{1}{3}$, adeoque is non abſolvitur, niſi poſt annorum fere 26 millia; & eo ſingula aſtra promoventur in Orientem reſpectu principii Arietis, quo nomine intelligi ſemper ſolet ab Aſtronomis principium Arietis rationalis, ſive illa mobilis verna ſectio, per ſecunda 50 $\frac{1}{3}$ in longitudinem, latitudine nihil mutata.

49 Porro is motus, qui olim ab Aſtronomis credebatur æquabilis, inæqualitates habet quaſdam, ut & inclinatio axis Æquatoris ad planum Eclipticæ variatur nonnihil, & ex utraque variatione ſimul oritur motus, quem dicunt Aſtronomi nutationem axis, quem itidem motum, ejuſque leges invenit Bradleyus. Is abſolvitur ſpatio fere 19 annorum, nimirum eodem tempore, quo Lunæ nodi reſpectu principii Arietis unam converſionem abſolvunt; nimirum poſt annos 18, dies 224, horas 5, 5', 35''. Concipitur quidam locus medius poli Æquatoris, qui lentiſſimo illo motu circulum deſcribat circa polum Eclipticæ: circa eum locum medium Bradleyus concepit circellum, cujus ſemidiameter ſecundorum 9, per quem ita ferretur locus verus, ut ſemper occuparet ejus punctum per gradus 90 orientalius eo puncto, quod nodus aſcendens Lunæ occupat in Ecliptica. Obſervationes accuratiores oſtenderunt poſtea, phœnomenis magis conſentire ellipſim, cujus axis major ſecundorum 18 ſit is, qui ad polum Eclipticæ dirigitur, jacens in coluro ſolſtitiorum, alter vero axis ſit aliquanto minor. D'Alambertus eum ex gravitatis theoria deduxit ſecundorum fere 14, in quo & cum Eulero conſentit.

50 An hic ipſe medius poli locus eandem ſemper diſtantiam ſervet a polo Eclipticæ, & cujuſmodi mutationes ſubeat ea diſtantia, nondum ſatis compertum eſt apud Aſtronomos. Eques de Louville cenſuit eam diſtantiam, & proinde inclinationem Æquatoris ad Eclipticam imminui ſingulis ſæculis per ſingula minuta prima. Caillius illam ponit pro an. 1750 incunte gr. 23, 28', 19'', & ſingulis annis putat imminui per $\frac{44}{100}$ unius ſecundi. Exigua eſt ſane mutatio pro exiguo annorum numero, & rem accuratius determinabit poſteritas.

51 Hi motus omnes oriuntur ex mutatione paralleliſmi, quem Tellus in motu ſuo, quo ejus centrum progreditur, non accurate ſervat. Ex ipſa translatione centri oriuntur alii motus apparentes in Planetis, & Cometis. Cenſuerunt Aſtronomi nonnulli ſuperiore ſæculo, & initio hujus, oriri ex translatione annua Telluris circa Solem correctis etiam mutationibus loci inductis a mutatione paralleliſmi, motum quendam exiguum in Fixis, quem

appellarunt annuam Fixarum parallaxim. Sed jam conſtat ejuſmodi parallaxim Fixarum ob immanem illarum diſtantiam eſſe minorem, quam ut ullo ſenſu percipi poſſit. Loca Fixarum deducta per ſolos motus ſuperius expoſitos jam intra unum, vel alterum ſecundum cum obſervationibus ita congruunt, ut ſatis certo conſtet nullis aliis motibus generaliter Fixas affici, & proinde nullam eſſe ad ſenſum annuam illam parallaxim.

52 Ex motu Terræ circa Solem annuo oritur in primis annuus apparens motus Solis. Ejus locus geocentricus eſt ſemper prorſus oppoſitus noſtro loco heliocentrico, ſive loco, quem Terra occupat e Sole viſa. Hinc ut annuo motu hic locus mutatur, ita pariter mutatur & ille, ac Sol nobis apparet deſcribere ellipſim æqualem illi, quam Terra deſcribit circa Solem, poſitam ſitu contrario illi, quem occupat ellipſis deſcripta a Terra circa Solem.

53 Elementa ejus theoriæ aliquanto accuratiora, quam quæ num. 23 propoſuimus, exhibet Caillius ex accuratioribus obſervationibus, & calculis a num.481. Ponit ejus converſionem annuam periodicam reſpectu Fixarum fieri diebus 365, horis 6, 8′, 58″: Converſionem anomaliſticam, qua regreditur ad eandem poſitionem reſpectu Apogæi, & quæ (ob motum ipſius Apogæi, exiguum quidem, ſed non nullum in Orientem nimirum ſecundorum proxime 17 in ſingulos annos) eſt tantillo longior, dierum 365, hor. 6, 16′, 0″: Converſionem tropicam, qua nimirum Sol regreditur ad idem punctum Eclipticæ computatum ab initio Arietis, ut ad eundem Tropicum, vel ad Æquatorem, quæ ob regreſſum annuum punctorum æquinoctialium, eſt aliquanto brevior converſione periodica, dierum 365, hor. 5, 48′, 23″: æquationem maximam ponit gr. 1, 55′, 36″ $\frac{1}{2}$, & inde eccentricitatem 16814 in partibus, quarum ſemiaxis major continet 1000000; appulſum autem ad Apogæum invenit pro tempore medio Pariſienſis meridiani ex ſuis obſervationibus habitis ad caput Bonæ Spei anno 1751, Junii die 30 hor. 11, 40′, 52″, exiſtente Apogæo in ſig. 3, gr. 8, 39′, 12″; quod ſimul, & loci medii, & Apogæi Epocham exhibet.

54 Ob hanc annuam tranſlationem Terræ, & motum Solis progredientis per Eclipticam inde ortum fit illud, ut dies conſiderati ab altero appulſu Solis ad meridianum ad alterum appulſum longiores ſint converſione diurna tanto intervallo, quantum requiritur, ut interea ſub meridiano tranſeat is arcus Eclipticæ, quem Sol eo die deſcripſit; qui quidem arcus, cum ob inæqualitatem motus terreſtris, vel ſolaris ſit alio anni tempore alius, & præterea non eandem poſitionem habeat ſemper ad æquatorem, dies computati per illos appulſus Solis inæquales ſunt; unde oritur diſcrimen inter tempus inæquale, quod appellant Aſtronomi verum, vel apparens, & tempus æquabile, quod concipiunt, & medium vocant: Hinc diviſa die media in horas 24, Fixarum diurna converſio orta e rotatione æquali Terræ eſt hor. 23, 56′, 4″.

55 Ex hac eadem tranſlatione Terræ circa Solem fit, ut motus Cometarum, & Planetarum appareant nobis admodum irregulares, & Planetæ quidem jam directi, jam ad ſenſum ſtationarii, jam retrogradi, licet revera ſint omnes ſemper directi, & circa Solem in Orientem ferantur. Pendet id

a com-

a combinatione motus apparentis, qui reſultat ab eorum translatione circa Solem, & motu, qui reſultat a translatione Telluris circa ipſum Solem; ac idcirco Aſtronomi ad inveniendum eorum locum geocentricum ex ipſorum theoria, prius determinant locum heliocentricum tam Planetæ, quam Terræ, & utriuſque diſtantiam a Sole, tum conſiderato triangulo, quod terminatur in Sole, Planeta, ac Terra, ex dato angulo ad Solem, & binis lateribus, inveniunt angulum ad Terram, & diſtantiam a Terra, ex quibus prodit ipſius Planetæ locus reſpectu Terræ.

56 Hoc motu Luna comitatur Terram circa Solem, qui proinde quantum cum ipſo motu Terræ conſpirat, in Luna non deprehenditur: at motus, quem Luna, & Terra circa communem gravitatis centrum habent menſtruum, totus a nobis Lunæ tribuitur, tanquam ſi Terra quieſcente ipſa Luna circa Terram converteretur in ellipſi habente focum in ipſa Terra. Elementa præcipua hujuſce motus propoſui ſupra num.28, hic addendæ duæ aliæ converſiones, quæ in ea conſiderari poſſunt, quarum altera eſt tropica, ſive reſpectu principii Arietis regredientis, dierum 27, hor. 7, 43', 12'', altera ſynodica reſpectu Solis, qua ad conjunctionem, vel oppoſitionem redit cum Sole, ſive ad Novilunium, vel Plenilunium, eſt dierum 29 hor.12, 44', 3'', quæ quidem periodi ſunt mediæ, nam eædem ob inæqualitatem motuum lunarium ſunt admodum inæquales; & de pluribus Lunæ inæqualitatibus dicemus aliquid inferius, ubi de ejus theoria.

57 Hic motus Terræ circa commune centrum gravitatis cum Luna inducit motum apparentem paucorum admodum ſecundorum in Solem, & viciniores Planetas. Ejus rationem jam incipiunt habere Aſtronomi, & in tabulis ad theoriam Solis pertinentibus, quas Caillius edidit addendas ſuis Aſtronomiæ fundamentis, adjecit tabellam eo etiam pertinentem, ut & aberrationes motus Solis oriundos ab actione Jovis, & Veneris in ipſum, & Tellurem. Sed hæc ſingillatim perſequi non vacat.

58 Ex iis, quæ dicta ſunt, conſtat Fixas habere 4 illos motus apparentes, de quibus egimus in adnotatione ad verſum 322, motum diurnum, de quo hic num.45, motum præceſſionis, de quo hic num.48, motum nutationis axis, de quo hic num.49, & motum ex aberratione luminis, de quo hic num.41. Conſtat itidem, quos motus habeant, & quas diſtantias Planetæ, & Cometæ, de quibus egimus in adnotationibus pluribus, ut ad verſ. 330, 354, 363: expoſitæ ſunt etiam Keplerianæ leges a num.14, de quibus egimus in adnotatione ad verſ.415, 443, 514, 597. Innuimus etiam inæquales eſſe Lunæ motus, & adhuc in Planetis aberrationes quaſdam ſupereſſe, poſtea quam omnium expoſitorum motuum ratio eſt habita, quarum pleræque nondum ad certas leges redactæ ſunt, ut nec omnes inæqualitates lunares, licet harum plures ſint jam ſatis cognitæ, & in tabulas aſtronomicas redactæ, de quibus egimus in adnotatione ad verſ. 608.

59 Nunc de diſtantiis, & magnitudinibus aſtrorum apparentibus dicendum aliquid. Diſtantia apparens binorum aſtrorum eſt arcus circuli maximi ejus immenſæ ſphæræ, ad quam ea referimus, qui interjacet inter bina loca in eadem ſuperficie ab ipſis occupata, quem determinant binæ rectæ a centro Terræ ductæ per bina eorum centra; & idcirco Fixarum diſtantias a ſe invicem metimur gradibus, & minutis.

60 Se-

60 Semidiameter apparens aſtri dicitur angulus, quem continent in oculo binæ rectæ, quarum altera tendat ad centrum aſtri, altera ejus ſuperficiem contingat; ut in fig. 6, ſi oculus ſit in *C*, angulus *FCD* dicitur ſemidiameter apparens, quia is determinat arcum *AG* circuli immenſæ illius ſphæræ, quem occupat ſemidiameter vera *FD* ſpectata ex ipſius ſphæræ centro *C*. Diameter autem apparens eſt *EG* dupla ipſius *AG*.

F. 6

61 Cum angulus *CDF* ſit rectus, facile patet, fore *CF* ad *FD*, ut eſt radius ad ſinum anguli *FCD*. Quare habetur hujuſmodi theorema: *Eſt radius ad ſinum ſemidiametri apparentis, ut eſt diſtantia vera aſtri ab Obſervatore ad ſemidiametrum veram*. Inde autem deducitur fore ſinum ſemidiametri apparentis, vel, ſi exigua ſit, ipſam ſemidiametrum, ac diametrum, directè, ut eſt ſemidiameter vera, & reciprocè, ut diſtantia conjunctim; & in eodem aſtro, in quo diameter vera eſt ſemper eadem, fore ſinum ſemidiametri apparentis, vel ipſam ſemidiametrum, aut diametrum in ſola ratione reciproca diſtantiarum. Datis autem binis ex iſtis tribus, diametro vera, diametro apparente, & diſtantia, invenitur ſtatim tertium ope expoſiti theorematis.

62 Notandum & illud, parallaxim horizontalem aſtri nihil eſſe aliud, niſi ſemidiametrum apparentem Telluris ſpectatæ e centro illius aſtri, quod patet in fig. 4, in qua parallaxis horizontalis aſtri *F* eſt angulus *AFC*, quem continet recta *FC* tendens ad centrum Terræ cum recta *FA* tangente ejus ſuperficiem. Eſt autem in fig. 4 *AF*, in fig. 6 *CF* diſtantia oculi a centro aſtri, & ea aſſumpta pro radio eſt ibi ſemidiameter Terræ *AC* tangens parallaxeos horizontalis, hic ſemidiameter aſtri *FD* ſinus ſemidiametri apparentis. Quare habetur hujuſmodi theorema: *Eſt ſemidiameter Terræ ad ſemidiametrum veram aſtri, vel diameter ad diametrum, ut tangens parallaxeos horizontalis ad ſinum ſemidiametri apparentis, vel, ubi ii anguli ſint ſatis exigui, ut ea parallaxis ad ſemidiametrum apparentem*, ac idcirco hæc ultima ratio eſt proximè conſtans in omnibus Planetis, in quibus nimirum ii anguli exigui ſunt.

F. 4

63 Hoc eſt quoddam breve ſpecimen theoriæ corporum cæleſtium, ad quam demum alicubi fermè accuratè, ut in Fixis, & in Planetis pluribus, ac Cometis, alicubi ſatis proximè cum obſervationibus conſentientem devenimus poſt longum tot ſæculorum laborem, & ambages admodum implexas. Porro in eo, quod pertinet ad obſervationes, inſtrumenta, & methodi, quæ hodie adhibentur ad incredibilem itidem ſubtilitatem devenerunt, ut idcirco exigui etiam diſſenſus theoriæ ab obſervationibus tuto deprehendi poſſint. Veterum & inſtrumenta, & methodi erant admodum craſſa, quæ obſervationum ruditas, atque craſſities diu etiam poſt reſtauratam ſæculo XV Aſtronomiam perduravit ita, ut plures Aſtronomi tum demum ſibi multum profeciſſe viderentur, cum errores obſervationum infra ſextantes graduum deprimerent. Nunc autem ad ſecunda minuta devenitur, & multa ex iis, quæ immediatè exhibentur ab inſtrumentis, intra unum, vel alterum ſecundum ſatis certo determinantur.

64 Hujuſmodi inſtrumenta ſunt in primis horologium oſcillatorium, & teleſcopium. Teleſcopio additur micrometrum ad exiguas apparentes diſtantias, & ad apparentes diametros determinandas, ſive id ſit internum, con-

conſtans filis tenuiſſimis vel fixis rite diſpoſitis, vel mobilibus in foco objectivæ lentis, ſive externum conſtans chochlea totum teleſcopium promovente, ſive id, quod nuper inventum dicitur objectivum micrometrum, & conſtat objectiva lente bifariam ſecta partibus ita a ſe invicem diductis, ut binas cujuſvis objecti imagines exhibeat, quarum diſtantiam diſtantia partium ipſarum promotarum determinet. Teleſcopium autem ipſum additum quadrantibus, atque ſectoribus, dioptris, & pinnulis antea adhiberi ſolitis ſucceſſit cum incredibili lucro ob tanto majorem diſtinctionem, & auctam objectorum apparentem diametrum, atque id vel unicum uni lateri affixum cum filo penduli ſuſpenſi e centro altitudines apparentes ſupra horizontem definit, vel duplex, alterum fixum, alterum mobile circa quadrantis centrum angulos exhibet, ſive apparentes diſtantias, quæ multo facilius, & accuratius definiuntur per recentiſſimum itidem inſtrumentum, quod quadrantem reflexionis appellant, in quo per unicum teleſcopium collimatur ſimul in bina objecta, quorum diſtantia apparens quæritur, in alterum quidem per radios directos, in alterum vero per radios reflexos a ſpeculo ritè diſpoſito. Teleſcopio autem immoto, vel in gyrum ducto per quadrantem muro meridiano affixum, & horologio adhibito, determinatur tempus, quod intercedit inter binos appulſus binorum aſtrorum ad filum ritè in ipſo teleſcopio diſpoſitum, & per ipſum quanto alterius locus alterius loco orientalius ſit, quin ex differentia temporis effluentis inter appulſus ad diverſa micrometri fila ritè itidem diſpoſita deducitur etiam, quantum alterum altero borealius ſit, & reſpectiva aſtrorum omnium poſitio ad ſe invicem definitur.

65 Hìc jam indicandum illud, quo ordine eo deventum ſit, & per quas ambages, erroreſque. Motus diurnus omnium corporum cæleſtium primus innotuit, ut & diſcrimen inter Fixas mutuam poſitionem ſervantes, ac Planetas libere evagantes. & quidem motus diurnus ipſe habitus eſt pro accuratè æquabili; at diu ignoratum illud, quantum loca, quæ inde eruuntur, mutentur per diurnam parallaxim, & refractionem. Ex motu diurno plures eruuntur methodi pro determinando effectu conjuncto utriuſque, quarum altera deprimit, altera attollit, uti diximus, objecta viſa; ſed ne hæ quidem erant ſatis exactæ ante inventum horologium oſcillatorium, quod exhiberet accuratam menſuram temporis. Hinc diutiſſimè circa effectum etiam conjunctum erratum eſt, & multo magis in dividendo alterius effectu ab altera; ac refractio quidem diu neglecta penitus ab Aſtronomis, diu per erroneas theorias ex paucis obſervationibus quæſita. Tycho primus de refractionibus determinandis cogitavit; ſed idem eas, & fere omnes ejus ætatis, ac plurimi etiam poſteriores, & ipſe Riciolius cenſuerunt alias eſſe pro Fixis, alias pro Planetis aliis, quas deinde deprehenſum eſt, & ex theoria, & ex obſervationum conſenſu debere eſſe ferè accuratè communes omnibus cæleſtibus corporibus in eadem apparenti altitudine: eaſdem diu creditum fieri in ſola ſuprema ſuperficie atmoſphæræ, & ultra quadrageſimum quintum altitudinis gradum nullas eſſe: exculta paullatim theoria ipſa refractionum repetitarum a ſuis cauſis, & cum obſervationibus comparata, demum innotuit incurvari perpetuo radium, & refractiones uſque ad zenith haberi ubique.

66 Parallaxim ab effectu conjuncto ingentem in Planetis, adhuc ſatis magnam in ipſis Fixis detrahendam cenſuerunt ab effectu conjuncto utriuſque,

cum

cum multo minorem diſtantiam cenſerent aſtrorum a Terra, quam deinde inventa ſit: & quidem nonnulli ſuperioris ſæculi Aſtronomi etiam uno minuto majorem Fixarum parallaxim cenſuerunt, Tycho vero ipſe 15 ſecundorum, quam quidem Riciolius ad ſecundum unicum depreſſit, qui tamen adhuc ingens diſcrimen admiſit inter refractiones Planetarum diverſorum, ac Fixarum. Poſteaquam tum alia argumenta, tum aberratio illa luminis adeo cum phœnomenis conſentiens Terram circumduxit circa Solem, loca Fixarum computata per illos 4 motus, quos num. 58 recenſuimus, cum obſervatis intra unum etiam, vel alterum ſecundum conformia demonſtrarunt orbis annui parallaxim pro Fixis non eſſe uno ſecundo majorem; adeoque diurnam parallaxim in immenſum adhuc uno ſecundo minorem eſſe.

67 Igitur definito demum poſt multa tentamina, refractiones aſtris omnibus communes eſſe, parallaxim diurnam Fixarum eſſe nullam, aſſumptoque diurno motu ut æquabili ſaltem intra eundem diem, refractionum tabulæ ex obſervationibus deductæ ſunt, computata altitudine debita horis datis, & collatæ cum theoria petita a conſtitutione atmoſphæræ, & generali natura refractionis luminis, ac per eam expolitæ, exhibuerunt refractiones ipſas pro omnibus cæleſtibus corporibus, ſatis jam tutas ſaltem ſupra quadrageſimum quintum altitudinis gradum, per quas corrigantur obſervata loca. Ea vero & parallaxibus inveſtigandis per immediatas obſervationes locum reliquerunt.

68 Verum ad inveſtigandas parallaxes Planetarum viam ſtravit vel ipſa ſola æqualitas refractionum pertinentium ad Fixas, & ad Planetas, ac immenſa diſtantia Fixarum parallaxi carentium; comparando enim locum Planetæ viſi ſimul e duobus Terræ locis ſatis remotis cum Fixa quapiam ipſius loco apparenti proxima, differentia diſtantiarum ab eadem parallaxim exhibet, nullo ad refractiones reſpectu habito, quæ eundem effectum præſtant in loco Fixæ, & Planetæ. Joannes autem Dominicus Caſſinus methodum tradidit determinandi parallaxim ex obſervationibus in eodem loco habitis Planetæ cum eadem Fixa comparati bis prope horizontem, & circa meridianum, comparando utrobique ejus locum cum loco Fixæ, quæ quidem methodus poſt inventum micrometrum objectivum multo majoris uſus eſſe poteſt.

69 Parallaxi determinata facile deducitur diſtantia a Terra ope theorematum expoſitorum num. 38; determinata autem diſtantia, & loco viſo, ſive directione, in qua objectum jacet, determinatur verus locus, ac per plura ejuſmodi vera loca definita progredi licet ad motus ipſos veros determinandos. Determinata autem diametro apparente præter diſtantiam, vera etiam magnitudo definitur per theoremata num. 61. Diametrorum vero apparentium ratio ſaltem rationem diſtantiarum exhibet ab Obſervatore juxta num. 61, ex qua, & loco viſo in orbium ſpecies inquiri poſſit.

70 Verum parallaxis ita exigua in Planetis omnibus præter Lunam inventa eſt, ut ea ad mutationes diſtantiarum definiendas, & formam orbium nulli uſui eſſe poſſit, quæ quidem etiam pro lunari orbe definiendo non multum conducit, niſi bini Obſervatores ſimul in ingenti diſtantia ſatis diu multas contemporaneas obſervationes inire poſſint, nam ipſa Caſſini methodus, ac aliæ ad parallaxim definiendam excogitatæ ab inæqualibus Lunæ moti-

motibus plurimum perturbantur. Veteres autem ne haſce quidem pro Planetis methodos habuerunt parallaxeos inveſtigandæ. Quæſierunt diu Solis parallaxim per eclipſium theoriam, ex magnitudine umbræ terreſtris in Luna, quæ ob ejuſdem parallaxeos nimis exiguam quantitatem, & ob plurima admodum incerta, quæ aſſumenda iis erant ad eandem umbram determinandam, prodivit ſemper mirum in modum erronea. Conſtat nunc demum methodo, quam infra indicabimus, parallaxim horizontalem Solis non eſſe niſi ſecundorum $10.\frac{1}{2}$, quam ipſe & Tycho, & Copernicus in diſtantia media tribus minutis primis majorem eſſe cenſuerunt.

71 Cum Planetarum parallaxes ignorarint Aſtronomi vetuſtiores, eorum diſtantias quoque a Terra ignorarint, neceſſe eſt. Lunæ quidem diſtantiam a Terra minus erroneam prodiderunt ob parallaxim ipſius aliquando etiam uno gradu majorem. Quoniam ex parallaxi eruitur juxta num. 38 ratio diſtantiæ aſtri ad ſemidiametrum Terræ, patet, quo pacto a menſura diametri terreſtris potuerint Aſtronomi aſſurgere ad determinandam diſtantiam Lunæ a Terra, quod hic illuſtrandum reliquimus in adnotatione ad verſ. 100; quanquam etiam idem ope diametrorum apparentium fieri poteſt, methodo, quam in adnotatione ad verſum 157 reliquimus itidem hic illuſtrandam, & exponemus paullo inferius; quo autem pacto ipſam diametrum Telluris invenerint, quod ibidem eſt propoſitum, patebit in ſupplementis ad lib. 5, ubi fuſius agitur de figura, & magnitudine Telluris: Parallaxim Lunæ horizontalem inveniunt nunc Aſtronomi in diſtantia ejus media a Terra circiter minutorum 57, 6'' & factis ut ſinus $57', 6'' = 1661$ ad radium 100000 ita 1 ad quartum, prodit $60.\frac{340}{1661}$, ſive quamproximè $60.\frac{1}{5}$, uti numero 28 poſuimus. Porro e vetuſtiſſimis, & vetuſtioribus Aſtronomis Ptolemeus quidem parallaxim horizontalem mediam in quadraturis poſuit immanem minutorum 89, utut in ſyzygiis tolerabiliorem 58; Tycho utrobique nimiam 60, Copernicus tamen veræ proximam 57, aſt alii alias admodum diverſas.

72 Quod ad diametros apparentes pertinet, eas pro Sole, & Luna, ubi majores ſunt, utcunque definiebant, quanquam id ipſum determinatione admodum craſſa; at pro cæteris aſtris nulla fuit methodus ante inventa, & exculta teleſcopia, nec ulla ſatis accurata ante inventum micrometrum, qua diametri apparentes definiri poſſent. Fixarum, quas primæ magnitudinis dicimus, diametrum apparentem Tycho cenſuit unius minuti: eaſdem Riciolius ipſe teleſcopio uſus ad 18 ſecunda protendit; at melioribus teleſcopiis adhibitis, innotuit illam apparentem magnitudinem provenire a ſolis radiis intra oculum aberrantibus, quo enim longiora, & melioris notæ ſunt teleſcopia, eo magis inſtar puncti apparere Fixas omnino jam conſtat, ac pluribus methodis eædem jam infra tertium, ac quartum minutum deprimuntur. Hinc Fixarum magnitudines apparentes non ab apparenti diametro metimur, ſed a vi luminis, qua oculos percellunt, a qua itidem pendet, ut majores etiam nudo oculo ſpectatæ appareant, cum quo vividius eſt earum lumen, eo ad majorem diſtantiam a medio aberrantes radii ſenſu percipiantur. Septem autem magnitudinis hujuſce apparentis gradus Aſtronomi

paſſim

paſſim diſtinguunt, & minoris luminis Fixas appellant teleſcopicas, quod nudorum oculorum aciem effugiant.

73 Planetarum quoque omnium apparentes diametros craſſis admodum methodis definitas & Tycho, & omnes integro poſt Tychonem ſæculo Aſtronomi erroneas admodum prodiderunt, quas non niſi ex longiſſimorum teleſcopiorum uſu aliquanto accuratiores demum habuimus; ſed earum uſus in definiendis Planetariorum orbium ſpeciebus, ſi Solem, ac Lunam demas, nullus eſſe poteſt ob ipſam exiguitatem earundem. Ipſis diametris apparentibus innititur methodus illa determinandi diſtantiam Lunæ a Terra, quam in ea adnotatione ad verſ. 147 propoſuimus. Si micrometro definiatur diameter Lunæ apparens prope horizontem, tum prope zenith, invenitur ſexageſima circiter ſui parte major in ſecundo caſu, quam in primo. Hinc Noſter deducit, ſemidiametrum Terræ eſſe proximè partem ſexageſimam diſtantiæ ipſius Lunæ a Terra. Id demonſtratur hoc pacto. Quoniam juxta num. 38 diametri apparentes ſunt in ratione reciproca diſtantiarum, erit in
F.4 fig. 4 AF ad AI proximè ut 60 ad 59: eſt autem AF ſatis proximè æqualis CF; nam in triangulo rectangulo, in quo unum latus eſt admodum exiguum reſpectu alterius, facile demonſtratur differentiam baſeos a latere longiore eſſe perquam exiguam etiam reſpectu lateris minoris, & CF eſt proximè æqualis CI, cum Luna diſtantiam a Terra parum admodum mutet paucarum horarum tempore. Igitur eſt CI ad AI, ut 60 ad 59, & CA pars ſexageſima diſtantiæ CI.

74 Ut hæc methodus reddatur accurata, oportet determinare in ipſo horizonte diametrum horizontalem, non verticalem: nam hanc differentia refractionis in ſumma, & in ima diametri parte multo breviorem reddit, ut idcirco & Sol, & Luna prope horizontem appareat plerumque ovalis, diametro nimirum verticali multum imminuta, diametro vero horizontali manente ad ſenſum eadem. Præterea cum diſtantia mutetur nonnihil, oportet iterum ſequenti die diametrum Lunæ prope horizontem metiri, & factis, ut totum tempus inter primam, & tertiam obſervationem ad tempus inter primam, & ſecundam, ita differentia inventa inter primam, & tertiam diametrum ad correctionem adhibendam ſecundæ, ut habeatur illa, quæ haberetur, ſi nulla mutatio ex diſtantia mutata adfuiſſet; nam intra unum diem & diſtantia a centro, & diameter apparens ei diſtantiæ debita, mutantur ad ſenſum æquabiliter; & ad ſenſum æquabilis mutatio inde inducitur in diametrum viſam ex A. Eadem autem ſimili pacto definiri etiam accuratius correctio poſſet, ſi tertia obſervatio poſt minus temporis intervallum fieret Luna ad horizontem accedente iterum in occaſu. Demum facta $CF = CI = x$, $CA = 1$, fieret $AI = 1 - x$, & $AF = \sqrt{xx - 1}$. Poſitis autem diametris obſervatis m, & n, eſſet $n . m :: \sqrt{xx - 1} . 1 - x$, & $nn . mm :: xx - 1 . 1 - 2x + xx$, unde æquatio proveniret ſecundi gradus exhibens accuratius valorem quæſitum.

75 Quod ſi in binis quibuſvis altitudinibus apparentibus ſupra horizontem proximè definitis, definirentur accuratè diametri apparentes, & poſterior ex iis ſuperiore methodo corrigeretur a mutatione, quam interea inducit mutatio diſtantiæ a centro; haberi poſſet diſtantia hoc pacto. Dicatur

tur AB in prima obſervatione x, erit eadem in ſecunda $\frac{mx}{n}$. Dicatur coſinus diſtantiæ a zenith, ſive anguli IAB in prima a, in ſecunda B, & concipiatur BL perpendicularis in CI, & erit AL in primo caſu $= ax$, in ſecundo $\frac{bmx}{n}$. Eſt autem $CB^2 = CA^2 + AB_2 + 2CA \times AL$, Quare poſito $CA = 1$, erit CB^2 in primo caſu $= 1 + x^2 + \frac{2amx}{n}$, & in ſecundo $= 1 + \frac{m^2x^2}{n^2} + \frac{2bmx}{n}$, quibus valoribus æquatis, diviſione inſtituta per x, & tranſpoſitione facta habetur $x - \frac{m^2x}{n^2} = \frac{2bm}{n} - \frac{2am}{n}$, adeoque $x = \frac{2mn}{n^2 - m^2} \times (b - a)$, quo valore invento obtinetur etiam CB per utrumlibet e binis valoribus ejus quadrati, ut $1 + x^2 + \frac{2amx}{n}$. Verum ad majorem accurationem melius erit obſervatas altitudines a refractione liberare.

76 Hoc pacto, ex continua diametrorum apparentium obſervatione facile in ſingulas Lunæ diſtantias liceret inquirere, adeoque orbitam reſpectivam, quam circa Terram deſcribit, ex obſervationibus immediatè deducere. Eadem autem methodus pro Sole adhiberi non poteſt, cum in eo ſemidiameter Terræ reſpectu diſtantiæ ſit fere nihil, adeoque mutatio diametri apparentis inſenſibilis. Eadem tamen methodus etiam pro lunari diſtantia eſt multo minus accurata, quam methodus parallaxium: Parallaxis enim, quæ tota exhibet diſtantiam, eſt minutorum 57 in media diſtantia, ubi error 2 ſecundorum inducit in diſtantiam errorem $\frac{1}{1710}$ totius; at diameter apparens eſt circiter 32', cujus ſexageſima pars eſt 32 ſecundorum, adeoque error 2'' inducit in diſtantiam, a qua pendet, errorem $\frac{1}{16}$ partis centuplo majorem priore illo. Quamobrem diſtantia aliqua ex obſervationibus per parallaxim potius invenienda cum diametro apparente, quæ tum illi reſpondeat, ac deinde diſtantiæ reliquæ per ſolam diametri apparentis obſervationem invenientur per theoremata num. 38, & forma orbis lunaris, ac ejus inæqualitates per diſtantias, & loca apparentia definientur.

77 In eadem illa adnotatione ad verſum 100 diximus, Aſtronomos a Luna feciſſe gradum ad Solem. Id præſtiterunt omnes Aſtronomi uſque ad Tychonem ope Eclipſium, ſed methodo erroribus obnoxia maxime, ut idcirco vetuſtiſſimi quique, ut Ptolemeus, & vetuſtiores plurimi, ut Tycho, Copernicus, & Galilæus ipſe iis poſterior, ac alii plerique vix Solem ultra 1000 Terræ ſemidiametros in altum evexerint, quem ultra 20000 ſemidiametrorum terreſtrium diſtare jam certo conſtat. Tycho per dichotomiam Lunæ, ſive per eam phaſim ipſius, in qua ea videtur ſemiplena, ſive in qua limes inter partem obſcuram, & lucidam apparet rectilineus, in eandem diſtantiam inquiſivit ſine ſucceſſu, quam ea methodo diu, & cum omni ea diligentia, quam ipſa methodus patitur, inveſtigavit Riciolius, & Solem amandavit aliquanto ultra 7000 ſemidiametrorum terreſtrium, quem Vendelinus earundem imprimis ope duplo remotiorem reddidit.

78 En autem ejuſdem methodum. Sit in fig. 7 T Terra, S Sol, L Luna F. 7
dichotoma. Oportebit angulum TLS tum eſſe rectum, nam recta, quæ duci-

ducitur a centro Solis ad centrum Lunæ debet eſſe perpendicularis plano circuli terminantis illuminationem, aſſumpta figura Lunæ pro ſphærica, & in eo plano debet jacere Terra, ut is terminus appareat rectilineus. Quod ſi igitur determinetur angulus *LTS*, quem efficiunt rectæ tendentes ad Solem, & Lunam, habebitur in triangulo rectangulo ratio diſtantiæ *TL* ad *TS*, uti eſt coſinus ejus anguli *LTS* ad radium, & data diſtantia *TL* Lunæ a Terra, obtinebitur diſtantia *TS* Solis a Terra. Angulum autem *LTS* definiebant a differentia temporis inter Lunam dichotomam, & quadraturam Lunæ, in qua Luna appellit ad rectam *TQ* perpendicularem *TS*, eruendo angulum *QTL* ex motu Lunæ debito illi exiguo tempori, qui motus ex tabulis ſatis proxime eruitur pro exiguo illo tempore, qui angulus eſt complementum anguli *LTS*.

79 Ea tamen methodus fallax eſſe debuit ex ipſo tempore quadraturæ eruto per tabulas, quæ pro Lunæ motibus ſatis accuratæ potiſſimum extra ſyzygias ſero demum ſunt habitæ, & ne nunc quidem habentur penitus accuratæ. Ei malo mederi licet determinando quadraturam per ipſam obſervationem loci Lunæ comparati cum Fixis, ſed maxima difficultas ſupereſt in definiendo momento dichotomiæ potiſſimum idcirco, quod Lunæ ſcabrities undantem exhibet illuminationis limitem. Tempus autem inter dichotomiam, & quadraturam eſt exiguum, quod nimirum Riciolius cenſuit unius circiter horæ, unde angulus *QTL*, qui æquatur angulo *S*, & cujus errori eſt proxime proportionalis error diſtantiæ, prodit circiter dimidii gradus. Porro longe ultra ſemihoram incertum eſt tempus dichotomiæ, quod Ricciolii quoque tempore plures ſubodorarunt vix a tempore quadraturæ diſcerni poſſe, & patet ex ipſo errore Riciolii tantam in eo adhibentis induſtriam; nam eorum temporum diſcrimen triplo minus deprehenditur ex ea diſtantia Solis, quam nunc habemus longe accuratioribus methodis definitam per parallaxes. Adhuc tamen ei methodo debemus Solem primo elatum longe ultra nimis humilem ſedem ipſi attributam ab ipſis Aſtronomiæ Reſtauratoribus ante hæc duo ſæcula, & patet, quo pacto a Luna gradus ad Solem ſit factus, quod hic Noſter expreſſit.

80 In eadem adnotatione ad verſum 100 innuimus cum Noſtro a Sole ad extera cæleſtia corpora progreſſum patuiſſe; id quidem nunc poſt teleſcopia inventa pluribus modis utcumque etiam immediatè præſtari poteſt potiſſimum pro Jove, & Saturno per eorum ſatellites, pro Venere, & Mercurio, & vero etiam pro Marte per eorum phaſes.

F. 8 81 Sit in fig. 8 Sol in *S*, Terra in *T*, Planeta in *P*, & notetur ope horologii tempus, quod ſatelles impendit a media eclipſi in *A* ad conjunctionem ſuperiorem cum Planeta in *B*, quæ parum ab ea diſtat, vel viceverſa, & tempus integræ revolutionis ſynodicæ a conjunctione præcedenti ad ſequentem. Ex iis deducetur angulus *APB*, habito motu ſatellitis pro æquabili, adeoque angulus *TPS*, nam recta *SP* producta pergit ad mediam umbram in *A*. Obſervato igitur angulo ad *T*, qui obtineri poteſt definiendo per obſervationem immediatam loco Planetæ, & computato loco Solis, habentur omnes anguli in triangulo *TSP*, adeoque ratio diſtantiæ *ST* Solis a Terra ad diſtantiam *SP* Planetæ a Sole, vel *TP* diſtantiam a Terra.

F. 9 82 Pro determinatione per phaſes, ſit in fig. 9 Sol in *S*, Terra in *T*,
10

cen-

centrum Planetæ in P, *DACB* ſectio globi Planetæ per planum *SPT*, & in eo *EPF* perpendicularis ad *SP*, quæ definiet terminum hemiſphærii illuminati, *APB* perpendicularis ad *TP*, quæ definiet terminum hemiſphærii e Terra viſi, ac recta *TEH* abſcindet partem diametri *BH*, quam Spectator e *T* videt illuminatam, quæ quidem ob diametrum apparentem nimis exiguam erit ad ſenſum parallela *TP*, & perpendicularis ad *AB*. Quare ſi in fig. 10 *AMBN* exhibeat diſcum apparentem Planetæ, *MHNB* partem ejus illuſtratam a Sole, *MHNA* obſcuram, erit *BH* eadem in utraque figura, & licebit per micrometrum, potiſſimum objectivam, & aptatam teleſcopio præbenti ingens objecti augmentum, definire rationem *MN* ad *BH*, adeoque & *PM*, quæ eſt prioris dimidia, ad *PH* differentiam inter dimidiam priorem, & totam poſteriorem. Eſt autem *PM* figuræ 10 eadem, ac *PE* figuræ 9, & in ipſa fig. 9 *PE* ad *PH*, ut radius ad coſinum anguli *HPE*, qui ob *APC*, *EPG* rectos æquatur angulo *CPG*, ſive *TPS*. Determinato igitur, ut prius, etiam angulo *TSP* aquiruntur diſtantiæ *SP*, *TP* a Sole, & a Terra.

83 Quoniam vero & anguli ad *T*, *S* ſimul definiuntur, habentur ſimul etiam poſitiones Planetæ reſpectu Terræ, & Solis, & poteſt ex iis facile innoteſcere, motum circa Terram eſſe admodum irregularem, motum autem circa Solem multo magis regularem eſſe; ac ſi phaſis in hac poſteriore methodo, & tempus inter conjunctionem, ac mediam eclipſim ſatis accuratè definiri poſſent: orbium forma, & motus in iis accuratè definiretur, ſed obſtat nimis exigua diametrorum apparentium magnitudo, & in Marte præterea nimis exigua differentia *BH* a tota diametro *BA*, ubi angulus ad *T* non ſit quadranti proximus: difficultas autem obſervandi ſatis accuratè differentiam temporis in priore methodo inter conjunctionem, & mediam eclipſim una cum exiguitate ejus temporis, potiſſimum niſi angulus itidem ad *T* parum a quadrante differat, haſce etiam methodos reddit admodum craſſas, & tamen iis ipſis caruerunt Veteres omnes, & Recentiores etiam uſque ad detecta teleſcopia, & micrometra.

84 Et vero nulla adeſt, ne nunc quidem, directa methodus, qua ſatis accuratè determinari poſſint per immediatas obſervàtiones diſtantiæ reſpectivæ Planetarum a Sole & a Terra, ut ex iis, & diſtantia ipſius Terræ abſoluta ab aliquo eorum ſemel cognita, reliquæ deducantur; ſed recurrendum eſt ad theorias orbitarum, & motuum, quibus & Veteres ſunt uſi, atque ipſi primi Reſtauratores Aſtronomiæ cum ſucceſſu, ex quibus paullatim excultis, & expolitis, ac perenni conſenſu cum phœnomenis quandam certitudinis vim adeptis, definiantur ſemper accuratius & diſtantiæ, & motus.

85 Quod autem pertinet ad theorias ipſas, primo quidem cum Planetas viderent mutare locum reſpectu Fixarum cum velocitatibus, & directionibus admodum variis, & jam directos, jam ſtationarios, jam retrogrados, cenſuerunt Obſervatores antiquiſſimi eoſdem libero curſu evagari, & nulla certa lege, qua liberet, moveri, quam ipſam ob cauſam eos appellarunt *Planetas*, ſive *Errones*. Tum paullatim accuratiori obſervatione deprehenſum eſt, & ipſos ſuis adſtrictos legibus eſſe, inter quas illa ante omnes deprehenſa, eoſdem non egredi extra faſciam illam, quam Zodiacum appellarunt: notatum eſt itidem eorum motum plerumque in Orientem di-

 rigi,

rigi, & poſt certum annorum numerum in aliis alium ad caput redire, retrogradationes autem, & ſtationes, ac permutationes velocitatum illas tantas, eſſe anomalias quaſdam, pro quibus explicandis plures hypotheſes excogitarunt adjectis aliis, poſteaquam priora non ſufficere deprehenſum eſt.

86 At Solem quidem ſtatim apparuit motum habere magis regularem, & & per circulum ſphæræ cæleſtis maximum ferri inclinatum ad æquatorem, atque idcirco eaſdem Fixas ſingulis diebus ſerius ad meridianum pervenire. Initio quidem eſt creditum, eum motum æquabilem eſſe; ſed tum ex ipſis Fixarum phœnomenis, tum ex eo, quod ab æquinoctio verno ad autumnale plures ſint dies, quam ab hoc ad æquinoctium vernum, tum adultiore jam Aſtronomia ex ipſis locis Solis obſervatis conſtitit, eum motum non eſſe æquabilem circa Terram, ut & ex diametrorum apparentium differentia innotuit diſtantiam a Terra non eſſe ſemper eandem.

F.11 87 Ad haſce inæqualitates explicandas primo quidem excogitati ſunt circuli eccentrici. In fig. 11 *T* eſt locus Terræ, *C* centrum eccentrici *PSA*, in quo *TC* eccentricitas, *P* perigeum, *A* apogeum, *S* quivis locus Solis. *ACS* anomalia media poſito motu æquabili per circulum *ASP*, *ATS* anomalia vera, & idcirco *TSC* earum anomaliarum differentia, ſive æquatio. Ex hac hypotheſi obſervatis aliquot locis veris, quæ reſpondeant totidem datis temporibus, habentur plures methodi, quibus eorum ope definiatur & poſitio apogæi, & eccentricitas; & inde obtinentur loca debita pro quovis alio tempore. Sic ex. gr. ſi inveniantur bina anni tempora, quibus motus e Tellure viſus ſit æque celer, ut videlicet eidem numero dierum idem numerus graduum, & minutorum reſpondeat, conſtat apogæum, vel perigeum eſſe in medio, adeoque invenitur poſitio lineæ apſidum *AP*. Ea inventa, & invento toto tempore periodico per reditum ad eundem locum, invenitur anomalia media pro quovis dato tempore, factis, ut tempus integræ converſionis ad tempus inter appulſum ad aphelium, & tempus datæ obſervationis, ita gradus 360 ad anomaliam mediam quæſitam. Sit ea *ACS*. Obſervato loco aſtri, & cognito loco apogæi invenitur angulus *ATS*, nimirum anomalia vera, adeoque & earum differentia, ſive æquatio *TSC*. Inde jam in triangulo *STC* habetur eccentricitas in partibus radii eccentrici, cum ſit eccentricitas *CT* ad eum radium *CS*, ut eſt ſinus æquationis *TSC* ad ſinum anomaliæ mediæ *STC*. Inventa autem ſemel eccentricitate, jam habetur pro quovis alio caſu *STC* æquatio pro quavis anomalia media, cum in triangulo eodem *STC* dentur latera *TC*, *CS*, & angulus ad *C*. Inde autem inventa ex motu æquabili anomalia media pro quovis dato tempore, & ex calculo æquationi ipſi reſpondente, invenitur anomalia vera, & locus verus; & poteſt comparari theoria cum obſervationibus ad videndum, an conſentiant.

88 Et quidem motus apparens Solis non ita multum ab ea hypotheſi diſſentit, atque idcirco non ſolum a Ptolemæo, ſed a Tychone, & aliis plurimis poſt ipſum ea eſt adhibita ad motus ſolares computandos, diſſenſu exiguo attributo obſervationibus, & craſſioribus uſque ad ea tempora inſtrumentis, ac methodis. At jam ab ipſo initio conſtitit, per ſolum eccentricum non poſſe explicari anomalias Planetarum; nam inter cætera illud ſtatim incurrit in oculos, motum in eccentrico æquabilem, debere apparere

jam

jam magis, jam minus celerem, ſed debere fieri ſemper in eandem plagam, adeoque nullum eſſe retrogradationibus, & ſtationibus locum. Hinc jam a Ptolemæi temporibus inducti ſunt epicycli. Si centro *P* aſſumpto in peripheria eccentrici concipiatur alius circulus *DFG*, cujus centrum concipiatur moveri per ipſam peripheriam eccentrici, dum Planeta in ejus peripheria movetur; is dicitur epicyclus, & ille eccentricus dicitur circulus deferens.

89 Variata eccentricitate deferentis, poſitione ejus apogei, radio epicycli, poſitione ejus centri, tempore periodico centri epicycli in peripheria eccentrici, & tempore eccentrici in peripheria epicycli multo plures combinationes oriuntur, adeoque multo pluribus inæqualitatibus explicandis applicari poteſt theoria. Ea applicata innotuit adhuc nimis loca obſervata differre ab iis, quæ theoria expoſcebat etiam apud Veteres illos, quorum obſervationes erant admodum craſſæ. Hinc jam ab ipſo Ptolemæi tempore alius in theoriam Planetarum eccentricus eſt inductus, qui dicitur æquans. Ejus centrum eſt *H*, peripheria *LMI*, quæ rectæ *HS* occurrit in *M*. Ponebant *TC*, & *CH* æquales, motum autem centri epicycli inæqualem ita, ut recta ad ipſum ducta e centro æquantis *H* abſcinderet arcus tempori proportionales, attributo motu æquabili illi puncto *M*, peripheriæ æquantis, in quo ea recta ipſi occurreret. Hæc nova inæqualitas prioribus adjecta, ſatisfecit Aſtronomis diu, ob eorum obſervationes uſque ad Copernicum, & Tychonem nimis craſſas, & idcirco uſque ad ipſos viguit ſyſtema Mundi Ptolemaicum, quo ponebatur, motus omnium Planetarum fieri circa Tellurem, cui Luna eſſet proxima, tum Mercurius, Venus, Mars, Sol cum aliquo diſcrimine ordinis inter hoſce quatuor Planetas, ac demum Jupiter, & Saturnus.

90 At reſtaurata ſæculo decimo ſexto Aſtronomia, & aliquanto accuratioribus obſervationibus inſtitutis, innotuit, ejuſmodi theoriam cum phœnomenis conciliari nullo modo poſſe. Hinc Copernicus tentavit illud, an, ſi poneretur Planetas Primarios una cum ipſa Terra circa Solem converti in circulis vel concentricis, vel ad ſummum eccentricis, res melius procederet. Eodem autem & Ariſtarchi, & Veterum Pytagoreorum opinio ipſum impellebat; nam ii ex longiore fortaſſe accuratiorum obſervationum periodo, quæ ante & Chaldæos, & Ægyptios fortaſſe initæ, ad noſtram notitiam non devenerunt, Terram Planetis adſcripſerant. At Tycho retento motu 5 Primariorum Planetarum circa Solem, poſuit Solem ipſum moveri circa Terram, & ſecum traducere motu parallelo orbitas Planetarum eorundem, qui præterea diurnum motum debuit & Planetis omnibus tribuere, & Fixis, quem Copernicus tribuebat converſioni Terræ circa proprium axem.

91 Poſito quod motus Planetarum fiant circa Solem in orbitis ad circulares accedentibus, & ſint proximè æquabiles, facile fuit & rationem diſtantiarum a Sole veræ proximam definire, & inveſtigare, an obſervationes theoriæ reſponderent, & quantum ab ea recederent. Nam in primis ex pluribus oppoſitionibus, vel conjunctionibus, in quibus locus e Sole viſus eſt idem, vel oppoſitus loco e Terra viſo, obtinetur facile tempus, quo Planeta reſpectu Solis integram converſionem abſolvit, potiſſimum conferendo inter ſe obſervationes admodum remotas, & a vetuſtiſſima antiquitate petitas. Inde habito motu circa Solem pro æquabili, facile eſt computare locum helioccn-

liocentricum. Habito itidem loco Telluris heliocentrico, qui oppoſitus eſt loco geocentrico Solis, habetur eorum differentia, & inde in triangulo *TPS*
F.8 *fig.8.* eruitur angulus *TSP*, & quoniam angulus *T* innoteſcit per immediatam obſervationem habitam in Terra, habetur & tertius angulus, adeoque ratio diſtantiæ Terræ a Sole ad diſtantiam Planetæ a Sole.

92 Plures alii habentur methodi inveſtigandi eaſdem diſtantiarum rationes ex eadem hypotheſi; ut pro Planetis inferioribus ex maxima elongatio-
F.12 ne a Sole. Sit enim in *fig.12* *S* locus Solis, *T* locus Terræ, *ADCEP* orbita Planetæ inferioris, qui in *P*, & *A* ſit in conjunctione inferiore, vel ſuperiore cum Sole, quo tempore & is, & Sol appareat in *F*: dum idem eſt in *D*, vel *E*, apparet in *G* elongatus a Sole per arcum *FG*, quæ elongatio ſit maxima, ubi Planeta ſit in *C* in recta *TCH* tangente orbitam. Si igitur notatis pluribus elongationibus a Sole inveniatur maxima, quæ exhibeat angulum *STC*, cum angulus in contactu ad *C* ſit rectus, jam habebitur ſpecies trianguli *TCS*, & ratio *TS* ad *SC*, quæ erit, ut radius ad ſinum maximæ elongationis. Sic in Venere elongatio maxima invenitur graduum circiter 46, vel 47, & idcirco diſtantia Terræ a Sole ad diſtantiam Veneris ab eodem eſt circiter ut 100 ad 72.

93 Ratio diſtantiarum in omnibus ex eadem hypotheſi erui poteſt etiam ex celeritate motus e Terra apparentis in diverſis poſitionibus a Sole, ex diſtantia ſtationum, in quibus motus incipit eſſe retrogradus a conjunctione, vel oppoſitione cum Sole, ac poſt detecta teleſcopia etiam ex ratione diametrorum apparentium, quæ obſerventur potiſſimum circa conjunctiones, & oppoſitiones; ſed magis generalis, & uſus continui eſt methodus expoſita num. 91.

94 Ejuſmodi methodo ſtatim conſtitit tam in Copernicana, quam in Tychonica hypotheſi, Mercurium eſſe Soli proximum, tum Venerem, Terram, Martem, Jovem, Saturnum, ut & illud, multo magis cum ejuſmodi hypotheſi obſervationes congruere, quam cum hypotheſibus Ptolemaicis; & motum inferiorum Planetarum circa Solem prorſus demonſtrarunt ipſorum phaſes a Galilæo detectæ per teleſcopium, cum nimirum Mercurius, & Venus jam pleno orbe appareant, jam dimidiato, jam falcato, ut Luna, pro varia poſitione ad Solem. Inde factum eſt, ut nemo deinde Ptolemaicum ſyſtema ſit amplexus, ſed vel Copernicanum, vel Tychonicum, mutatis ad ſummum iis, quæ ad Jovis & Saturni orbes pertinent per alia intermedia ſyſtemata, quæ tamen ipſa cito exciderunt, & ſyſtema Copernicanum tum quidem ſola ſua majore ſimplicitate quadam commendabatur.

95 Verum computatis ex ea hypotheſi Planetarum locis, & collatis cum obſervationibus, quod ubi cum Sole conjunguntur, vel illi opponuntur, immediatè fit, in aliis autem caſibus facile obtinetur ope illius ipſius trian-
F.8 guli *TPS* figur. 8, innotuit motus non fieri in circulis habentibus Solem pro centro, quod quidem & analogia orbitæ Terræ circa Solem, vel Solis circa Terram, abunde innuebat. Hinc Aſtronomi retinuerunt aliquandiu orbitas circulares, & motum in iis æquabilem, ſed eccentricos circulos adhibuerunt; & quidem adſunt methodi plures determinandi eccentricitatem, & poſitionem aphelii in circulo, poſito motu æquabili, ex aliquot obſervationibus, quæ duo ipſa facile definiuntur per tres ſolas obſervationes factas in con-

in conjunctionibus, vel oppoſitionibus, in quibus ex dato loco geocentrico datur immediate locus heliocentricus.

96 Methodus eſt admodum expedita. Sit in fig. 13 Sol in S, centrum eccentrici BED in C, adeoque linea apſidum $ACSP$. Datis tribus locis heliocentricis dantur tres directiones SE, SB, SD, & datis tribus obſervationum momentis dantur bina temporum intervalla, quibus ob motum circa C æquabilem reſpondent anguli ECB, BCD. Quare ſi fiat circulus centro C radio arbitrario, tum in ejus peripheria aſſumantur arcus EB, BD reſpondentes datis temporibus: deinde ſupra chordas BE, BD deſcribantur arcus circulorum, qui contineant angulos reſpondentes obſervatis BSE, BSD; eorum concurſus in S determinabit punctum S, adeoque eccentricitatem CS, & poſitionem lineæ apſidum AP. Et hic quidem accepimus motum Planetæ tanquam factum in ecliptica, & temporis ſolaris fluxum, ut æquabilem, verum inclinatio orbitæ, & inæqualitas temporis aliquod exiguum diſcrimen inducit, cujus determinatio aliis methodis inveſtigata, & definita theoriam perficit ſemper magis. F.13

97 In motu Solis circa Terram, & in motu plurium Planetarum theoria eo deducta exhibebat loca obſervata ſatis proxima computatis; at in aliis Planetis, ut in Marte potiſſimum, adhuc diſcrimen erat nimis magnum, quam ut in obſervationes rejici poſſet. In theoria autem motus ſolaris licet loca obſervata cum illa conſentire viderentur ſaltem, quantum eorum temporum obſervationes paterentur; adhuc tamen orbita inde eruta cum diametris apparentibus nequaquam conſentiebat. Nam in quavis hypotheſi Solis progredientis in orbita PSA fig. 11 diameter apparens in perihelio P ad diametrum apparentem in aphelio A debet eſſe, ut diſtantia TA ad diſtantiam TP per num. 60; adeoque ſi C ſit in media PA, debet eſſe AC ad eccentricitatem TC, ut ſemiſumma earundem diametrorum apparentium ad earum ſemidiſſerentiam. Porro eccentricitas inde eruta proveniebat duplo minor, quam ea, quæ ab æquatione maxima, ſive ab angulo TSC, & a reliquis æquationibus deducebatur in hypotheſi motus æquabilis facti in circulo eccentrico PSA. Quin immo ſola etiam celeritas motus apparentis in perigeo P, & apogeo A collata cum diametris apparentibus ſatis oſtendebat motum in eo eccentrico non eſſe æquabilem. Nam ſi motus reipſa æquabilis eſſet, deberet tota inæqualitas eſſe pure optica, nimirum proveniens ab inæqualitate diſtantiarum, & in eo caſu motus apparens debitus dato tempori exiguo, ut uni diei in perihelio, & aphelio deberet eſſe in ratione reciproca ſimplici diſtantiarum, nimirum in ea eadem, in qua ſunt diametri apparentes; & tamen obſervationes oſtendunt differentiam celeritatum apparentium reſpectu totius eſſe proxime duplo majorem, quam differentiam diametrorum apparentium, unde conſtat præter inæqualitatem opticam, haberi etiam inæqualitatem phyſicam motus, qui in perihelio ſit velocior, quam in aphelio. F.11

98 Inde facile fuit progredi ad introducendum in ipſam etiam theoriam Solis æquantem illum, quem Veteres pro Planetis Primariis adhibuerant, & idcirco biſſecandam eccentricitatem illam, quam æquatio maxima, & ratio celeritatum exhiberet. Aſſumpta igitur TH pro eccentricitate inventa ex priore ſuppoſitione motus æquabilis in unico eccentrico, & ea bifariam

ſecta in *C*, centro *C* intervallo *CS* deſcriptus eſt circulus *PSA*, in quo appareret, Solem moveri circa Terram, ſed id inæquali velocitate, ut nimirum angulus ad *H* æquabiliter mutaretur, ſive ut deſcripto æquante *LKI* ejus punctum *M* pertinens ad rectam *HS* moveretur æquabiliter per ejus peripheriam. Eo pacto diametri apparentes, & loca per theoriam definita multo magis, & fere accuratè inter ſe congruebant, quantum nimirum obſervationum, & inſtrumentorum ratio permitteret. Et quidem de æquante in theoriam Solis inducendo ipſe Tycho cogitaverat, ſed nihil addere conſtituerat: at id præſtitit Keplerus, Tychonianarum obſervationum hæres, inductus potiſſimum a ratione diametrorum apparentium non reſpondente inæqualitati motus tantummodo opticæ, quam alii plures ſuperioris ſæculi Aſtronomi ſecuti ſunt.

99 Inde autem pronum fuit eandem eccentricitatis biſſectionem, & motum æquabilem non circa centrum, ſed circa punctum poſitum in eadem diſtantia ultra centrum, in qua eſſet Sol citra ipſum, transferre ad theorias Planetarum Primariorum circa Solem. Et ea re peracta obvenerunt loca eruta ex theoria multo magis proxima obſervatis, & quidem ita proxima in Planetis pleriſque, ut nihil tum quidem ulterius deſiderari poſſe videretur. At in Marte res adhuc minus ſuccedebat, & æquationes proveniebant ex obſervatione adhuc majores, quam ex theoria, angulo *TSH* majore, quam circularis diſtantia æqualis a puncto *C* requireret, quod ipſum indicio fuit puncta *S* orbitæ eſſe propiora rectæ *TH*, quam ratio circuli poſceret, & figuram orbitæ inter perihelium, & aphelium eſſe compreſſam. Id quidem in Marte potiſſimum animadvertit Keplerus; nam, ut conſtat ex poſtrema columna num. 23, ejus eccentricitas eſt multo major, quam ullius alterius Planetæ, dempto Mercurio. Nam e 1000 partibus diſtantiæ mediæ Venus vix habet 7, Terra 17, Jupiter 48, Saturnus 57, cum habeat Mars 93, Mercurius autem 211. Hinc reliquæ orbitæ multo minus a circulo differunt, quam hæ poſtremæ, & hi duo poſtremi Planetæ ſunt reliquis omnibus aptiores ad detegendam compreſſionem illam orbitæ. Et quidem ratione ipſius compreſſionis orbita Mercurii eſſet omnium aptiſſima; ſed quoniam is raro admodum obſervari poterat potiſſimum ante inventa teleſcopia; idcirco Mars, cujus plurimas obſervationes Keplerus habuerat, omnium reliquorum erat aptiſſimus ad hanc compreſſionem indicandam.

100 Inventa compreſſione, & habitis ob oculos binis illis punctis *T*, & *H* ſitis ad eandem diſtantiam hinc, & inde a centro, pronum fuit recurrere ad ellipſim, quæ habet binos focos ad eandem a centro diſtantiam ſitos hinc, & inde, & collocare Solem in altero foco *T*, quod quidem Keplerus præſtitit. Quamobrem ipſa eccentricitatis biſſectio adhibita jam olim a Ptolemæo, & Veteribus pleriſque, & iterum revocata a Keplero, ellipticam ipſi formam ſuggeſſit; verum Riciolius cenſet, occaſionem adhibendi ellipſim Keplero dediſſe Reinholdum, qui in fine theoricarum Purbachii pro orbita Lunæ ovalem figuram deſcripſerat, quam cum Keplerus viderit, eandem pro ſua ſagacitate ad Planetas Primarios tranſtuliſſe.

101 Ex natura æquantis, & eccentricitatis bifariam ſectæ pronum erat conſervare motum æquabilem circa focum alterum, qua hypotheſi conjuncta cum elliptica forma uſi ſunt nonnulli Aſtronomi; at ex ea ipſa facile erat dela-

delabi ad arearum æqualium theoriam; nam in ellipſi parum abludente a circulo motus angularis æquabilis circa alterum focum ſecum trahit quamproximè æquabilem deſcriptionem areæ ſectoris terminati ad alterum focum, quod ſic haud difficulter demonſtratur. Sit in fig. 14 ſemiellipſis *PSA*, fo- F. 14
cis *T*, *H*, & centro *C*, ac ſemicirculus *PDA*. Sit autem quævis ordinata *BSD* ad idem axis punctum *B*, & ex natura ellipſeos, ac ejus elementis conſtat tangentes per *D*, & *S* ductas debere convergere ad idem punctum axis F, quarum poſterior ſi occurrat ei ſemicirculo in *E*, fore *CE* parallelam *HS*, & *TE* perpendicularem eidem; fore demum *BS* ad *BD* in conſtanti ratione, adeoque & aream ellipticam *PBS* ad circularem *PBD* fore in eadem ratione illa conſtanti, in qua ratione cum ſit etiam triangulum *TBS* ad triangulum *TBD*, erit & ſector ellipticus *PTS* ad ſectorem circularem *PTD* in eadem illa ratione conſtanti, adeoque erit ſector *PTS* ad aream totius ellipſeos, ut ſector *PTD* ad aream totius circuli.

102 Porro ſector circularis *PTD* erit proximè æqualis ſectori circulari *PCE*, in ellipſi non multum abludente a circulo. In ea enim ellipſi erit *SD* exigua reſpectu *DF*, adeoque *SF*, *DF* parum a paralleliſmo abludent; cumque ſit *TE* perpendicularis priori, & *CD* poſteriori, parum hæ etiam a paralleliſmo abludent, & proinde habito exiguo arcu *ED* pro recta linea, erunt proximè æqualia triangula *TDE*, *TCE* habentia baſim communem *TE*, & adjecta communi area *PTE*, erit ſector *PTD* æqualis proximè ſectori *PCE*, adeoque erit ſector ellipticus *PTS* ad totius ellipſeos aream proximè ut ſector circularis *PCE* ad aream totius circuli, ſive ut angulus *PCE* in centro conſtitutus, vel angulus *PHS* ipſi æqualis ad 4 rectos; ac proinde ſi angularis motus rectæ *SH* circa *H* æquabilis fit, etiam fluxus areæ ſectoris *PTS* erit æquabilis; unde patet tranſitus facilis ab altera hypotheſi ad alteram.

103 Hanc igitur poſteriorem hypotheſim arearum æqualium circa Solem ſubſtitui: Keplerus illi æquabili deſcriptioni anguli circa imaginarium illud punctum, nimirum circa alterum focum, quo pacto lex inæqualitatum non ab imaginario quodam puncto, ſed a Solis loco penderet, in quo & cauſa ejuſmodi legis exquiri poſſet. In ea autem hypotheſi invenit rationem ſatis expeditam ex anomalia vera deducendi mediam, ſive ex angulo *ATS* deducendi aream ſectoris *ATS* reſpondentem anomaliæ mediæ æquabiliter creſcenti, ſed nullam is quidem invenit directam methodum immediate ex anomalia media deducendi veram; nam id problema requirit Geometriam ſublimiorem ea, quæ tum erat cognita, & infiniteſimales methodos, ac ſeries infinitas. Adhuc tamen invenit indirectam methodum id præſtandi, & tabulas computatavit, per quas liceret in ejuſmodi hypotheſi ex data ellipſi computare loca Planetarum ad datum tempus, ut & illud, ex quibuſdam obſervationibus datis inveniendi ſpeciem, & poſitionem ellipſeos deſcriptæ, quæ methodi deinde a poſterioribus Geometris ſemper magis excultæ ſunt, & expolitæ, ac ad faciliorem uſum deductæ ita, ut nunc quidem innoteſcat ratio, qua ex datis tribus heliocentricis Planetæ locis ad data tempora, inveniatur Planetæ ipſius orbita, quæ quidem loca ex obſervationibus e Tellure factis circa conjunctiones, vel oppoſitiones facile deducuntur, ut innuimus num. 95.

104 Statim innotuit loca in ejuſmodi hypotheſi computata mirum in modum

X 4

dum conſentire cum obſervatis, qui conſenſus eo major extitit, quo plures obſervationes inſtitutæ ſunt, & accuratioribus inſtrumentis, unde illud effectum eſt, ut Aſtronomi poſteriores plerique in ejus ſententiam abierint, quæ jam fere communis erat, cum Newtonus philoſophari cœpit. Porro ex eadem theoria definitis etiam axibus ellipſium Planetarum reliquorum reſpectu axis ellipſeos Terræ circa Solem, deprehendit illam aliam legem Keplerus ipſe pertinentem ad tempora periodica, & diſtantias medias, ſive ſemiaxes, quod nimirum illorum quadrata ſint, ut harum cubi; unde factum eſt, ut diſtantiam a Sole, vel a Terra Planetæ cujuſvis debitam cuivis momento temporis, liceat comparare cum diſtantia media, vel cum diſtantia debita cuivis alteri momento Planetæ alterius cujuſvis, quo pacto ratio diſtantiarum, ſive diſtantiarum reſpectivarum ſtatus innoteſcit.

105 Inde autem eſt factum, ut unica diſtantia unius cujuſvis Planetæ inventa pro dato tempore per ejus parallaxim illi tempori debitam, exhibeat diſtantias, & parallaxes Planetarum omnium Primariorum tam pro diſtantiis mediis, quam pro aliis quibuſcumque. Mars perigeus, & Venus, ubi itidem ad Terram accedit magis, ſunt aſtra omnium aptiſſima ad aliquam eorum parallaxim determinandam: hinc ea provincia commiſſa fuit Caillio ante hoſce decem annos profecto ad promontorium Bonæ ſpei, ubi ipſe ex Martis obſervationibus potiſſimum comparatis cum obſervationibus habitis Berolini, deduxit horizontalem Solis parallaxim ſecundorum $10\frac{1}{2}$, ex qua reliquæ omnes proficiſcuntur, quæ jam multo tutius ex diſtantiis per Kepleri leges definitis eruuntur, quam ex iis erui poſſint diſtantiæ. Sed anno 1761 expectatur tranſitus Veneris ſub Sole, ex quo multo certius, & accuratius parallaxis ipſa Solis, & ex ea cæteræ parallaxes, ac diſtantiæ abſolutæ, & veræ magnitudines eruentur.

106 Ingens conſenſus obſervationum cum Keplerianis regulis Aſtronomos eo impulit, ut jam non pro hypotheſi, ſed pro detecta veritate ejus theoriam reſpiciant, quæ communis perſuaſio in immenſum eſt aucta, poſteaquam ex ejus legibus Newtonus cauſas cæleſtium motuum derivavit, & ex iis cauſis derivatæ ſunt pleræque ex inæqualitatibus, quæ utcumque multo minores adhuc ſupererant, & adhuc multo magis crevit ipſa theoriæ æſtimatio, ubi Cometarum orbitæ ex iiſdem principiis computatæ, cum phœnomenis apprimè conſenſerunt, & ubi inæqualitates lunares, quæ longo tot ſæculorum labore ad nullas certas leges reduci potuerant extra ſyzygias, ex iiſdem cauſis derivatæ cum phœnomenis conſenſerunt; accedentibus præterea aliis, quæ in adnotatione ad verſum 635 innuimus, & quæ ex iiſdem cauſis derivata ſunt.

107 Hinc autem & Telluris translatio circa Solem, quam Keplerus adhibuit, & cui Newtoniana theoria innititur, in Aſtronomia paſſim recepta jam eſt, quæ quo pacto cum abſoluta ejus immobilitate conciliari debeat, innuimus jam ſupra num. 3. Hæc autem translatio ad illam immenſam diſtantiam amandavit Fixas. Cum enim ex translatione Telluris annua circa Solem nulla oriatur parallaxis in ipſis Fixis, ſed earum loca accuratiſſimè inveniantur per ſolos 4 motus ipſarum expoſitos num. 58, conſtat diametrum orbis annui eſſe inſtar puncti reſpectu diſtantiæ ipſarum, nimirum eſſe ejuſmodi,

modi, ut diſtantia Terræ a Sole ne unum quidem ſecundum ſubtendat viſa e Fixis proximis, quod diſtantiam ipſarum ad limitem reducit, quo ea minor non ſit.

108 Porro conſenſus theoriæ cum obſervationibus per accurata inſtrumenta habitis, theoriam ipſam directe non demonſtrat, quam directam demonſtrationem nullam haberi pro Aſtronomia conſtituenda jam ab initio diximus; at eam indirecte validiſſime probat, ut illa epiſtolæ arcanis notis conſcriptæ enucleatio ejuſmodi, per quam ſenſus habeatur continuus, & negotiis, quæ pertractantur, reſpondens. Poſſet etiam in gradum probabilitatis, ſive certitudinis cujuſdam moralis inquiri, inquirendo in diſcrimina, quæ adhuc inveniuntur, & definiendo eorum rationem ad ea tanto majora, quæ haberi poſſent, ſi theoria eſſet falſa, & ea diſcrimina non provenirent ab iis, quæ nondum circa ipſam theoriam accuratè demonſtrata ſunt; ac probabilitas veritatis ad probabilitatem falſitatis eſſet, ut numerus diſcriminum illorum poſſibilium, ad numerum horum, qui habentur, & calculo inito immenſa quædam probabilitas inveniretur.

Verum longiſſimo huic paragrapho imponendus eſt demum finis, monendo illud tantummodo, contineri hoc paragrapho illuſtrationem eorum omnium, quæ propoſita ſunt in adnotationibus ad ipſius paragraphi titulum pertinentibus. Nunc progrediendum ad ulteriora, in quorum gratiam hæc præmiſimus.

§. 2. Ad notas in verſ. 171. &c.

DE GRAVITATIS GENERALIS THEORIA DEDUCENDA EX ASTRONOMICO MUNDI SYSTEMATE.

109 HIC uſum habent maximum ea, quæ demonſtrata ſunt tomo 1 §. 19 ſupplementorum lib. 1, potiſſimum illud, quod habetur num. 264 de vi centrali: *vis in circulo erit, ut quadratum velocitatis directè, & diameter, ſeu radius reciprocè: motu autem uniformiter accelerato per quartam diametri partem ea vi, quæ habetur in motu circulari, acquireretur velocitas, cum qua motus in circulo ſit.*

110 Primo loco occurrit deductio gravitatis Lunæ in Terram, a qua Newtonus totam hanc Naturæ analyſim inchoavit. Sit orbita lunaris *AFE* in fig. 15 circa Terram centro *C*, quæ orbita pro hac prima craſſiore inveſtigatione ſumatur, ut circularis, cum parum a circulo abludat, & motus pro æquabili. In motu circulari æquabili areæ deſcribuntur æquales circa centrum circuli, adeoque Luna præter vim inertiæ, qua perpetuo conatur abire per tangentem, debet, per num. 242 tom. 1, habere aliam vim directam ad centrum ipſius circuli: nimirum ſi arcus *AF* ſit perquam exiguus, *FD* ipſius ſinus, & *ABFD* parallelogrammum, Luna nititur in *A* abire per tangentem *AB*, & vi centrali per *AD* determinatur ad arcum *AF*. F. 15

111 Exemplum adhibet Noſter gravium terreſtrium, quæ, ſi projiciantur cum debita velocitate, debent itidem gyrare perpetuo circa Terram. Quoniam ipſa gravia in Terram perpetuo gravitant, patet, ſi obliquè projician-

ciantur utcunque, ea debere deſcribere curvam quandam per num. 219 tomi 1, & per num. 274 ea curva erit circulus, ſi directio projectionis ſit perpendicularis rectæ tendenti ad centrum, velocitas autem ſit ea, quæ acquireretur motu uniformiter accelerato ea vi per dimidium diſtantiæ a centro, ſive per quartam partem diametri.

112 Quanta ſit ejuſmodi velocitas, facile definitur, ſi habeatur effectus gravitatis in Terram, & ſemidiameter Terræ, quæ duo elementa neceſſaria ſunt ad ejuſmodi determinationem. Sunt enim per num. 166 tom. 1 in motu uniformiter accelerato quadrata celeritatum, ut ſpatia, & per num. 169 corpus eodem tempore, quo motu uniformiter accelerato delabitur, percurreret motu uniformi cum finali velocitate duplum ejus ſpatii, quod percurrit. Quare ſi pro velocitatis menſura aſſumatur id ſpatium, quod ea velocitate motu uniformi percurritur uno minuto ſecundo temporis, duplum ſpatii, quod gravia libere deſcendendo vi gravitatis percurrunt, exprimet velocitatem acquiſitam in caſu per id ſpatium, & ſi fiat, ut id ſpatium ad quartam partem diametri Terræ, ita quadratum ejus dupli ad quartum; hujus radix quadrata exhibebit celeritatem quæſitam.

113 Sit nimirum ſemidiameter Terræ r, ſpatium vi gravitatis uno ſecundo percurſum g, celeritas neceſſaria ad revolvendum in circulo circa Terram c; erit $g \, . \, \frac{1}{2} r :: 4gg \, . \, cc = 2gr$; adeoque $c = \sqrt{2gr}$. Quod ſi etiam requiratur tempus ejuſmodi converſionis; id facile obtinebitur, ſi poſita 1 ad p ratione radii ad circumferentiam, ut ſit $p = \frac{710}{113}$ quamproximè, unde habetur circumferentia $= pr$, ea dividatur per valorem celeritatis; nam expreſſio inde orta $\frac{pr}{\sqrt{2gr}}$ exhibebit id tempus in minutis ſecundis, quod ſi dicatur t, erit $t^2 = \frac{p^2r^2}{2gr} = \frac{p^2r}{2g}$, ex quibus formulis facile eruentur valores c, & t datis r, & g, potiſſimum ſi logarithmi adhibeantur.

114 Eorum determinatio pendet ab iis, quæ habebimus infra; valor r determinabitur, ubi agemus de figura Telluris: pro valore g ex longitudine penduli oſcillantis ad ſingula minuta ſecunda ſub Æquatore definita a Bouguerio pedum Pariſ. 3 lin. $7 \frac{21}{100}$, invenimus num. 633 tom. 1, gravia cadendo ſub æquatore conficere pedes 15, lin. 7. 42; accuratior autem eſt numerus pedum 15 lin. 7. 41, ſive linearum 2167. 41. Sed ille caſus oritur a gravitate impedita per vim centrifugam: inveniemus infra ſuo loco ejus effectum eſſe linearum 7. 5309 ex radio æquatoris pedum 19668203. Hinc effectus gravitatis totius eſſet linearum 2174. 94, ſive pedum 15. 104. Inde autem ea ſemidiametro æquatoris adhibita obtinetur e ſuperioribus formulis $c = 24375$, ac $t = 5070''$. Nimirum ſi ex aliquo æquatoris puncto projiciatur grave directione horizontali in ipſo æquatoris plano cum ea celeritate, qua ſingulis ſecundis horariis poſſint percurri pedes Pariſienſes 24375, ſive paſſus 4875; ſecluſa reſiſtentia aeris deſcribet circa Terram circulum evadendo quidam veluti Planeta ſatelles Terræ, ac tempus converſionis erit ſecundorum 5070 ſive horæ 1 min. $23 \frac{1}{2}$.

115 Por-

115 Porro diximus debere projici in æquatore Terræ; quia ſi projiciatur alibi, directione perpendiculari ad rectam tendentem ad centrum Terræ, incurret in materiam ſub æquatore elevatam ob figuram ſphæroidalem, & adjecimus projici debere in plano æquatoris, nam ſi projectio fiat extra id planum, gravitas ob ipſam figuram ſphæroidalem non erit ſemper ejuſdem magnitudinis, & non dirigetur ad centrum, adeoque motus non erit circularis. Quod ſi concipiatur ſphæra æqualis terreſtri ſphæroidi, inveniemus infra pro ejus radio poſſe aſſumi pedes 19641762, & pro effectu gravitatis in ejus ſuperficie pedes 15.067. Inde oritur celeritas corporis gyrantis circa eam ſphæram prope ſuperficiem pedum 24329, ſive 46 pedibus minor, & tempus 5072''. 65, tribus fere ſecundis majus.

116 Velocitas inventa eſt immanis, qua nimirum fiant fere quinque milliaria Pariſienſis pedis ſingulis ſecundis, fere 20 vicibus major, quam ſit velocitas, qua ſonus propagatur. Velocitati inventæ addenda eſt velocitas motus diurni ſub æquatore, ſi projectio fiat in Occidentem, demenda, ſi fiat in Orientem, ut habeatur velocitas imprimenda gravi jam abrepto motu diurno in Orientem: ea velocitas eſt in æquatore pedum 1417, in ſuperficie ſphæræ æqualis 1414. Adhuc remanet, dempta etiam ea diurni motus velocitate, velocitas immanis, quæ velocitates a nobis impreſſas nimis excedit. Idcirco noſtrorum tormentorum globi cito in Terram decidunt.

117 Si projectio, quavis alia directione fiat, & Terra habeatur pro ſphærica, noſtra gravia projecta directione quacunque, ſecluſa aeris reſiſtentia, deſcribunt ellipſim circa focum poſitum in centro Terræ; ſed ob exiguam projectionis velocitatem ea ellipſis eſt plurimum contracta, ut idcirco arcus, qui percurritur, ante quam recidant in Terram gravia, ſit ad ſenſum parabolicus. Pro vera parabola requireretur velocitas projectionis æqualis ei, quæ acquireretur cadendo uſque ad centrum juxta num. 274 tomi 1, quæ ad velocitatem inventam eſt, ut $\sqrt{2}$ ad 1, juxta num. 166 ejuſdem, velocitate majori deſcriberetur hyperbola, minori ellipſis, quæcunque directio ſit; & ſi moles Terræ non obſtaret, ſed ea tota concipiatur compenetrata in centro, quodvis grave, utcunque projectum evaderet in hoc poſtremo caſu Planeta quidam. Sed ejus motus perturbaretur a Sole, ut motus Lunæ perturbatur, ſi aliquanto magis a Terra recederet. Motus autem gravium projectorum perturbantur etiam plurimum ab inæqualitatibus, quæ habentur in ſuperficie Terræ, quæ quidem gravitatis vim exigua, ſed admodum irregulari mutatione perturbant, quæ tamen conducunt plurimum ad illuſtrandam continuitatem virium corporis tranſeuntis a ſpatio extra tellurem ſito, ad ſpatium intra ipſam, quam innuimus in adnotatione in verſum 875, & illuſtrabimus intra §.5 ad id deſtinato.

118 Hæc quidem pertinent ad adnotationes in verſus 171, & 201, nunc comparanda eſt vis Lunæ in Terram, cum vi noſtrorum corporum, quod pertinet ad adnotationem in verſum 229. Ut eam inſtituamus craſſiore methodo, habeatur ejus orbita pro circulari, & motus pro æquabili, ac diſtantia a Terra fiat ſemidiametrorum terreſtrium 60; inveniendum erit ſpatiolum *AD* poſito, quod *AF* ſit arcus a Luna deſcriptus, & comparandum cum illo ſpatio *g*, quo gravia libere cadendo deſcendunt uno ſecundo.

119 Si fiat ut tempus lunaris periodi minutorum primorum (ut eruitur ex num.28) 39343.2 ad 1, ita gradus 360 ad quartum, invenitur motus Lunæ debitus uni minuto primo, qui eſt ſecundorum 32.941, ſive proxime 33. Ex tabulis ſinuum radius ad ſinum verſum 33'' eſt, ut 10000000000000 ad 12798 Quare ea erit ratio radii orbitæ lunaris *CA* ad effectum *AD* vis eam retinentis in orbita debitum uni minuto primo. Sumatur pro radio orbitæ numerus vero proximus ſemidiametrorum terreſtrium 60, ſive retinendo ex num. 115 radium ſphæræ æqualis Telluri pedum 19641762, ſumantur pedes 1178505720, & adhibita ſuperiore ratione proveniunt pedes 15.081. Effectus gravitatis uno ſecundo juxta eundem numerum 115 erat pedum 15.067, qui ne una quidem milleſima ſui parte differt ab eodem 15.081; is autem auctus in ratione 1 ad 60×60 exhibet effectum debitum uni minuto primo, cum ſpatia quadratis temporum proportionalia ſint in deſcenſu gravium uniformiter accelerato. Igitur vis noſtrorum gravium ad vim, quæ Lunam in orbita retinet, eſt, ut 60×60 ad 1, ſive ut quadratum diſtantiæ Lunæ a centro Terræ ad diſtantiam noſtrorum gravium ab eodem.

120 Hæc prima fuit deductio Newtoni gravitatis decreſcentis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum; quam propoſuit prop. 4 lib. 3 Principiorum, fere eadem methodo ſed paullum diverſis numeris adhibitis; licet ibidem prop. 3 ex motu exiguo apogei Lunæ idem deducat, quod argumentum ibi prius propoſitum innititur iis, quæ ipſe poſtea invenit, ubi ipſam ejuſmodi gravitatis vim aliquanto magis excoluit. At methodus hic adhibita, ut reddatur exactior, requirit plures correctiones, quas ipſe perſequitur corol.7 prop.37 ejuſdem lib.3, quæ tamen ipſæ ejus correctiones correctiunculis indigent, nec de tota hac re judicium proferri poteſt, niſi poſt lunarem theoriam aliquanto magis excultam.

121 In primis Luna non convertitur in circulo, ſed in ellipſi: deinde non convertitur circa Terram, ſed circa commune gravitatis centrum una cum ipſa Terra; quamobrem etiam ſi in circulo converteretur, non eſſet radius orbitæ ipſa diſtantia a Terra, ſed eadem imminuta in ratione ſummæ maſſarum Lunæ, & Terræ ad maſſam Terræ, cum per num.612 tomi 1, ſint diſtantiæ a communi centro gravitatis in ratione reciproca corporum. Demum Luna non movetur in orbita vi tota gravitatis in Terram, ſed vi eadem perturbata ab actione Solis. Ea omnia ſuperiorem perquiſitionem perturbant. Præterea determinatio diſtantiæ Lunæ pendet a parallaxi Lunæ, quæ quidem non niſi intra aliquot ſecunda definiri poſſet, etiam ſi bini Obſervatores in eodem prorſus meridiano ſiti eam obſervarent, capiendo diſtantiam ejus limbi a parallelo alicujus Fixæ, cum lumen erraticum diſci lunaris varium pro varia oculorum, & teleſcopiorum conſtitutione errorculos aliquos inducat; quod ipſum cum nuſquam accidat, ſed Obſervatores in diverſis meridianis ſiti obſervent, reducenda ſunt loca Lunæ ad eundem meridianum, quod requirit theoriam irregularitatum lunarium nondum penitus compertam, & eandem requirit methodus inquirendi in parallaxim Lunæ per occultationes Fixarum ab ipſa Luna. Deinde ipſa parallaxis definiri ex obſervationibus non poteſt, niſi pro illis individuis obſervationum temporibus, ex quibus ſi ad alia tempora debeant obſervatæ parallaxes, vel ex iis dedu-

deductæ diſtantiæ transferri, iterum opus eſt adhibere lunarem theoriam nondum penitus definitam: porro exigua mutatio in diſtantia aſſumpta rationem gravitatum perturbat plurimum.

122 Hinc potius ex lege gravitatis per craſſiorem conſenſum jam ſtabilitæ determinanda eſt accuratius diſtantia, & parallaxis; quam ex parallaxi, & diſtantia ex obſervationibus eruta accuratior gravitatis lex. Quæri nimirum poteſt, quæ deberet eſſe diſtantia Lunæ a Terra, in qua ipſa Luna converti poſſit in circulo per ſuam gravitatem in Terram imminutam ab actione ſolari, conſiderando actionem ipſam, quæ revera eſt inæqualis, ut æquabilem, aſſumendo nimirum eam, quæ ſi æquabilis eſſet, ſumma ejus actionum æqualium ſit eadem, ac ſumma inæqualium actionum, quæ revera habentur. Id erit idem, ac illud, quod appellant mediam diſtantiam, & ex ea parallaxim quærere. Hic ſolutionem exhibebimus generalem per analyticos valores adhibendam inferius, ubi determinata fuerit actio ſolaris, & in rationem maſſarum fuerit inquiſitum.

123 Sit ſumma maſſarum ad maſſam Terræ ut 1 ad m; radius ſphæræ æqualis ſphæroidi terreſtri r; actio gravitatis in ejus ſuperficie æſtimata a ſpatio, per quod gravia totali gravitate libere deſcenderent, g; diſtantia Lunæ a Terra x; ratio vis mediæ, qua ſolaris actio Lunam a Terra diſtrahit, ad gravitatem Lunæ in Terram n ad 1; ratio radii ad ſinum verſum motus medii lunaris reſpondentis uni ſecundo s, tempus periodicum Lunæ redactum ad minuta ſecunda t. Erit primo ut 1 ad m, ita x ad mx radium orbitæ lunaris: tum $1 . s :: mx . msx$ effectum vis retinentis Lunam in orbita. Ex alia parte $xx . rr :: g . \frac{rrg}{xx}$ effectum reſpondentem ſoli gravitati in Terram; tum $1 . n : \frac{rrg}{xx} . \frac{nrrg}{xx}$, effectum vis ſolaris. Quare vis Lunam retinens in orbita erit $\frac{rrg}{xx} \times (1 - n)$, quæ ſi fiat $= msx$ expreſſioni priori, habetur $x^3 = \frac{1-n}{ms} \times rrg$, & ſi quæratur ſola ratio diſtantiæ ad ſemidiametrum Terræ, fiet $\frac{x^3}{r^3} = \frac{(1-n)g}{msr}$ formula, in qua per logarithmos ex datis n, g, m, s, r facile admodum eruetur valor $\frac{x}{r}$, ſive diſtantia ejuſmodi, in qua ratio virium gravitatis ſit accurate reciproca duplicata diſtantiarum. Numeris ſubſtitutis inferius, ubi egerimus de valoribus m, & n, inveniemus $\frac{x}{r} = 60.24$, & aſſumpto pro r radio æquatoris 60.16, inter quos numeros cadit 60.20 diſtantia ſemidiametrorum terreſtrium $60\frac{1}{4}$, quam poſuimus n. 28.

124 A Luna pergendum ad Planetas Primarios; & primo loco e tertia Kepleri lege, quod quadrata temporum ſint, ut cubi diſtantiarum, habitis orbibus Planetarum pro circularibus, & motu pro uniformi, eruitur gravitas ipſorum in Solem decreſcens in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, quod oſtendimus in adnot. ad verſ. 701 hic illuſtrandum. Patet autem: nam in ejuſmodi motu circulari, & uniformi debet haberi vis directa ad Solem, ut de vi Lunæ directa ad Terram diximus hic num. 110. Deinde tomo 1 num. 267 demonſtratum eſt illud: *ſi fuerint quadrata temporum perio-*

periodicorum, *ut cubi diſtantiarum*; *erunt vires in ratione reciproca duplicata diſtantiarum*, quod rem conficit, & quidem ibi demonſtratur ex ipſo illo generali theoremate numeris 264, quem in hac adnotatione nominavimus.

125 Sed cum alia via id ipſum Noſter demonſtret, in primis deducenda ſunt ex eo num. 264 tomi 1 ea bina theoremata, quibus utitur Noſter, & quæ propoſuimus in hac adnotatione. Generale illud theorema eſt: *eſſe vires in circulo*, *directè*, *ut quadratum velocitatis*, *&* *reciproce*, *ut radius circuli*. Primum e binis theorematis, quibus hic Noſter utitur, eſt: *ſi duo corpora deſcribant binos circulos eodem tempore*, *vires*, *quibus urgentur in centrum*, *erunt ut circulorum radii*: ſecundum eſt hujuſmodi: *ſi in circulo eodem diverſis temporibus ferantur*, *vires erunt reciproce*, *ut quadrata temporum*. Ut hæc deducantur ex illo, ponatur radius $= R$, celeritas $= C$, tempus $= T$, vis $= V$: erit ex generali theoremate $V = \frac{CC}{R}$. Porro celeritas eſt, ut ſpatium diviſum per tempus in motu æquabili per num. 72, tom. 1, & ſpatium, ſive circumferentia circuli deſcripti, eſt ut radius R. Igitur erit $C = \frac{R}{T}$, adeoque $V = \frac{RR}{RTT}$, ſive $= \frac{R}{TT}$; ut eruimus num. 265 tom. 1; unde ibidem profluxit hoc theorema: *vis eſt directe*, *ut radius*, *&* *reciproce*. *ut quadratum temporis periodici*. Si igitur tempus ſit idem, vis erit directe ut radius, quod erat primum: & ſi radius circuli ſit idem, vis erit reciproce, ut quadratum temporis, quod erat alterum.

126 Ex hiſce binis theorematis ſic Noſter progreditur. Aſſumit duos Planetas, ut Martem, & Mercurium, ac concipit tertium corpus, quod deſcribat circulum eundem, quem deſcribit primus Planeta, ſed tempore, quo ſecundus deſcribit ſuum. Dicantur duorum Planetarum diſtantiæ, ſive radii, R, & r, tempora T, & t. Erit ob circulum communem ex theoremate primo vis primi Planetæ ad vim corporis concepti, ut t^2 ad T^2, ſive ob quadrata temporum proportionalia cubis diſtantiarum, ut r^3 ad R^3, & ex theoremate ſecundo erit ob tempus commune vis corporis concepti ad vim ſecundi Planetæ, ut R ad r. Igitur conjunctis rationibus vis primi ad vim tertii, ut r^3R ad R^3r; ſive dividendo per rR, ut r^2 ad R^2 in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, ut oportebat.

127 Id autem immediate profluit e formula $V = \frac{R}{TT}$, in qua cum ſupponatur $TT = R^3$, fit $V = \frac{R}{R^3} = \frac{1}{R^2}$, vis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, ut hac ipſa methodo in illo num. 267.

128 Exemplum hujus rationis hic Noſter exhibuit in Marte, & Mercurio adhibitis craſſioribus numeris; idipſum facile deſumi poteſt cum accuratioribus numeris exceptis ex tabella num. 23. Diſtantia media eſt ſemiaxis major, qui pro Marte eſt 15237, pro Mercurio 3821; tempora autem redacta ad minuta prima ſunt ibidem $989250\frac{1}{2}$, & $126675\frac{1}{2}$. Exponens rationis 15237 ad 3821 eſt 3.937, cujus cubus 61.023 neglectis ulterioribus

bus fractionibus; exponens autem rationis 989250 $\frac{1}{2}$ ad 126675 $\frac{1}{2}$ eſt 7. 812, cujus quadratum 61. 027 diſcrimine exiguo in poſtrema nota ob ulteriores fractiones neglectas in exponentibus rationum.

Progrediendo ad orbitas accuratius conſideratas, ut recedentes a circulo ex lege 1 Kepleriana arearum æqualium terminatarum in Solem, deducit Noſter vires Planetarum dirigi ad ipſum Solem, quod pertinet ad adnotationem in verſ.757. Ejus deductionis demonſtratio habetur num.242 tom.1.

129 Pergit Noſter ad deductionem legis hujuſmodi virium decreſcentium in ratione reciproca duplicata diſtantiarum a centro a forma orbis elliptici, & centro virium exiſtente in foco, quod pertinet ad adnotationem in verſum 781. Demonſtrationem verſibus imperviam omittit, & innuit methodum hujuſmodi eam inveſtigandi. Sit in fig.16 curva quævis *ABCF* deſcripta viribus tendentibus ad punctum *S*, & concipiatur arcus infiniteſimus *AB* conſtanti quodam tempuſculo deſcriptus, tum ſector *ASB*, qui ob areas conſtantes erit itidem magnitudinis conſtantis. Sit *AE* tangens, & *AEBD* parallelogramma; ac lineola *EB* æqualis nimirum lineolæ *AD* metitur vim, qua mobile a puncto tangentis E ad arcum curvæ deprimitur ad *B*. F.16

130 His expoſitis addit Noſter primo, ſi capiantur bini arcus ab eodem Planeta deſcripti in eadem ellipſi, cujus focus ſit *S*, æqualibus tempuſculis, ut *AB*, *CF*, ubi ſectores *ASB*, *CSF* æquales erunt, lineolæ *AD*, *CH*, ſive *EB*, *GF*, quæ vires exprimunt, erunt reciproce, ut quadrata diſtantiarum *SA*, *SF*. Addit ſecundo, ſi conſiderentur bini ejuſmodi arcus contemporanei pertinentes ad diverſos Planetas, adhuc illas lineolas fore inter ſe in ratione reciproca duplicata diſtantiarum a communi foco *S*. Porro in iis ſectores illi elliptici terminati ad *S* non erunt æquales, ſed erunt directe, ut areæ totarum ellipſium, & reciproce, ut tempora periodica, cum debeant habere ad areas totas eam rationem, quam habet idem illud tempuſculum ad tota tempora. Jam vero areæ ellipſium ſunt ex conicis, ut rectangula ſub ſemiaxibus, adeoque quadrata earum arearum, ut quadrata ſemiaxium utrorumque; quadrata autem temporum ponuntur, ut cubi diſtantiarum mediarum. Quare quadrata illorum ſectorum eliſa ratione directa, & reciproca duplicata axium tranſverſorum, ſunt, ut ſemiaxes tranſverſi directe, & ut quadrata ſemiaxium conjugatorum reciproce, nimirum reciproce ut latera recta principalia, quæ æquantur quadratis axium conjugatorum diviſis per tranſverſos.

131 Quod illa lineola ſit ſemper in ratione reciproca duplicata diſtantiarum a foco communi *S* in ellipſibus quibuſcumque, dummodo areola ad ipſum focum terminata aſſumatur in eadem ellipſi conſtans, in diverſis, reciproce proportionalis lateri recto principali, id demonſtratum eſt tom. 1, ubi generaliter oſtenſum eſt num.253 hoc theorema: *vis* (nimirum illa lineola) *ubicumque in curvis quibuſcumque eſt in ratione compoſita ex directa duplicata areæ dato quovis tempore deſcriptæ, ſimplici directa diſtantiæ a centro virium, reciproca triplicata perpendiculi demiſſi e centro in tangentem, reciproca ſimplici radii circuli oſculatoris*. Deinde id theorema a num.269 applicatur ellipſibus circa focum deſcriptis colligendo ex natura ellipſeos ſingulas ejuſmodi rationes, & num. 271 ſic concluditur: *In*

omni-

omnibus ellipſibus, vires directæ ad focum ſunt in ratione compoſita ex directa triplicata ſemiaxium tranſverſorum, reciproca duplicata temporum periodicorum, & reciproca duplicata diſtantiarum: in eadem ellipſi ſemiaxes & tempora periodica ſunt eadem, in diverſis ponitur ratio directa triplicata ſemiaxium tranſverſorum eadem, ac directa duplicata temporum, adeoque elidit reciprocam triplicatam eorundem. Quare utrobique relinquitur ſola ratio reciproca duplicata diſtantiarum.

132 In eadem adnotatione facta eſt mentio & inverſi theorematis, quod nimirum, ſi vires ſint in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, deſcribantur conicæ ſectiones circa focum, quæ ſi fuerint ellipſes, erunt quadrata temporum periodicorum, ut cubi ſemiaxium tranſverſorum, & ejuſmodi inverſum theorema Noſter propoſuit a verſu 802, cujus demonſtrationem generalem huc reſervavimus etiam num. 288 tomi 1 deducendam ex theoremate directo virium centralium. Quod in quavis ſectione conica vis decreſcat in ratione reciproca duplicata diſtantiarum a foco, id expreſſe deductum eſt num. 269 tom. 1. Si vero comparentur inter ſe binæ quævis ſectiones conicæ, & areæ æqualibus temporibus deſcriptæ ſint in ratione ſubduplicata laterum rectorum principalium, adhuc vires ad focum directæ erunt in ratione reciproca duplicata diſtantiarum. Nam in ea ratione fore in ellipſibus, ſi areæ ſint in ratione ſubduplicata laterum rectorum principalium, patet ex eo, quod ſi quadrata temporum periodicorum ſint, ut cubi diſtantiarum mediarum, inferatur ea virium ratio, & inferatur ea ratio arearum juxta num. 130. Porro juxta generales leges transformationis locorum geometricorum, quas perſecutus ſum in diſſertatione adjecta ad calcem ſectionum conicarum tomo 3 elementorum, id ab ellipſi ad parabolam, & hyperbolam transferri debet; cum lineolæ interceptæ inter tangentem, & curvam, areæ terminatæ ad focum, diſtantiæ a foco, & latera recta principalia maneant in omnibus transformationibus analoga. Quin immo idem debet transferri ad caſum, quo ramus ulterior hyperbolæ deſcribatur circa focum citeriorem, quo tamen caſu cum ipſi foco obvertatur ejus curvæ convexitas, vires non tendent ad ipſum focum, ſed ab ipſo foco repellent mobile juxta num. 248 tom. 1.

F.17 133 Ut autem ſternamus viam ad inverſum theorema, ſint in fig. 17 puncta S, D, A, E, B eadem ac in fig. 16, ſit autem axis tranſverſus GH, in quo centrum C, focus alter F, LC ſemidiameter conjugata diametri ACK, cui occurrat AS in P, occurrente DB ipſi AK in O, ſumaturque AI verſus S æqualis illi altitudini, ex qua motu uniformiter accelerato per vim, quæ habetur in D, acquireretur velocitas tangentialis, quæ ibidem habetur, ac AM ad partes oppoſitas æqualis AF. Ex conicis notæ ſunt ſequentes proprietates, quibus adſcribam numeros pertinentes ad mea elementa ipſarum, & eaſdem continentes. Eſt $AP = CG$ (n. 194) $GH =$ (num. 92) $SA + AF = SM$; $CL^2 = SA \times AF$ (num. 483); $CA^2 . CL^2 :: AO \times OK . OB^2$ (num. 351); unde facile deducitur eſſe AO infiniteſimam reſpectu OB infiniteſimæ, adeoque DO, quæ ad ipſam AO habet rationem finitam PC ad CA, eſſe itidem infiniteſimam reſpectu OB, & DB, OB ſumi poſſe pro æqualibus, ut & potiore jure OK, AK.

134 Fiat

134 Fiat igitur $CA^2 . CL^2 :: AO \times OK = AO \times AK = 2AO \times AC$. $OB^2 = DB^2 = \frac{2AO \times CL^2}{CA} = \frac{2AO \times SA \times AF}{AC}$, cumque ſit $AP = CG . AC ::$ $AD . AO = \frac{AC \times AD}{CG}$, eo valore ſubſtituto fiet $DB^2 = \frac{2AD \times SA \times AF}{CG}$. Ex alia parte cum velocitate finali acquiſita in I per motum uniformiter accelleratum percurretur motu uniformi (num. 169 tom. I) eodem tempore deſcenſus per AI duplum ipſius AI, & cum eadem illa velocitate percurretur $AE = DB$ motu uniformi eo tempuſculo, quo per illum eundem motum uniformiter acceleratum percurreretur AD, & ſpatia in motu uniformi cum eadem velocitate ſunt, ut tempora (num. 75 tom. I), ſpatia vero in motu uniformiter accelerato ſunt (num. 166 tom. I) ut quadrata temporum. Erit igitur $AI . AD :: 4AI^2 . DB^2 = 4AI \times AD$. Idem valor fuerat $\frac{2AD \times SA \times AF}{CG}$. Igitur dividendo per $\frac{2AD}{CG}$ fiet $SA \times AF = 2CG \times AI =$ $SM \times AI$, unde provenit $SM . AF = MA :: SA . AI$, & per converſionem rationis $SM . SA :: SA . SI$. Nimirum ſi ſumatur AI verſus S æqualis illi altitudini, ex qua motu uniformiter accelerato per vim, quæ habetur in A, acquireretur velocitas tangentialis habita ibidem, & ſumatur SI tertia continue proportionalis poſt SI, SA, ea erit æqualis axi tranſverſo. Quoniam autem coeuntibus focis F, S cum centro C habetur circulus, in quo altitudo illa AI æquatur dimidio radio (num. 274 to. I), adeoque in ipſo SI, & SM cadunt ad eaſdem partes SA; disjunctis utcunque focis, ut fiat ellipſis, cadet ſemper utraque ad eandem partem, & ubi ellipſis abierit in parabolam, facto axe SM infinito, evaneſcet SI, & abeunte in hyperbolam axe SM negativo ad partes oppoſitas poſt tranſitum per infinitum, abibit itidem SI poſt tranſitum per o. Sed in hyperbolæ ramo citeriore debebit vi directionem habente contrariam abire AI ad partes oppoſitas S, adeoqne SI erit ſemper poſitiva, & major, quam SA; ac proinde SM poſitiva itidem, ſed minor.

135 Hæc ad directum pertinent virium centralium theorema; ut autem inde gradus fiat ad demonſtrationem theorematis inverſi, notandum in primis illud: data quavis directione, & velocitate projectionis, data vi initiali in datum centrum, & data lege virium utcumque pendentium a diſtantiis, determinatur curva deſcribenda, per num. 287 tomi I, cujus tangens in puncto projectionis eſt ipſa projectionis directio juxta num. 221 tomi ejuſdem; ac proinde non niſi unica curva cum iis conditionibus deſcribi poteſt. Si igitur data quavis tangente, & velocitate tangentiali, ac puncto contactus, & diſtantia a foco, ac vi in ipſum focum in ipſo puncto contactus, inveniatur ſectio conica habens illum focum, tranſiens per illud punctum, ac habens eam directionem, & motus in ea talis, ut velocitas tangentialis ibidem ſit æqualis datæ; jam patebit projectione facta per illam tangentem cum illis conditionibus debere deſcribi illam ipſam ſectionem conicam, & proinde inverſum illud theorema demonſtrari. At id problema, quo ejuſmodi ſectio conica quæratur, utique ſolvi poteſt ope eorum, quæ num. 134 demonſtravimus.

136 Sit enim S centrum virium, & corpus ex quovis puncto A projiciatur directione quavis AN, ſit autem vis in A magnitudinis cujuſcumque, &

 decre-

decreſcat in ratione reciproca duplicata diſtantiarum a centro. Inveniatur (num. 423 to. 1) illa altitudo, ex qua motu uniformiter accelerato acquireretur velocitas illa data projectionis, & capiatur *AI* ipſi æqualis verſus *S*, vel ad partes ipſi oppoſitas; prout vis fuerit attractiva in *S*, vel repulſiva. Si *I* cadat in *S* in priore caſu foco *S* deſcribatur parabola, quæ tranſeat per punctum *A*, & habeat pro tangente *AN*, quod facile præſtabitur;
F.18 ſi enim in fig. 18 puncta *S*, *A*, & recta *NA* ſint eadem, ac in fig. 17, ducatur *ST* perpendiculum in tangentem, producaturque tantundem in *V*, ac ducta *AV*, & ipſi perpendiculari *VX*, ea erit directrix, quod ſatis patet, & facile deducitur ex num. 65 meorum Conicorum, qua data una cum foco F facile deſcribetur quæſita parabola per num. 126. At in reliquis caſibus om-
F.17 nibus, facta *SM* in fig. 17 ad partes *SI* tertia poſt *SI*, & *SA*, ductaque *MN* perpendiculari in tangentem, & tantundem producta in F, erit F alter focus ſectionis conicæ deſcribendæ, quod patet ex æqualitate rectarum *AM*, *AF* in ea figura; & focis *S*, *F*, axe tranſverſo æquali *SM* deſcribatur, ubi *I* ceciderit inter *S*, & *A*, ellipſis, ubi extra ad partem utramlibet, hyperbola, (num. 124, & 125 Conicorum), quæ erit quæſita ſectio conica.

137 Porro hujuſmodi conica ſectio deſcribi poteſt vi quavis exiſtente in *A*, & projectione facta per tangentem *AN* cum quavis velocitate (num. 261 tom. 1); & ex directo theoremate vis in ea erit in ratione reciproca duplicata diſtantiarum. Quare cum unica curva deſcribi poſſit iis datis; illa ipſa, quæ conſtructa eſt, conica ſectio deſcribetur; adeoque quæcunque fuerit directio, & velocitas projectionis, ac vis initialis; ſi vires decreſcant in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, deſcribetur ſectio conica, & ad hoc ut in diverſis etiam ellipſibus ſint vires in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, oportebit, ſint quadrata temporum, ut cubi diſtantiarum mediarum, ſive ſemiaxium tranſverſorum, quod itidem patet ex primo theoremate.

138 Hoc pacto per Geometriam demonſtratum eſt accuratiſſimè, licet indirectè, inverſum theorema virium centralium decreſcentium in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, ad quod directè eruendum ex conſtructione generali poſita num. 282 tom. 1, requiritur infiniteſimalis calculus, a quo hìc ubicumque licet, abſtinemus. Ejus demonſtrationem directam ſublimiore infiniteſimali geometria adhibita exhibui etiam in diſſertatione de motu corporis attracti in centrum immobile viribus decreſcentibus in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, quæ etiam in Actis Bononienſibus proſtat tomo 2; ſed operoſior eſt methodus; ac ad communem captum eſt multo aptior hæc indirecta, quam hìc propoſui.

139 Ibidem autem primum comperi, & edidi in diſſertatione de motu corporis attracti in centrum immobile viribus decreſcentibus in ratione reciproca duplicata diſtantiarum plura corollaria, quæ in hac adnotatione propoſui, quæ quidem ex hac conſtructione ſponte conſequuntur; quam ipſam conſtructionem ſimpliciſſimam ſanè primum protuli in diſſertatione de inveniendа orbita Planetæ ope catoptricæ, in quam nimirum incidi in contemplatione quadam ſimpliciſſimi catoptrici problematis. Sunt autem ea corollaria hujuſmodi. *Quæcumque ſit projectionis diſtantia, & directio non tran-*

tranſiens per centrum virium, ſi vires fuerint attractivæ in ratione reciproca duplicata diſtantiarum ab ipſo centro, deſcribetur ellipſis, parabola, vel ramus hyperbolæ citerior, prout illa altitudo, per quam motu uniformiter accelerato vi, quæ habetur in puncto projectionis, acquireretur velocitas projectionis ipſius, fuerit minor, æqualis, vel major, reſpectu diſtantiæ puncti projectionis a centro; ſi vires fuerint repulſivæ, & in ea ratione decreſcant, deſcribetur ſemper ramus hyperbolæ ulterior. Hæc ſatis per ſe patent ex ipſa conſtructione exhibita; illa vero facillime inde deducuntur, *ſi directio projectionis fuerit perpendicularis rectæ tendenti ad centrum virium, fore punctum projectionis verticem alterum axis tranſverſi*: nam e rectis per focos tranſeuntibus ſolus axis tranſverſus tranſiens per utrumque focum eſt perpendicularis tangenti, quod eruitur facile e num. 181 Conicorum; & *ubi deſcribitur ellipſis, centrum virium erit focus ulterior, ad quod mobile ſtatim incipiet accedere, vel erit centrum circuli, in quod coeuntibus focis abibit ellipſis, circulo eandem diſtantiam retinente perpetuo ab ipſo centro, vel erit focus citerior, a quo mobile ſtatim incipiet recedere, prout illa altitudo fuerit minor, æqualis, vel major reſpectu dimidiæ diſtantiæ puncti projectionis ab ipſo centro virium*; quod quidem facile eruitur ex ipſa conſtructione, cum *AM* debeat eſſe major, æqualis, vel minor reſpectu dimidiæ *SM*, nimirum dimidii axis tranſverſi, prout *SI* fuerit major, æqualis, vel minor reſpectu dimidiæ diſtantiæ *SA*, adeoque e contrario *AI* minor, æqualis, vel major, & quod de acceſſu, ac receſſu eſt dictum, pendet ab iis, quæ de maximo, & minimo foci radio demonſtrata ſunt in Conicis num. 58. Sed de his jam ſatis.

140 Quæ dicta ſunt de vi decreſcente in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, eruta ex orbita elliptica, locum habent etiam in gravitate Lunæ verſus Terram, cum ejus quoque orbita ſit elliptica, licet admodum perturbata. Quod dictum eſt de eadem eruta ex quadratis temporum proportionalibus cubis diſtantiarum, habet locum etiam in vi ſatellitum, qua in ſuos Primarios gravitant, cum & in iis tertia Kepleri lex locum habeat. Idem habere poteſt locum in comparanda etiam vi Lunæ cum noſtris gravibus, ſi conſideretur, ut ſatelles quidam, illud grave, quod num. 114 concepimus ita projectum, ut in circulum debeat abire, factus quidam velut Planeta. Nam quadratum temporis periodici Lunæ minutorum primorum 39343 (num. 119) ad quadratum temporis ejus gravis gyrantis 83 $\frac{1}{2}$, ut eruitur ex num. 14, eſt proxime, ut cubus diſtantiæ Lunaris, ad cubum radii ſphæræ æqualis Terræ, ſive, juxta num. 123, ut cubus numeri 60. 24 ad 1. Sed revera non ſunt accurate proportionales ii numeri: nam illud grave gyraret circa centrum Terræ quamproxime, & inſenſibilem prorſus haberet perturbationem a Sole, Luna vero gyrat circa centrum commune gravitatis Terræ, & Lunæ non ita parum diſtans a centro Terræ, & ſenſibilem patitur perturbationem. Ad accuratam rationem inveniendam oporteret prius imminuere tempus periodicum Lunæ in ratione ſubduplicata vis non perturbatæ ad perturbatam, tum in ratione ſimplici ſummæ maſſarum ad maſſam Terræ, ſive diſtantiæ a Terra ad diſtantiam a centro orbitæ, cum vires in eodem circulo ſint in ratione duplicata reciproca temporum periodicorum,

 & vi-

& vires eodem periodico tempore directè, ut radii circulorum (num. 125). Eo pacto inveniretur tempus Lunæ periodicum in ratione ſeſquiplicata diſtantiæ ad tempus gravis gyrantis, & accuratius haberet locum applicatio legis tertiæ Kepleri.

141 Hiſce demonſtratis, jam habetur ſatis ampla inductio inveſtigationi ulteriori accommodatiſſima, gravitatis in toto Planetario ſyſtemate decreſcentis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, a qua aperitur tranſitus ad Cometas, qui eandem vim ſentire debent, & per eam conicas ſectiones deſcribere, quas ſi & ii deſcribant, mirum in modum confirmari debet illa eadem gravitatis lex. Quamobrem hìc jam ad eos tranſibimus; ſed illud monendum ſupereſt de iis, quæ Noſter tantummodo innuit a verſu 608, & 635, quæ per theoriam ejuſdem generalis gravitatis explicantur, nos inferius acturos, ubi & Noſter de eorum explicatione agit.

§. 3. Ad notas in verſus 875 &c.

DE COMETIS.

142 HIC illuſtrabimus ea, quæ ad Cometas pertinentia Noſter fuſe perſequitur ab hoc verſu 875 ad 1266; ſed quæ ad ipſorum caudas pertinent, habebuntur inferius lib. 6. Ac primo quidem diverſa Cometarum genera, in quo conveniant cum Planetis, & cum ſtellis novis, in quo diſcrepent, expoſuimus in adnotatione in verſum 911. Ibidem innuimus zodiacum quendam, quem Cometis aſſignaverat Caſſinus; is continetur illis binis veluti verſibus *Antinous*, *Pegaſuſque*, *Andromeda*, *Taurus*, *Orion*, *Procyon*, *atque Hydrus*, *Centaurus*, *Scorpius*, *Arcus*: Addidimus ibidem falſum eſſe hiſce limitibus Cometarum orbitas contineri, quæ juxta num. 31 liberrime quaquaverſus diriguntur aliæ alio. Et quidem in Cometa hujus anni 1759, qui dum hæc ſcribimus, jam videri deſiit, ſatis manifeſto apparuit hæc ipſa falſitas; is enim ab omnibus ejuſmodi ſignis ita receſſit, ut ad polum auſtralem acceſſerit, progreſſus ultra circulum nunquam apparentium, & circa 26 Aprilis per plures dies perpetuo infra noſtrum Romanum horizontem depreſſus. Id nimirum accidit hypoteſibus falſis, quas poſteriores obſervationes plerumque ſolent evertere, dum veras ſemper magis confirmat conſenſus eorum, quæ conſequuntur, cum iis, quæ ex theoria deducuntur.

143 Vanos pſeudophiloſophorum terrores ex Cometarum apparitione expoſuimus in adnot. in verſum 925, confutavimus in adn. in verſum 945 errores eorum, qui Cometas cenſuerant Telluri proximos, ortos ex ipſius Telluris exhalationibus, in quo errore & Galilæus fuit, cujus omnis theoria de Cometarum natura, & orbitis erronea fuit, & ſtatim concidit. Diximus ibidem ex diurnæ parallaxeos defectu innotuiſſe jam olim ipſi Keplero ingentem diſtantiam Cometarum a Terra. Quid ſit parallaxis, expoſuimus num. 37. Patet autem ex theoremate propoſito num. 38 parallaxim horizontalem unius integri gradus habere objectum, quod diſtet per ſemidiametros Terræ plures, quam 57; & media Lunæ parallaxis eſt minuto-

xum proxime 57. Parallaxis autem in Cometis plerumque nulla ad ſenſum deprehenditur; quod evincit illos longiſſime ultra Lunam ſitos eſſe. Poſſet quidem Cometa aliquis ita ad Terram accedere, ut ingens etiam parallaxis oriretur, ſed nullus e Cometis huc uſque obſervatis evaſit propior, quam Luna. Poſtremus Cometa hujus anni circa 26 Aprilis ita ad Terram acceſſit, ut parallaxim horizontalem habere debuerit multo majorem uno minuto primo, quæ idcirco obſervari, & definiri potuiſſet, ſi in Auſtrali hemiſphærio adfuiſſent Obſervatores: & quidem Cometæ ſatis accedentis ad Terram occaſio eſſet admodum opportuna pro determinanda parallaxi diurna, & diſtantia a Terra ipſius, & per eam Solis, ac Planetarum reliquorum, qui minus accedant ad Terram, quam ipſi.

144 In adnotatione ad verſ. 958, ſatis probatum eſt ipſos Cometas non oriri ab exhalationibus Planetarum etiam ex eo, quod videri incipiant plurimi Cometæ in maxima diſtantia a Planetis omnibus. Id ex hiſtoria Cometarum ſatis conſtat; nam plures primo apparuerunt, & procul a Planetis omnibus, & procul etiam a Zodiaco; quod autem in adn. ad verſ. 971 eſt dictum ab eorum orbita everti ſententiam, quæ ipſos a ſolaribus exhalationibus repetat, id habet vim poſt eorum demonſtrationem, quæ ſuperiore § poſuimus. Nam ex num. 139 conſtat corpus ubicunque projectum debere deſcribere conicam ſectionem tranſeuntem per punctum projectionis; ſi Cometæ eſſent exhalationes a Sole emiſſæ vi quacumque, deberent arcus, in quibus eos obſervamus, pertinere ad ſectionem conicam tranſeuntem per ipſum Solem. Porro inter omnes 41 Cometas hactenus ita obſervatos, ut definitus ſit ductus eorum orbitæ, nullius orbita per Solem tranſiit, unici, nimirum Cometæ anni 1680, ad Solem ſatis prope acceſſit: poſtremi Cometæ orbita in ipſo Perihelio, ad quod is die 12 Martii debuit appellere, diſtabat a Sole plus quam per dimidiam Terræ a Sole diſtantiam.

145 Cometas eſſe ſydera Mundo coæva concluſimus in adn. ad verſ. 975 confutatis nimirum reliquis ſententiis. Opiniones Veterum omnium, & ſui ævi Philoſophorum de Cometis eruditiſſime, ut ſolet, congeſſit Riciolius Almageſti tomo 2 lib. 8, ſectione 1, cap. 4; quæ jam obſoleverunt omnes. Quod Cometæ ſint ſydera Mundo coæva, id ſatis jam perſuaſum erat Aſtronomis omnibus poſt ingentem conſenſum theoriæ Cometarum analogæ theoriæ Planetarum cum obſervationibus tum in 24 Cometis Halleyanis, quorum 3 fuerint idem Cometa, tum in reliquis 20 poſtea obſervatis, de quo conſenſu egimus in adnotat. ad verſ. 1235. Sed ejus argumenti vis mirum quantum eſt aucta reditu poſtremi Cometæ hujuſce anni, quem ipſe Halleyus prædixerat. Sed de eo paullo inferius. Interea notandum illud, hanc ſententiam de Cometis Mundo coævis etiam apud Veteres plurimos viguiſſe ita, ut apud eos non deſint, qui affirment, eorum reditus a Chaldæis prænunciatos fuiſſe, de quibus Veterum ſententiis plurima lectu digniſſima eodem capite congeſſit Riciolius, ubi maxime notatu digna ſunt plura egregia Senecæ loca de Cometis, quos & is cenſuit, eſſe ſydera Mundo coæva, quæ tum demum apparere incipiunt, cum ad nos accedunt propius. Sed cum eos Ariſtoteles cenſuerit eſſe ſublunaria quædam metheora, & Peripateticorum doctrina per tot conſecuta ſæcula viguerit ſola, ea etiam ſententia oppreſſa, & conſepulta delituit,

 donec

donec Aſtronomia renaſcente in publicam iterum lucem eſt educta, & ad ſummum jam demum certitudinis gradum evecta.

146 Stabilito etiam, quod Cometæ ſint quædam ſydera Mundo coæva; ſuperſunt plures theoriæ ipſorum falſæ refellendæ. Contra Carteſii opinionem abunde eſt, quod diximus in adnotatione ad verſ. 978, & Hypotheſis Jacobi Bernoullii, quam innuimus in adnot. ad verſ. 995, ita ſtatim concidit, ut eam fuſius exponere non ſit operæ pretium: facile eſt eandem videre inter opera ipſius Bernoullii ſimul impreſſa. Omnes ſubſecuti Cometæ hypotheſim deſeruerunt.

147 In adnotatione ad verſum 1011 egimus de theoria Caſſini, & problemate Newtoni pertinente ad motum Cometæ, ut rectilineum, & æquabilem reſpectu Telluris conſideratæ, ut immotæ. Caſſini theoria non exhibebat diſtantiam Cometæ, ſed tantummodo motum apparentem, quem ex tribus ob-
F.19 ſervationibus definiebat admodum facile hoc pacto. Sit in fig. 19 recta AB, per quam Cometa feratur motu æquabili. Spectanti e centro C ſphæræ cæleſtis apparebit ejus motus in quodam circulo maximo, qui ſit interſectio plani ACB cum ejus ſphæræ ſuperficie, in quo circulo data longitudine, & latitudine binorum punctorum D, & F facile eſt invenire ipſius circuli poſitionem, nimirum interſectiones cum Ecliptica, ſive nodos, & inclinationem. Datis autem per tres obſervationes ejus circuli punctis tribus D, E, F, dabuntur poſitiones rectarum CD, CE, CF, in quas alicubi incidet recta AB in G, H, I. Concipiatur GN parallela CI, occurrens ipſi CF in I, & quoniam ex obſervatione dantur anguli GCN, NCI, ſive CNG, dabitur ratio CG ad CN; quæ eſt inter ſinum poſterioris, & ſinum prioris. Ratio autem GN ad CI eadem ac GH ad HI datur, cum ob motum æquabilem ſint ut tempora inter obſervationes elapſa. Igitur datur etiam ratio CG ad CI ex iis rationibus compoſita, ex qua, & angulo GCI obſervato invenietur angulus CGI; ſive inclinatio rectæ AB ad rectam CD datam.

148 Hoc angulo invento, ſi concipiatur perpendiculum CK, dabitur ratio GC ad GK, & cum in triangulo GIC ſpecie dato detur etiam ratio GI ad GC; dabitur ratio GI ad GK, ſive ratio temporis inter extremas obſervationes, & appulſum ad minimam diſtantiam in K. Dato autem quovis alio tempore; quo Cometa appellat ad L, dabitur ratio GK ad KL eadem; quæ eſt inter tempora per ipſas impenſa, & ea eſt ratio tangentis anguli GCK ad tangentem KCL, quæ dabitur, cum detur angulus GCK complementum inventi CGK; nimirum pro quovis alio tempore datur locus M circuli maximi ejus orbitam exprimentis, in quo Cometa apparere debet. Et hæc quidem ad apparentem motum ſufficiunt; verus autem cum vera diſtantia ex ea theoria definiri non poteſt; quia ſi recta AB concipiatur translata motu parallelo utcumque ita, ut accedat ad C, vel inde recedat utcumque, ratio rectarum, quæ ſola datur, manet omnino eadem.

149 Ubi Cometæ a Perihelio ſatis diſtant, ut arcus Parabolæ, quam deſcribunt, ſatis accedat ad rectam, & motus ad æquabilem, hæc theoria exhibet loca non multum erronea. Hinc res Caſſino utcumque ſucceſſit; ac prima ea fuit methodus, qua ex aliquot obſervationibus cum ſucceſſu aliquo inquiſitum eſt in motum apparentem, & reliquum Cometarum curſum nondum obſervatum.

150 Ex

150 Ex eadem hypotheſi motus rectilinei, & uniformis inquiſivit Newtonus in orbitas Cometarum per quatuor obſervationes, arbitratus, poſſe ita & diſtantiam, & poſitionem orbitæ definiri, ac ea methodo inquiri in diſtantiam Cometæ veræ proximam ſaltem, ubi ipſe ſatis diſtat a perihelio, quam methodum, & ad id ipſum adhibendam propoſuit David Gregorius, & irrito conatu Aſtronomi nonnulli adhibuerunt. Problema autem eſt hujuſmodi. Datis poſitione 4 rectis invenire aliam, quæ ipſas ſecet ita, ut tria illa ſegmenta iis intercepta ſint in ratione data. Id problema applicatur Cometis in ea hypotheſi accipiendo pro 4 rectis datis, quatuor rectas tendentes a 4 locis Terræ ad quatuor loca Cometæ redacta ad Eclipticam, & ſumendo pro ratione data trium ſegmentorum rectæ quæſitæ tria intervalla temporum inter illas quatuor obſervationes. Ejus problematis ſolutionem & Wrennius, & Valliſius dedit, & Newtonus ſolutionem ejus exhibuit in Arithmetica Univerſali prop 56, & ipſum binis aliis methodis ſolvit in corollario lem. 27 lib. 1. Omnes quidem pro ejus ſolutione inveniunt neceſſarium illud, ut illæ quatuor rectæ per idem punctum non tranſeant; quo caſu vel impoſſibile problema eſt; vel infinitas ſolutiones admittit; ſi enim ſint 4 rectæ datæ *CD*, *CE*, *CF*, *CM*, & inventa directione rectæ *AB* per ſola intervalla *GH*, *HI*, obveniat forte etiam tertium intervallum *IL* in eadem illa ratione data ad præcedentes; quæcumque recta ejuſdem directionis utcunque diſtans habebit tria illa ſegmenta in eadem illa ratione data inter ſe, ac ſolutiones erunt infinitæ; ſecus vero illud problema erit impoſſibile.

151 Si verò illæ quatuor rectæ per idem punctum non tranſeant; ſolutiones exhibitæ determinabant diſtantiam per valores datos ita, ut videretur ſemper problema eſſe determinatum, & unicam ſolutionem admittere. At ego quidem inveni, & facile demonſtravi in mea diſſertatione de Cometis, eſſe caſum, in quo problema indeterminatum remaneat, & nihil prorſus de diſtantia, & poſitione rectæ quæſitæ definire poſſit; & quidem is caſus eſt ille ipſe, qui occurrit in applicatione ad Cometas. Is caſus habetur quotieſcunque binæ rectæ inter ſe non parallelæ habeant terna ſegmenta ſingulæ, quæ ad ſe invicem ſint in eadem ratione, & per extrema reſpondentium ſegmentorum puncta agantur 4 rectæ, quæ quidem ad idem punctum non concurrent, ut facile demonſtrari poteſt. Porro in eo caſu, ſi accipiatur in quavis ex iis 4 rectis punctum ad arbitrium, poteſt ſemper, ut ibidem demonſtravi, duci per id recta, cujus tria ſegmenta ſint in eadem illa ratione inter ſe, in qua ſunt binarum aſſumptarum ſegmenta; unde conſequitur datis illis 4 rectis, & illa ſegmentorum ratione, non poſſe definiri diſtantiam, & poſitionem rectæ quæſitæ, ſed problema indeterminatum eſſe, & infinitas ſolutiones admittere. Porro cum ipſum caſum occurrere in applicatione ad Cometas patet ex eo, quod ad ipſam applicationem oportet aſſumere arcum Cometæ non ingentem, qui haberi poſſit pro rectilineo, & motus in eo pro uniformi: inde autem fit, ut & arcus eodem tempore a Terra deſcriptus pro rectilineo haberi debeat, & motus pro uniformi; ac proinde 4 rectæ, quæ a 4 Terræ locis ducuntur in plano Eclipticæ per 4 loca Cometæ, habent jam interceptas binas rectas, nimirum viam Terræ, & viam Cometæ, habentes ſegmenta rationis ejuſdem definitæ a temporum intervallis, & problema indeterminatum relinquunt.

152 Id quidem ibi a me demonſtratum, an alii adverterint, ignoro ſane. Sed id in cauſa eſt, cur ejuſmodi problema adhiberi non poſſit ad inveſtigandas diſtantias ne veris quidem proximas. Si motus Cometarum eſſet revera rectilineus, & æquabilis, & obſervationes aſſumerentur ita remotæ, ut arcus orbitæ terreſtris plurimum a recta linea recederet, nam motus ejus ab æquabilitate ſemper parum admodum recedit, uſum haberet aliquem problema ipſum; ſed motus Cometarum non fieri in rectis lineis vel ex eo innotuit, quod in ea hypotheſi non poſſunt integrum ſemicirculum percurrere, nec ad eclipticam devenire, niſi in unico puncto, cum tamen Cometæ plures percurrerint pluſquam ſemicirculum, ut & hic poſtremus hoc anno, & per nodum utrumque tranſierint in eadem apparitione. Patet autem idem ex eo etiam, quod cum verſentur in regione Planetarum, debeant vi gravitatis in Solem detorqueri ad conicam ſectionem. Idcirco applicatio ejus problematis ad Cometas requirit exiguum arcum, qui pro rectilineo aſſumi poſſit: eo aſſumpto problema remanet adhuc determinatum idcirco, quod arcus uterque Terræ, & Cometæ a recta linea, & motus ab æquabili abludit. At quoniam eæ aberrationes in motu Cometæ removent ſimul conditiones a conditionibus problematis, & ipſæ fere ſolæ determinationem perficiunt; idcirco ſolutio exhibere debet plerunque errores immanes. Et ideo Euſtachio Zanotto viro Aſtronomicarum rerum peritiſſimo hoc Gregorianum præceptum reducenti ad praxim in Cometa anni 1739 poſitio orbitæ Cometæ per ejus problematis ſolutionem determinata obvenit prorſus contraria ei, quæ debuerat obvenire, ut nimirum cum Cometa verſus Solem apparuerit, rejectus fuerit a ſolutione problematis ad partes Soli oppoſitas.

153 Eodem vitio laborare ibidem demonſtravi aliam Methodum a Bouguerio prolatam in Commentariis Acad. Pariſienſis ad annum 1733, in qua, aſſumpto exiguo arcu a Cometa deſcripto pro rectilineo, per tres obſervationes proximas definit, ad quam ſectionem conicam legibus Keplerianis deſcriptam is pertineat; quam ob cauſam orbitam Cometæ anni 1730 pro ad ſenſum parabolica, uti revera extitit, invenit hyperbolicam, & quidem remotiſſimam; errore totam inveſtigationem evertente, quod probe notandum eſt in ſolutionibus problematum, in quibus non raro inciditur in hujuſmodi caſus, in quibus problematum ſolutiones exhibentur ab iis tantummodo, quibus vera problematis data diſcrepant ab aſſumptis, quæ accipiuntur pro iiſdem, ut ipſis proxima.

154 Ut a falſis theoriis delabamur ad veram, vidimus in adnot. ad verſum 1038 pro fundamento inveſtigandæ theoriæ ipſius, Cometas deſcendere inter Planetas, unde conſequitur eos debere vi gravitatis ſolaris deſcribere unam e tribus conicis ſectionibus juxta num. 139, & excluſa Hyperbola, ac Parabola, ne in infinitum abeant, & ſolare ſyſtema relinquant, remanere ellipſim, ſed oblongam admodum, cum perquam exiguo integræ converſionis tempore appareant, uti in adnot. ad verſ. 1092 definivimus, adjectis binis aliis ejuſdem rei conjecturis, quæ Newtonum ſenſim ad veram theoriam deduxerunt indirecta illa inveſtigationis methodo procedente per attentationem, & poſitiones, ac conjecturas prudentes, non per directas demonſtrationes, quæ ubique in Aſtronomia aditum ad veras theorias aperuit.

155 Stabilito, quod motus fieri debeant in orbe elliptico ſatis oblongo, debebat

debebat videri, an obſervationes ejuſmodi motibus reſponderent. In adn. ad verſ. 1117 affirmavimus facile definiri orbitam ellipticam, ſi præter focum dentur tria orbitæ puncta. Id quidem omnibus conicis ſectionibus generale eſt. Sit in fig. 20, F focus, tria puncta A, B, C. Capta in FB recta F.20
$FI = FA$, & in FC recta $FL = FB$ ducantur IA, LB, & iis parallelæ FD, FE, quæ in D, & E occurrant rectis BA, CB, & directrice recta MN per illas ducta, foco F, ratione FA ad perpendiculum BG in ipſam MN demiſſum, deſcribatur coni ſectio (num. 34 conicorum), quæ tranſibit etiam per puncta A, B, C. Ductis enim etiam perpendiculis AK, CH erit $FB . FI = FA :: BD . AD :: BG . AK$, & alternando $FB . BG ::$ FA FK; & ſimili argumento erit etiam $FB . BG :: FC . CH$, adeoque omnia puncta A, B, C ad illam eandem conicam ſectionem pertinebunt.

156 Ea mehtodo uti liceret, ſi quis e Sole Cometam obſervaret, & præter tres directiones rectarum FA, FB, FC poſſet acquirere tres diametros apparentes, quæ diſtantiarum actionem exhiberent. Sed etiam ſine diametris apparentibus, ex ſola directione illarum trium rectarum, & temporibus impenſis in percurrendis arcubus AB, BC, poſſet determinari orbita, uti innuimus etiam num. 103, verum illa directio, quæ in Planetis obtinetur per obſervationes pluribus oppoſitionibus, vel conjunctionibus reſpondentes, in Cometis non habent locum, qui per exiguum longiſſimarum periodorum tempus apparent.

157 Oportuit igitur adhibere ad determinationem orbitæ Cometarum ſolas directiones rectarum, quæ a tribus Terræ locis ducuntur ad tria loca Cometæ, & temporum intervalla. Ea ipſa problema determinant, ſed pro ellipſi difficultas ſolutionis eſt inextricabilis: & illud commode accidit, quod ellipſes longiſſimæ arcum foco proximum habent arcui parabolico ita finitimum, ut vix alter ab altero diſcerni poſſit, quod patet ex ipſa tranſformatione ellipſeos in parabolam, quam pluribus jam vicibus nominavimus; pro parabola autem ſolutio ſaltem indirecta, & per falſas poſitiones difficilis quidem eſt, & moleſta, ſed non penitus intractabilis. Directa etiam problematis ſolutio pro parabola non excedit vires finitæ Algebræ ob quadraturam parabolæ ab ipſo Archimede inventam, quæ comparationes arearum analyticas permittit finitis valoribus algebraicis expreſſas, & methodum, qua ad æquationem deveniri poſſit, expoſui; ſed, quod ibidem notavi, æquatio ipſa ad altiſſimum gradum ita aſſurgit, ut nulli uſui eſſe poſſit.

158 Aliam ego quidem exhibui methodum in eadem diſſertatione, qua per tres obſervationes ita proximas, ut motus interea facti a Tellure, & Cometa pro rectilineis accipi poſſint, definiuntur ope æquationis ſexti gradus diſtantiæ a Sole, & per eas poſitio arcus parabolici, ac exhibui ipſas correctiunculas debitas curvaturæ exiguæ, & inæqualitati motus utriuſque, quæ quidem methodus directa eſt, & ad veros valores cito conducit, ſed ipſa quoque reſolutio æquationis gradus ſexti eſt admodum moleſta; adeoque præſtat alias adhibere indirectas methodos, quæ adhibitis obſervationibus utcumque remotis ad ſolutionem deducunt per plures falſas poſitiones, cujuſmodi methodum Newtonus invenit, & adhibuit, tum plures Aſtronomi excultam magis, ac expolitam tradiderunt. Præcepta, & exempla inveniet ſatis ad rem idonea, qui velit, in Caillianis etiam elementis; nam

ea res

ea res eſt multo prolixior, quam ut intra nimis arctos horum ſupplementorum limites contineri poſſit.

159 Ex orbita determinata multo facilius inveniuntur loca ad datum tempus, ut qui orbitam vel invenerit per tres obſervationes, vel ab alio inventam acceperit, poſſit ex ſuarum obſervationum conſenſu, vel diſſenſu judicare de theoria ipſa. Id autem fit per expeditiſſimam conſtructionem, quæ apud Newtonum habetur Princ. lib. 1. pr. 30, vel per calculum itidem expeditiſſimum, quem Halleyus diggeſſit, computata unica tabula, quæ ob omnium parabolarum ſimilitudinem una omnibus inſervit Cometarum parabolicis motibus; & ea applicatio innititur huic principio, quod tempora, quibus habentur motus angulares iidem a perihelio, ſint in ratione ſeſquiplicata diſtantiarum homologarum quaruncunque; adeoque & diſtantiarum periheliarum, quæ pertinent ad orbitæ determinationem. Ejuſmodi tabulam videre eſt etiam ad calcem Gregorianæ Aſtronomiæ, & in Caillianis elementis, in quibus habetur tota ratio ineundi calculi tam in orbe parabolico, quam in elliptico; ut & apud alios recentiores Aſtronomos paſſim occurrit. Eſt autem pro Cometarum motu & illud elegans a Newtono demonſtratum princ. lib. 1 cor. 7 pr. 16 velocitatem in quovis parabolæ puncto ad velocitatem corporis gyrantis in circulo in eadem a foco diſtantia eſſe in ratione ſubduplicata numeri 1 ad 2; unde facile deducitur, velocitatem tum ejuſdem Cometæ in diverſis punctis orbitæ ſuæ, tum diverſorum Cometarum ubicumque eſſe ſemper in ratione reciproca ſubduplicata diſtantiæ a Sole; quod omnium Cometarum motus ſecum invicem arctiſſimo quodam nexu conjungit.

160 Theoria tam arctis connexa vinculis, & quæ ad quævis data momenta determinat ipſum locum Cometæ, ſine ullo arbitrio ipſam ad obſervationes pertrahendi, eſt ſane aptiſſima ad hoc; ut per obſervationes vel evertatur penitus, vel penitus confirmetur. Ubi enim quivis novus Cometa illuceſcit, præter obſervationes tres, quæ orbitam determinant, quævis alia obſervatio diſſenſu ſuo totam funditus theoriam everteret; atque idcirco conſenſus obſervationum cum theoria ipſa eam probat vi, quam metitur ratio ſummæ locorum, in quibus ſi obſervaretur, diſſentiret, ad ſummam locorum, in quibus cum ſit, non habetur diſſenſus major, quam is, quem obſervatio ſatis conformis theoriæ exhibet, qui in obſervationem, vel in aberratiunculas a Planetarum actione ortas refundi poſſit, quæ quidem ratio immenſa eſt, ubi arte obſervandi uſque adeo promota non niſi perquam exigua diſcrimina inveniantur. At id reipſa accidit: nam & in Cometa anni 1680, & in tot Halleyanis, & in omnibus Cometis poſt Halleyum obſervatis, ut monuimus in adnot. ad verſ. 1148, 1192, 1129 tantus ejuſmodi conſenſus inventus eſt, ut in Planetarum theoriis major non habeatur, & quidem in recentioribus ſelectis obſervationibus vix aliquot ſecundorum diſcrimen invenitur.

161 Sed maxima toti theoriæ acceſſit vis ex poſtremo hujuſce anni Cometa, qui ab Halleyo primum prænunciatus, ab Aſtronomis omnibus expectatiſſimus, tandem advenit, & ſententiam de Cometis per ellipſes maxime oblongas, ſed ellipſes, in gyrum actis, ac totam Newtonianam theoriam mirum in modum confirmavit. En brevem ejus hiſtoriam. Cum Halleyus in 24 orbitas Cometarum a ſe ex Newtoniana theoria definitas diligen-

tius

tius inquireret, ac earum elementa inter ſe conferret; invenit tres tantummodo ex iis inter ſe ita conformes, ut pro eadem aſſumendæ omnino eſſe viderentur. Eæ ſunt, quæ pertinent ad Cometas annorum 1531, 1607, 1682. Sunt autem earum orbitarum elementa, quæ ſequuntur: ponitur primo loco annus, quo ad perihelium appulerunt, ſecundo locus nodi aſcendentis, tertio inclinatio orbitæ ad eclipticam, quarto locus perihelii, quinto diſtantia perihelia a Sole in iis partibus, quarum diſtantia media Terræ a Sole continet 10000, quinto tempus medium tranſitus per perihelium ad meridianum Pariſienſem juxta Caillium; fuit autem Cometa ſemper retrogradus.

Annus	Locus Nodi A.	Incl. orbitæ	Lo. perihelii	Diſtantia	Tempus perihelii
	1 ° ' "	° ' '	1. ° ' "		Menſis d. h. '
1531	1. 19. 25. 0	17. 56. 0	10. 1. 39. 0	5670	Augusti 24. 21. 27
1607	1. 20. 21. 0	17. 2. 0	10. 2. 16. 0	5849	Octobr. 26. 18. 54
1682	1. 21. 16. 30	17. 56. 0	10. 2. 52. 45	5833	Septem. 14. 7. 48

162 Diſcrimen, ut conſtat, erat perquam exiguum, & quidem is, qui videtur progreſſus nodi, & aphelii, eſt potius regreſſus; nam interea principium Arietis, a quo ii numeri exordium ſumunt, regreſſum eſt paullo plus quam per unum minutum, nimirum ſpatio annorum circiter 75. Intervalla autem temporum ſunt annorum 76, vel 75, parum itidem diſcrepantia, & ante ſimile intervallum in Cometarum hiſtoria occurrit Cometa inſignis anno 1456, cujus tamen aſtronomicæ obſervationes deſunt ad determinandam accurate orbitam. Cum admodum inveroſimile videretur diverſos Cometas eandem fere, ad æqualia fere temporum intervalla, tenuiſſe viam, cenſuit Halleyus omnino poſt idem circiter intervallum expectandum eſſe eundem Cometam, adeoque ſub finem anni 1757, vel anno 1758 apparituram. Apparuit quidem anno 1757 Cometa, quem tamen ſtatim conſtitit longe aliam terere viam; adeoque longe alium eſſe ab eo, qui expectabatur; & maxima pars ſequentis anni 1758 effluxerat, quin Aſtronomis atque Geographis quidquam de Cometa expectato conſtaret; cum Clerautius die Novembris 13 in primo Academiæ Pariſienſis conſeſſu, ſuas cum Academicis de eodem Cometa meditationes communicavit, ex quibus ejus reditum præmaturè expectatum videri ſibi affirmabat, quem circa 18 Aprilis ſequentis ad perihelium adventurum ex calculis moleſtiſſimis a ſe initis arbitraretur.

163 Viderat jam olim ipſe Halleyus inæqualitatem binarum periodorum, cum prior habuerit annos 76, dies fere 63, poſteriori ad 75 annos defuerint dies 42; quod diſcrimen repetendum erat ab actione Planetarum, nam orbitæ ellipticæ parabolis proximæ minima perturbatione velocitatis, & vis, poſſunt augere plurimum axem tranſverſum, & idcirco etiam tempus periodicum. Nimirum in ejuſmodi ellipſibus in fig. 17 *AI* debet eſſe quamproxime æqualis *AS*, cui accurate æqualis eſt in Parabola. Quamobrem reſidua *SI* eſt perquam exigua, & mutatio rectæ *AI* pendentis a vi, & velocitate, exigua reſpectu ipſius, debet non exigua eſſe reſpectu *SI*, quæ id- F. 17

circo

circo mutationem inferet axis SM non exiguam reſpectu ipſius, cum ſit ipſe axis SM tertius poſt SI, SA, adeoque manente SA, debeat eſſe mutatio SM ad ipſam SM, ut eſt mutatio SI ad ipſam SI.

164 Id quidem erat admodum manifeſtum, ſed nemo adhuc auſus erat vivente Halleyo inquirere per Geometriam, & calculum in mutationes, quas ſibi invicem inducunt Planetarum, & Cometarum actiones. In id problema jam ab aliquot annis inquiritur ſummo Geometrarum primi ordinis conatu, qua de re & ego diſſertationem edidi, qua ſine integrali calculo theoriam expoſui Geometricam determinandis aberrationibus mutuis Jovis, & Saturni, ut arbitror, non ineptam: & quam cenſeo ad has ipſas hujus Cometæ inæqualitates determinandas ex Planetarum actionibus ortas, applicari facile poſſe, quod etiam, ſi per tempus licuerit, me olim præſtiturum confido. At primus id in Cometis ſua methodo Clerautius præſtitit, qui poſt longiſſimas calculorum ambages, computatis tantummodo Jovis, ac Saturni actionibus, qui in hoc potiſſimum Cometa plurimum poſſunt, invenerat & priorem illam binorum periodorum inæqualitatem unius anni, ac menſium pluſquam trium, & hanc periodum deduxerat fore circiter 76 annorum, & menſium 7, nimirum longiorem poſtrema menſibus circiter 20, & præcedente menſibus circiter 5. Id ipſum in eo congreſſu modeſte admodum, & ſubdubitanter propoſuit.

165 Exitus admodum felix ingentem ſummis tanti viri laudibus cumulum adjecit. Sub finem Decembris deprehenſus eſt in Saxonia a Ruſticis Cometa ad Solem redux, adhuc remotus, ægre conſpicuus, quem Hinſius Lipſiæ obſervavit Januario menſe, & ex iis obſervationibus cognovit eſſe illum ipſum, qui expectabatur, ac reliquum apparentem futurum curſum, utcumque definitum, prænunciavit. Fuit, qui & Pariſiis eum eodem tempore obſervaverit, re cum aliis Aſtronomis nequaquam communicata, quæ communicatio multo plures nobis, & admodum opportunas obſervationes peperiſſet. Paullo poſt ad ſuperiorem cum Sole conjunctionem accedens videri deſiit, & 12 Martii ad perihelium appulit, unde redux primo quidem mane ante ortum Solis ſub Martii finem, & magna Aprilis parte conſpectus eſt, & a pluribus Aſtronomis obſervatus, quem hic Romæ uſque ad Aprilis 22 vidimus, quum latitudine ipſius Auſtrali aucta plurimum ob diſtantiam a Terra plurimum imminutam ita ad Auſtralem polum acceſſit, ut ſupra horizontem uſque ad diem 28 ipſius menſis nunquam prodierit. Regreſſum verſus Æquatorem tum vidimus, ad quem acceſſit ſemper magis, & veſpere videri cœpit diu conſpicuus, donec declinante jam Majo Lunæ creſcentis fulgor, & diſtantia a Terra ita eum nobis eripuerunt, ut deinde penitus videri deſierit ob ſuam diſtantiam, & atmoſphæram ingentem obtundentem vim luminis jam penitus inconſpicuus.

166 Mihi quidem admodum paucas obſervationes, quibus fidere poſſim, inire licuit defectu commodi ad obſervandum loci; adhuc tamen ex orbita ſuperiore ſæculo definita, & unica obſervatione medio Aprili Romæ habita a R. P. Audifredo diligenti ex Dominicanorum familia obſervatore, qui & alias plures deinde inſtituit potiſſimum, ubi veſpere ſe in conſpectum dedit, reliquum omnem curſum ſola conſtructione deductum in globo Cæleſti exſtante

ſtante in hac noſtra Bibliotheca publicè propoſui, quem utut maxime inæqualem, omnino tenuit ita, ut paucorum plerumque minutorum diſcrimen viæ ibi tum initio delineatæ a via, quam tenuit, habuerim.

167 At uberiorem accuratiſſimarum obſervationum ſeriem ad me nuper Caillius tranſmiſit litteris datis 3 Junii, quarum poſtrema pertinet ad diem Maii 28, ubi hæc addit. *Interim jam theoriam in arcu elliptico ſupputare aggreſſus ſum; peractis autem calculis, ſed incudi nondum redditis, inveni perihelium incidiſſe in diem Martii 13, h. 13, 53' temp. med. Pariſiis, cum Cometa eſſet in puncto orbitæ ſuæ ſig. 10. 3°. 17', diſtaretque a Sole 0. 5835, poſita orbis magni ſemidiametro = 1, locus nodi aſcendentis ſig. 1. 23°. 51', & inclinatio orbitæ 17°. 39'. Aſſumo autem periodicam revolutionem 27700 dierum, trientem nempe intervalli inter primam anno 1531 apparitionem, & poſtremam hanc. Clairautius parat libellum de eo Cometa edendum.* Hæc ille, ubi ſatis jam conſtat conſenſus horum elementorum cum præcedentibus, mutatione utique, quæ & ipſa ab actionibus Planetarum provenire potuerit, quod e Clerautianis calculis brevi docebimur.

168 Hunc nemo ſane, primum nimirum ea in re conatum, non feliciſſimum eſſe arbitrabitur, nam illud 37 dierum diſcrimen, quo appulſus ad perihelium proxime tantummodo determinatum tempus prævertit, vix totius periodi eſt pars ſeptingenteſima quinquageſima, quam ipſam approximationibus calculorum ulterioribus, & aliorum Planetarum actionibus computatis ſublatum iri, nullus dubito, ac intra multo arctiores limites proximum ejus ſequenti ſæculo reditum prænunciandum, quem multi ex iis, qui jam vivunt, utique intuebuntur; interea huic jam ſeptimo fere Planetæ detecto audio, dum hæc ſcribo, vulgo Pariſiis meritiſſimò *Clairautii* nomen impoſitum.

169 Hic igitur Cometa, & Cometarum rite prænunciatum reditum jam primus exhibuit, & non ſolum curſu ad gravitatis ſolaris leges exacto, gravitatem in Solem per totum ſyſtema Planetarum, ac Cometarum longe lateque pertinentem confirmavit, in quo cum cæteris Cometis convenit; ſed per ipſam hanc periodorum inæqualitatem ab actionibus Jovis, ac Saturni repetitam confirmavit etiam gravitatem mutuam Planetarum omnium ac Cometarum, quam mutuam gravitatem inter omnes particulas propoſuimus in adn. ad verſ. 1350, & comprobavimus in adn. ad verſ. 1356, & 1365 per figuram globoſam aſtrorum omnium, ac Terræ, & per actionem, & reactionem æquales, in adn. 1394 per maris æſtum indicantem gravitatem partium Telluris in Lunam, de quo agemus fuſius lib. 6, & in adn. ad verſ 1405 per aberrationes Planetarum, & exiguum diſſenſum tabularum poſt longum tempus a phœnomenis, quod argumentum majorem acquiret vim, ſi perfecta adhuc magis ſolutione problematis, quod appellant trium corporum, ſatis certo per ſatis convergentes ſeries reduci poterunt ad certos calculos, & determinate erui omnes inæqualitates illæ, quas theoria requirit, ut cum obſervationibus conferri poſſint.

170 Interea, quæ huc uſque obtinuimus, abunde ſunt adhibenti inveſtigationis methodos ad extendendam legem gravitatis mutuæ decreſcentis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum a ſe invicem, ut ab analyſi, qua ad

cam

eam deventum eſt, pergamus ad ſyntheſim, qua ejus conſectaria videamus, ut ex ipſa deduci poſſint tum per certum regreſſum ea, ex quibus ad ipſam devenimus, tum alia, quorum leges fruſtra per ſolas obſervationes quæreremus, licet pleraſque, ubi per theoriam invenerimus, poſſimus cum obſervationibus conferre, & ex conſenſu ſemper magis theoriam ipſam confirmare. Id pertinet ad adn. in verſ. 1405, in qua tamen notandum illud, quod innui de mea opinione circa gravitatis generalis legem, quam ſolum in aliquanto majoribus diſtantiis arbitror ſatis proxime accedere ad rationem reciprocam duplicatam diſtantiarum, ſed ab ea in minimis diſtantiis recedere in immenſum, & eſſe partem legis virium multo generalioris, de qua libro 10 agemus multo uberius.

§. 4. Ad not. in verſus 1446. &c.

DE SYNTHETICA DEDUCTIONE PLURIUM, QUÆ PENDENT A GENERALI LEGE GRAVITATIS MUTUÆ INTER PARTICULAS.

171 PRimo quidem, quod pertinet ad binas maſſas, quæ concipiantur compenetratæ ſingulæ in ſingulis punctis, abunde patet ex iis, quæ dicta ſunt in adnot. ad verſ. 1446, 1461, 1476. Satis patet, cum ſingula puncta primæ maſſæ graviteint in ſingula puncta ſecundæ, fore in data quadam diſtantia vim, qua urgetur punctum quodvis primæ maſſæ in quodvis punctum ſecundæ, æqualem ſummæ virium æqualium, quibus tendit in ſingula puncta alterius, adeoque fore vim ejuſmodi proportionalem numero punctorum maſſæ, in quam tenditur, & cum mutata diſtantia quævis ex iis viribus, qua id punctum urgetur in ſingula puncta, mutari debeat in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, tota vis, qua punctum quodvis primæ maſſæ urgetur in totam maſſam ſecundam, erit directe ut maſſa ſecunda, & reciproce, ut quadratum diſtantiæ. Erit autem huic vi proportionalis celeritas, quæ oriri debet tempuſculo infiniteſimo in quovis puncto primæ maſſæ, quæ celeritas dicitur etiam celeritas maſſæ totius, adeoque ea erit vis acceleratrix maſſæ ipſius.

172 Habebitur igitur hujuſmodi theorema: *vis acceleratrix, qua maſſa quævis tendit in aliam quamvis, erit directe, ut maſſa, in quam tenditur, & reciproce, ut quadratum diſtantiæ.* Dicatur G ea vis acceleratrix primæ maſſæ, quæ quidem ſolet appellari gravitas, g vis ejuſmodi maſſæ ſecundæ, dicatur autem prior maſſa M, poſterior m, diſtantia vero communis D, eritque $G = \frac{m}{DD}$, & $g = \frac{M}{DD}$, unde fit, ut hæ binæ gravitates non ſint æquales, ſed ſit $G . g :: m . M$, nimirum, *ubi duæ maſſæ in ſe mutuo tendunt, vis acceleratrix, ſive gravitas primæ ad vim acceleratricem, ſeu gravitatem ſecundæ erit, ut ſecunda maſſa ad primam.*

173 At ſumma virium, quibus omnia puncta alterius maſſæ tendent in totam ſecundam maſſam, erit præterea multiplicanda per numerum punctorum ipſius.

ipſius. Ea erit vis motrix, quæ dicatur pondus, adeoque ſi eadem dicatur P, & p, erit tam P, quam $p = \frac{Mm}{DD}$ Nimirum, *erit vis motrix, ſive pondus directe ut factum ex utraque maſſa, & reciproce, ut quadratum diſtantiæ, ac binæ ejuſmodi vires motrices erunt inter ſe æquales*; quod poſterius continet actionis, ac reactionis æqualitatem.

174 Hiſce facilioribus expeditis, tranſeundum ad id, quod in adn. ad verſ. 1484 promittitur, nimirum ad methodum computandi vim, qua maſſa molem occupans tendit in maſſam diffuſam itidem per molem aliquam, ubi oportet colligere ſummam omnium inæqualium virium, quibus ſingula puncta maſſæ tendentis gravitant in ſingula maſſæ, in quam tenditur, redactarum ad directionem eandem, tum, ſaltem pro globis vim mediam, quæ orietur in maſſa tendente, ortam e ſumma omnium virium, quibus ejus puncta tendunt, redactarum itidem ad eandem directionem, & diviſam per ſummam eorundem punctorum, quæ cum ob mutuum nexum non poſſint ſe invicem deſerere, debent communi quadam velocitate ferri. Hanc theoriam altius repetam methodo, quam olim propoſui in diſſertatione de Obſervationibus Aſtronomicis, incipiendo a determinatione vis, qua punctum quodpiam gravitat in maſſam mole data præditam, & ſæpe iiſdem verbis.

175 Lem. 1. Trahatur in fig. 21 corpuſculum C poſitum in centro ſphæræ F. 21
AbB æqualiter ab omnibus punctis E ſitis intra curvam quamcumque $QOVH$, deſcriptam in ſuperficie ſphæræ ipſius, & vis abſoluta ſecundum CE reſolvatur in duas per CD, ED, alteram normalem plano circuli maximi ABb, quæ dicatur perpendicularis, alteram in ipſo plano jacentem, quæ dicatur lateralis. Denuum curva $QOVH$ projiciatur in planum ejuſdem circuli in curvam MRL per rectas ipſi plano perpendiculares. Dico vim abſolutam totius areæ curvæ projectæ $QOVH$ ad vim ipſius perpendicularem fore, ut eſt ipſa area ad aream curvæ MRL genitæ ex projectione.

176 Demonſtratur. Dividatur area $QOVH$ per quadrantes PB, Pb infinite proximos inter ſe ductos ex P polo circuli ABb in ſpatia $QOVH$, quæ iterum per arcus EF, ef circulorum, quorum P polus, dividantur in ſpatiola $EFef$, & demittantur ab omnibus eorum punctis perpendicula ED, ed, FG, fg, projectis arcubus Ee, Ff in arcus DG, dg circulorum ex centro C deſcriptorum, divideturque area curvæ MRL in totidem particulas, quarum una $DdgG$. Ducatur præterea CE, & el parallela, & æqualis Dd occurrens DE in I. Satis patet areolas Ef, Dg æquivalere rectangulis, quorum baſes EF, DG æquales, & quorum altitudines Ee, Dd. Eſt autem ob ſimilia triangula rectangula CDE, EIe, Ee ad QI æqualem Dd, ut CE ad ED, ſive ut vis abſoluta ad perpendicularem. Erit igitur altitudo rectanguli Ef ad altitudinem rectanguli Dg, ſive area primi ad aream ſecundi, ut vis abſoluta ad normalem. Exprimatur vis abſoluta ſingulorum punctorum areolæ Ef per unitatem, & vis abſoluta totius areolæ exprimetur per ipſam areolam, ac proinde vis perpendicularis per areolam Dg. Cumque eadem ſit demonſtratio pro omnibus particulis curvarum $QOVH$, MRL, exprimet prima vim ſuam abſolutam, & ſecunda vim ipſius perpendicularem. Quare erit ea vis abſoluta ad perpendicularem, ut prima area ad ſecundam. Q. E. D.

177 Cor. 1.

177 Cor. 1. Si curva *QOVH* abeat in totam ſuperficiem hemisphærii, abibit area *MRL* in circulum maximum. Cum igitur ex Archimedis inventis ſuperficies hemisphærii ſit dupla circuli maximi, erit vis abſoluta ſuperficiei circuli maximi dupla vis normalis ejuſdem: vis autem lateralis elidetur tota actionibus contrariis.

178 Inde jam facile definiri poteſt vis, qua trahitur a toto hemisphærio punctum ſitum in ejus centro, ſi ab omnibus ejus punctis trahatur in ratione reciproca duplicata diſtantiarum. Sit vis in punctum quodvis in diſtantia $x = 1$, & ſi diſtantia quævis dicatur x, erit in ea diſtantia $\frac{1}{xx}$: ſit ratio radii ad dimidiam circumferentiam 1 ad c: erit cx^2 circulus maximus, & $2cx^2$ ſuperficies hemisphærii radio x; $2cx^2dx$ dimidium orbis ſphærici, cujus craſſitudo dx, & ejus vis abſoluta $\frac{2cx^2dx}{x^2} = 2cx$, adeoque ejus vis perpendicularis directa per ejus axem erit cdx, quarum omnium ſumma evadit cx, quæ eſt ſemicircumferentia circuli maximi ejuſdem hemisphærii.

179 Lem. 2. Si *HO* (fig. 22) ſit communis interſectio ſuperficiei ſphæ-
F. 22 ræ *CH*, cum pyramide *CP*, cujus baſis *Pp* infinitè parva, & ſupra aream *DR* genitam ex projectione areæ *HO* erigatur cylindricum *RDM*, cujus altitudo æquetur ſegmento *NP* lateris ejus pyramidis, ac vim abſolutam, qua ſingulæ ejus particulæ trahunt corpuſculum ſitum in *C*, exprimat unitas diviſa per quadratum diſtantiæ, vim ſegmenti *NP* perpendicularem exprimet cylindricum *RN* diviſum per quadratum *CH*.

180 *Demonſtratur*. Concipiatur tota pyramis diviſa per ſuperficies ſphæricas æquali intervallo inter ſe diſtantes in particulas infinite parvas, ut *Hh*, *Nn*, & cylindricum *RM* in particulas *Dd* planis eodem intervallo inter ſe diſtantibus. Vis abſoluta cujuſcumque particulæ *Nn* æquabitur vi abſolutæ *Hh*; nam erit ſolidum *Hh* ad ſolidum *Nn*, ut baſis *HO* ad baſim *NE*, quæ baſes ſunt, ut quadrata laterum *CH*, *CN*, adeoque erunt vires ſingulorum punctorum ſolidi *Oh* ad vires punctorum *En*, ut numerus punctorum in *En* ad numerum in *Oh*, ac proinde ſummæ omnium æquales. Æquabuntur idcirco & vires perpendiculares. Nam ſi ex ſingulis eorum punctis demittantur perpendicula *HD*, *NS*; erunt omnia triangula *NCS*, *HCD* vel accuratè vel æquipollenter ſimilia; ac proinde vis abſoluta ſingulorum punctorum utriuslibet particulæ, & omnium ſimul ad vim perpendicularem in eadem conſtanti ratione *CH* ad *HD*, vel *CN* ad *NS*, & alternando vis perpendicularis totius primæ particulæ ad vim perpendicularem ſecundæ, ut abſoluta primæ ad abſolutam ſecundæ. Jam vero vim perpendicularem particulæ *Hh* exprimet particula *Dd* diviſa per CH^2: nam vim abſolutam particulæ *Oh* exprimet ipſa *Oh* diviſa per CH^2, eritque eadem demonſtratione lemmatis 1 vis ejus abſoluta ad perpendicularem, ut ipſa *OH* ad particulam *Rd*. Igitur & vim perpendicularem ſingularum particularum *En* exprimet quævis ex æqualibus particulis *Rd* diviſa per CH^2, & ob earum numerum æqualem in cylindrico *DM*, & in ſegmento *NP*, exprimet vim perpendicularem totius ſegmenti *NP* totum cylindricum *DM* diviſum per CH^2. Q. E. D.

181 Ex hoc Lem. per conſtructionem expeditiſſimam invenietur & directio,

ctio, & menſura vis, qua corpuſculum *C* poſitione datum attrahitur in ſolidum *IEN* utcumque irregulare, in hypotheſi vis decreſcentis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum. Deſcribatur in fig. 23 ſphæra *FAM* radio quovis *CF*. In ejus ſuperficiem incurrat in *A* recta quævis *CEH*, incurrens in ipſum ſolidum in *EH*. Demiſſa *AN* normali ad planum cujuſvis circuli maximi ſphæræ, quod repræſentetur per diametrum *FM*; in ea ſumatur *NO* æqualis ſegmento *EH* rectæ *CH* demerſo intra ſolidum, vel ſi plura ſint ejuſmodi ſegmenta, æqualis ſimul omnibus. Solidum *POQ* incluſum ſuperficie deſcripta ab omnibus punctis *O*, & plano circuli *FM* diviſum per CF^2 exhibebit vim totius ſolidi *IEH* perpendicularem ipſi plano *FM*. Si enim ex *C* intelligantur prodire infinitæ numero pyramides, quarum ſegmenta *EH* impleant totum ſolidum *IEH*; totidem cylindrica *NO* deſcripta juxta lemma 2 implebunt totum ſolidum *POQ*. F.23

182 Prodeant jam in fig. 24 ex *C* rectæ *CR*, *CS* ſibi invicem perpendiculares, & erigatur *CT* perpendicularis plano *SCR*, quarum quælibet exhibeat vim ſolidi *IEH* figuræ 23 ſibi parallelam hac methodo definitam, & completo primum rectangulo *RCSV*, tum rectangulo *TCVX* exprimet *PX* & directionem, & quantitatem vis ejus, qua punctum *C* attrahitur in datum ſolidum, compoſitam ex omnibus viribus ſimul conjunctis. Nam vis puncti cujuslibet poteſt primo reſolvi in duas, alteram perpendicularem plano *SCR*, alteram lateralem ſecundum ipſum planum, & iterum hæc poſterior in vires parallelas *SC*, *CR*, quarum omnium ſummas expriment per conſtructionem rectæ *CS*, *CR*, *CT*. F.24

183 Si punctum *C* eſſet intra ejuſmodi ſolidum, oporteret aſſumere *NO* æqualem non toti *EH*, ſed differentiæ diſtantiarum puncti *C* interjacentis inter puncta *E*, & *H* ab iis, ob virium contrarias directiones habentium eliſionem. Quamobrem ſi punctum ipſum *C* fuerit intra cavitatem cruſtæ cujuſdam habentis ejuſmodi proprietatem, ut ducta per ipſum quavis recta æquales ejus partes intercipiantur hinc, & inde intra ipſius cruſtæ craſſitudinem, vis erit nulla, evaneſcente eo caſu illa *NO* æquali ipſarum differentiæ. Porro id accidit intra orbem sphæricum, & intra orbem ellipticum clauſum binis ſuperficiebus ellipſium ſimilium, & eodem centro deſcriptarum, quod facile deducitur ex meorum conicorum num. 343, & demonſtratione numeri 633. Quare punctum ubicumque poſitum intra ejuſmodi orbem erit in æquilibrio eliſis in quacumque directione omnibus oppoſitis actionibus, quod propoſuimus demonſtrandum in adnotatione ad verſ. 1517, & 1523.

184 Si in fig. 23 ſolidum *IEH* fuerit genitum ex revolutione curvæ cujuslibet *IEG* circa axem *CIG*, ſatis erit invenire vim parallelam ipſi axi, reliquis ad hanc normalibus eliſis per actiones contrarias, & ſatis erit deſcripto quadrante *FV* circuli *FAM* determinare curvam tantum *POS*, tum eam revolvere circa axem *CS*. Immo poſſet ipſa curva *IEH* transformari in curvam *ieh* factis *Ne*, *Nh* æqualibus ipſis *CE*, *CH*. Nam fieret ſemper $eh = EH$, & eadem demonſtratione numeri 181 ſolidum genitum a curva nova *IehG* diviſum per CF^2 exhiberet vim prioris ſolidi. Porro ſi ducta *ER* normali ad *CF* detur ex æquatione ad primam curvam *CR* per *RE*, adeoque etiam per *CE*, ſtatim determinabitur æquatio ad curvam *IehG*. Eſt enim $CA . CN : : CE = Ne . CR$. Quare factis $CA = 1$, $CN = x$, $Ne = y$, F.23

erit $CR = xy$, qui valor ſi ponatur æqualis valori ipſius CR dato per y, habebitur æquatio.

185 Et hoc quidem pacto computari poteſt vis in ſolidum quodcumque habens ejuſmodi axem puncti poſiti in axe ipſo, quod problema propoſuimus in adn. ad verſ. 1902, ubi & ejus ſolutionem promiſimus omnium expeditiſſimam. Hæc quidem eſt ſatis expedita, & ſponte ab hac theoria conſequitur, quæ ad liberandam fidem erit ſatis, cum ea indigere non debeamus; nam pro ellipſoide dabimus inferius peculiarem ex ipſa ellipſoidis natura repetitam, quæ erit ad noſtrum uſum accommodatior, & expeditior. Hic interea eruemus ex hac theoria vim puncti ſiti extra ſphæram aliquam, qua determinatione hic indigemus ad illuſtranda, quæ propoſuimus in adnotatione ad verſ. 1537.

186 Sit in fig. 25 ſphæra $GHEI$ ſolidum illud figuræ 23, & ſi radius CV
F.25 circuli FVM tranſeat per ipſum centrum circuli $GHEI$, eadem ſphæra in figura 25 erit æqualis ſolido PSQ fig. 23. Occurrat enim RA ipſi ſphæræ in N, & O, ducaturque VP perpendicularis ad AC, & æqualia erunt triangula rectangula CRA, CNV ob angulos ad A, & C alternos æquales, & baſes CV, CA æquales. Quare erit $RC = VP$, adeoque chorda NO diſtabit a centro æque, ac chorda EH; & proinde erit ipſi æqualis, adeoque æqualis erit rectæ NO figuræ 23; quod cum ubique accidat, erit & tota area $GONI$, & ſolidum ab ipſa genitum, æqualis areæ PSC figuræ 23, & ſolido ab ipſa genito. Quare ipſa ſphæra diviſa per quadratum diſtantiæ CV ab ejus centro exprimet quæſitam vim. Ipſa autem ſphæra diviſa per idem ejuſdem diſtantiæ quadratum exprimeret vim, ſi tota compenetraretur in centro. Igitur punctum extra ſphæram poſitum in eam tendit eodem modo, ac ſi omnia ejus puncta compenetrarentur in ejus centro, quod erat poſtremo loco propoſitum in ea adnotatione.

187 Conditio puncti extra ſphæram poſiti neceſſaria eſt, ut habeatur ſumma virium omnium parallelarum CD directa in eandem plagam; idem autem theorema habet locum etiam pro orbe ſphærico clauſo binis ſuperficiebus concentricis, quod punctum extra ſe poſitum trahit, tanquam ſi omnia ejus puncta ſint compenetrata in centro; cum enim & tota ſphæra exterior, & tota interior trahat, tanquam ſi omnia puncta eſſent in centro, oportet & id, quo ſphæra major minorem excedit, eodem modo trahat.

188 Quod dictum eſt de puncto ſito intra & extra orbem ſphæricum, locum habet etiam in ſimplici ſuperficie, in quam orbis in infinitum attenuatus abit, quanquam in orbe elliptico locum non habeat, quod quidem accurate demonſtrari poſſet, ſed hic omittimus, quia nullus ſimplicium ſuperficierum uſus occurret inferius in iis, de quibus Noſter agit, & in quorum gratiam hæc præmiſit.

189 Cum vis puncti in ſphæram ſit eadem, quæ eſſet, ſi omnia ejus puncta eſſent in centro, etiam vis ſphæræ in punctum erit eadem, ac eſſet, ſi omnia ejus puncta in centro eſſent, quod facile deducitur ex æqualitate actionis, & reactionis. Sed vis ſphæræ compenetratæ in ſuum centrum in ſphæram non compenetratam eſſet eadem, ac ſi hæc ſecunda ſphæra eſſet tota compenetrata in centro ſuo. Igitur vis ſphæræ in ſphæram erit eadem, quæ eſſet, ſi ambæ eſſent compenetratæ in ſuis centris. Quamobrem lex virium pro ſphæris

erit eadem, ac pro punctis, vel maſſulis occupantibus ſpatia, quæ reſpectu diſtantiæ haberi poſſint pro punctis; de qua hujus legis proprietate notandum id, quod in adnotatione ad verſ. 1580 exhibui; ut & illud notandum, quod de homogeneitate, & heterogeneitate denſitatis in iiſdem, vel diverſis orbibus eſt dictum in adn. ad verſum 1537, quod ad omnia ſuperiora rite applicari poſſe patet ex ipſa demonſtrationis exhibitæ conſideratione.

190 Ex num. 187 ſponte conſequitur id, quod propoſuimus in adnot. ad verſ. 1588, vim puncti poſiti in ſuperficie binorum globorum fore, ut eorum radios. Nam maſſæ ſunt, ut cubi radiorum, qui diviſi per eorundem quadrata, relinquunt radios ſimplices; quod quidem theorema extendi ad omnia ſolida ſimilia, in quorum punctis homologis vires ſint, ut latera homologa, demonſtravimus abunde in adnot. ad verſ. 1607. Pariter in adn. ad verſ. 1638. abunde declaratum eſt, quo pacto hinc inferatur vim in parietes gravium delabentium debere eſſe ad ſenſum nullam: ibidem & in 4 ſequentibus adnotationibus agitur de deviationibus pendulorum perturbantibus aſtronomicas obſervationes, & innuitur poſſe definiri eorum ope maſſam Terræ; ſed cum de hac re Noſter inferius agat fuſius, ea ſimul omnia illuſtranda reſervamus §. ſexto, & poſtremo hujus libri.

191 Interea illuſtrandum hic occurrit, quod in adnot. ad verſ. 1680 proponitur de binis globis poſitis in ſuperficie horizontali exacte lævi, ſecluſa omni reſiſtentia aeris. Sit radius eorum globorum a, diſtantia centrorum b, & quæratur vis, qua in ſe mutuo tendunt reſpectu vis gravitatis in Terram, ac tempus, quo ad ſe invicem accedent per datum ſpatiolum $2c$, exiſtente c motu utriuslibet. Dicatur radius Terræ r, & erit vis globi alterius in alterum ad vim gravitatis, ut $\frac{a^3}{b^2}$ ad $\frac{r^3}{r^2} = r$. Sed ex num. 166 tomi 1 ſunt ſpatia, ut vires, & quadrata temporum conjunctim, adeoque quadrata temporum directe, ut ſpatia, & reciproce, ut vires. Igitur ſi ſit g effectus vis gravitatis reſpondens radio r, erit ut $\frac{g}{r}$ ad $\frac{b^2c}{a^3}$, ita unum ſecundum ad quadratum temporis debiti illi acceſſui $2c$ computati in ſecundis, quod erit $\frac{b^2cr}{a^3g}$.

192 Si radius a ſit pedis unius, diſtantia b pedum 10, motus c pedis unius; cum per num. 115 ſit $r = 19641762$, & $g = 15.067$, ſubſtitutis iis valoribus habetur tempus quæſitum 11418″, quod tempus ſuperat horas tres. Tempus quidem erit multo brevius, ſi bini globi collocentur in minore diſtantia, & quæratur tempus, quo debeat percurri ſpatium multo minus. Si nimirum diſtantia ſuperficierum ſit perquam exigua, ut nimirum aſſumi poſſit diſtantia centrorum $b = 2$, & ſpatium percurrendum c ſit unius lineæ pedis Pariſienſis, invenietur tempus 190″, quod vix ſuperat minuta tria. At & id tempus non eſt ita breve pro motu tam exiguo, & ratio ejus vis ad gravitatem, quæ in priore caſu erit $\frac{1}{100}$ ad 19641762, ſive 1 ad 1964176200, erit in ſecundo adhuc $\frac{1}{4}$ ad 19641762, ſive 1 ad 78567048, adhuc ita exigua, ut minimum impedimentum ortum a frictione, vel inclinatio-

natione plani prorſus inſenſibili omnem ejus effectum impediat. Et quidem, quod ad plani inclinationem pertinet, cum gravitas abſoluta ad reſpectivam ſit (num. 501 to. 1) ut radius ad ſinum anguli, quo planum inclinatur ad æquatorem; ſi fiat ut 78567048 ad 1, ita radius ad ſinum anguli cujuſdam, invenietur is angulus minor 10 minutis quartis, adeoque inclinatio plani minor decem minutis quartis, quæ eſt prorſus inſenſibilis, elidit omnem effectum ejuſmodi vis mutuæ.

193 Veniendum jam ad illud, quod habetur in adnotatione ad verſum 1768 de gravitate puncti intra globum homogeneum pergentis a ſuperficie ad centrum. Ea decreſcit in ratione directa diſtantiæ a centro, quod convenit etiam ſphæroidi ellipticæ, & in ea adnotatione rite demonſtratur. Nam ſi concipiatur globus, vel ſphærois interior ſimilis, cujus ſuperficies tranſeat per locum puncti, orbis exterior nihil agit (num. 183), & vis in reliquum interiorem globum, vel in ſphæroidem interiorem (num. 190) erit, ut diſtantia a centro.

194 Progrediendum nunc eſſet ad vim puncti tranſlati per ſuperficiem ſphæroidis ellipticæ, & habetur in adn. ad verſ. 1797; ſed id quidem eſt nimis connexum cum determinatione figuræ Telluris ex æquilibrio, de qua paullo inferius. Interea agemus hic de quibuſdam, quæ pertinent ad legem continuitatis læſam a vi decreſcente in ratione reciproca duplicata diſtantiarum.

§. 5. Ad notam in verſ. 1768.

DE CONTINUITATIS CONSERVATIONE, ET LÆSIONE IN LEGIBUS GRAVITATIS.

195 SI ratio puncti accedentis ad centrum intra globum homogeneum conferatur cum ratione puncti poſiti extra globum, committitur quidam ſaltus, quo altera lex abrumpitur læſa continuitate, & abit in alteram momento temporis, qui ſaltus videtur haberi etiam in Natura, ubi aliquod grave ex aliqua altitudine deſcendat, & per foſſam excavatam pergat moveri intra terram. At revera ea continuitatis læſio in Natura non habetur. Nam in primis illæ leges ſupponunt rationem reciprocam duplicatam diſtantiarum accurate ſervatam uſque ad minimas diſtantias, quam ego nuſquam arbitror penitus accuratam eſſe, & in minimis diſtantiis cenſeo in repulſionem etiam abire vim. Deinde poſita etiam illa lege vis punctorum in puncta decreſcentis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, leges propoſitæ pro puncto poſito extra, & intra globum, non habent locum, niſi globus conſtet materia continua totus, ſine ullis poris, cujuſmodi globi nulli ſunt in Natura, nec in mea theoria ulli eſſe poſſunt. Præterea poſito, quod hujuſmodi globi haberi poſſent, nimirum poſita continuitate materiæ, non poteſt haberi unicum punctum, quod deſcendat, ſed corpuſculum quoddam, pro quo, ſi ſit & ipſum globulus quidam, ratio reciproca duplicata diſtantiarum habebitur, dum erit totus extra globum, ſed altera directa di-

ſtan-

ſtantiarum non habebitur accurate intra, nec ingreſſus fiet momento temporis totus, ſed prius immergetur particula ejus exigua, tum aliæ, atque aliæ, & interea mutatio prioris legis in novam fiet ſenſim per intermedias rationes continuitate ſervata. Accedit autem & illud præcipuum, quod cum compenetratio haberi non poſſit, debebit adeſſe in globo hiatus, & defectus materiæ in eo, qui defectus turbat legem reſpondentem globulo tum exiſtenti extra, tum immerſo. Et quidem ſi detur foraminis magnitudo, & figura, ac quæratur lex gravitatis in globum ita perforatum globuli exiſtentis extra, & intra; invenietur lex continua pro utroque caſu eadem, & expreſſa per eandem curvam, quæ in majoribus diſtantiis a ſuperficie parum recedet a legibus, quæ ſine foramine haberentur, ſi foramen ipſum exiguum ſit, at prope ſuperficiem ab utraque recedet plurimum, & alteram cum altera connectet continuitate ſervata.

196 Ex his patet in caſu propoſito nullam in Natura læſionem continuitatis haberi, & vim gravium deſcendentium extra Tellurem eſſe non accurate, ſed proxime in ratione reciproca duplicata diſtantiarum a centro, ac vim gravium intra itidem proxime in ratione directa ipſarum. Id quidem tum ex omnibus ſuperioribus eruitur, tum etiam e ſuperficiei ſcabritie, ſive montibus. Omiſſis reliquis omnibus hæc una cauſa efficit, ut lex, quæ in magna diſtantia iis non obſtantibus eſſet quamproxime reciproca duplicata diſtantiarum, in acceſſu ad ſuperficiem Terræ incipiat recedere magis ab eadem, & in ſpatio, quod montes, & valles occupant, neque ſit reciproca duplicata, neque directa, ſed variabilis ita, & quodammodo veluti fluctuans, ac ſerpens, ut non niſi in ea diſtantia a ſuperficie, reſpectu cujus inæqualitates ſint ad ſenſum nullæ, fiat ad ſenſum ratio directa, continuitate ſervata, & omni ſaltu excluſo. Quam ipſam ob cauſam gravitas quæſita per pendula iſochrona, & ad littus maris non reſpondet altitudini montis comparati ad ſemidiametrum Terræ aſſumpta ratione reciproca duplicata diſtantiarum.

197 Solum igitur ſi concipiatur accurata ſphæra homogenea continua, & verum punctum, quod deſcendat, & immergatur intra ipſam compenetratum cum omnibus punctis lineæ rectæ, quam intra globum percurrit, abrumpetur lex in ipſo appulſu ad ſuperficiem; ſed eo pacto lædetur continuitas geometrica, non phyſica. Porro hæc eadem continuitatis geometricæ læſio, quæ nuſquam ab ipſa Geometria committitur, ortum ducit tantummodo ex eo, quod ratio reciproca duplicata diſtantiarum eſt hypotheſis, quæ per ſe ipſam lædit continuitatem geometricam, & generaliter per Geometriam exponi non poteſt, ut nec per Algebram, quod mirum videbitur rem altius non perpendenti; ſed facile demonſtratur.

198 In recta *AB* fig. 26 ſit *C* centrum virium decreſcentium in ratione F. 26
reciproca duplicata diſtantiarum, ad quod tendat punctum *P* poſitum in ea ubicumque, & exprimat ejuſmodi vim *PL* ordinata ad curvam *DLE*. Patet hanc curvam fore ramum Hyperbolæ cubicæ, in qua ſolidum ex quadrato *PL* ducto in *PC* erit æquale cubo cuidam dato, cujus aſymptoti erunt *ACB*, & recta *MCN* ipſi *ACB* perpendicularis. Ejus curvæ continuatio, ut conſtat, & ut per ſolam etiam Geometriam demonſtravi in diſſertatione adjecta tertio meorum Elementorum tomo, eſt ramus *MSI* jacens in angulo *MCB* poſito deinceps reſpectu prioris *ACM* ita, ut uterque jaceat ad eandem partem re-

 ſpectu

ſpectu *AB*, non vero ramus *HI'I* poſitus in angulo *NCB* ad verticem oppoſito. Quare ubi punctum *P* tranſgreſſo puncto *C* abeat in *p*, oporteret eam vim exprimi per rectam *pl* jacentem ad eandem plagam, adeoque eſſe directionis ejuſdem. Et tamen cum ea dirigatur ad *C*, debet mutaſſe directionem, & exprimi per *pl'*. Quare ejuſmodi lex in ipſo tranſitu per *C* abrumpitur, & abit in aliam, & dum prius exprimebatur per ramum *DLE* unius hyperbolæ, ejus continuatione *FlG* prorſus relicta, ipſi ſubſtituat crus *HI'I* pertinens ad aliam curvam nihil commune habentem cum curva priore, præter ſimilitudinem, & æqualitatem cum poſitione contraria conjunctam.

199 Idem accidit algebraicæ formulæ, quæ vim exprimat. Si diſtantia *CP* dicatur x, erit vis $= \frac{1}{xx}$. Abeat *CP* in *Cp*: mutatur x in $-x$, ſed formula $\frac{1}{xx}$ valorem non mutat. Non igitur mutari debet directio vis expreſſæ per eam formulam; & cum debeat mutari, ut dirigatur ad *C*, generaliter per illam formulam hujuſmodi centripeta vis non exprimitur. Inde nimirum accidit, ut ſi punctum tendens debeat tranſire per illud punctum, in quod tendit, & abire ad partes oppoſitas, debeat neceſſario per ejuſmodi legem lædi continuitas geometrica, & analytica; atque id ipſum accidit, ubi punctum, quod erat extra globum continuum, abit intra ipſum. Si pro globo continuo adhibeatur globus perforatus cylindro quodam, ut nulla puncti advenientis diſtantia evadat negativa; invenietur lex continua pro omni tractu extra, & intra globum ſito, quod facile patebit ejuſmodi legem exquirenti.

200 Patet igitur, quidquid hic habetur vitii, id omne provenire ab ipſa lege vis accuratè decreſcentis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum; & idcirco ea non ſolum non eſt omnium legum perfectiſſima, ſed eſt admodum imperfecta, & eliminanda ex ipſa Geometria & Analyſi. Quin immo inde patet repugnare legem quamcumque vis centripetæ decreſcentis in ratione reciproca cujuſvis potentiæ habentis exponentem parem, quæ eodem laborat vitio. Verum plura mihi argumenta ſunt contra omne genus virium attractivarum, & creſcentium in infinitum imminutis in infinitum diſtantiis, quæ propoſui in mea diſſertatione de lege virium in Natura exiſtentium, & in ſupplementis meæ Theoriæ Philoſophiæ Naturalis, quam Viennæ primum edidi ſuperiore anno. In eadem mea Theoria nullæ ſunt ejuſmodi difficultates, cum in minimis diſtantiis ibi repulſivas, non attractivas vires admittam; & quæ hic dicemus de ratione reciproca duplicata diſtantiarum, ea applicabuntur ad Naturam proximè, non accuratè, & in majoribus, non in minimis diſtantiis. Theoremata omnia eo pertinentia rite procedent, & per communes methodos transformationis locorum geometricorum applicari poterunt ab uno caſu ad alios, dummodo nuſquam concipiatur diſtantia poſt evaneſcentiam facta negativa, in quo tranſitu continuitatem lædit ea lex; quam ob cauſam quæ de vi centrali directa ad focum Ellipſeos demonſtrata ſunt, omnia transferri jure poſſunt ad reliquas conicas ſectiones; ſed quæ demonſtrantur de vi puncti ſiti extra globum, vel orbem ſphæricum, non poſſunt transferri ad vim puncti ſiti intra ipſum, quo nimirum abire non poteſt, niſi aliqua diſtantia mutante directionem poſt evaneſcentiam, adeoque lædente continuitatem.

§. 6.

§. 6. Ad notam in verſ. 1797. &c.

DE INÆQUALITATE GRAVITATIS PER SUPERFICIEM TELLURIS, ET FIGURA IPSIUS TELLURIS EX ÆQUILIBRIO.

201 IN hac, & ſequentibus adnotationibus propoſita ſunt multa, quæ pertinent ad hæc duo argumenta, quæ inter ſe plurimum connexa ſunt, quæ quidem indigent illuſtratione geometrica. Hæc ego alibi multo uberius pertractavi, atque in primis, quod pertinet ad figuram Telluris, in quinto opuſculo voluminis de Litteraria Expeditione: hic proponam quamcontractiſſime licebit præcipua, quæ ad rem rite cognoſcendam videbuntur maxime neceſſaria, atque eadem ordine diverſo ab eo, qui habetur in ipſis adnotationibus, eo nimirum, qui ad deductionem videbitur aptiſſimus. Ordiar autem ab ipſa figura Telluris, ex qua, quod pertinet ad inæqualitatem gravitatis, facile derivatur.

202 Si gravitas terreſtrium corporum dirigatur ad unicum centrum, determinatio figuræ terreſtris eſſet maxime expedita. Ejus perquiſitio duplici modo fieri poteſt, vel quærendo figuram, cujus ſuperficiei ſit perpendicularis directio gravium, quod eſt neceſſarium, ne in ipſa ſuperficie defluant aquæ ex altera in alteram plagam, vel quærendo figuram, in qua bini canales quicunque demiſſi ad centrum in æquilibrio ſint: utraque eandem determinationem exhibet: aſſumitur autem tota Terra in ea hypotheſi, ut homogenea, & fluida; ſi enim tota conſtet aquis, tum poſt æquilibrium acquiſitum concreſcat quæcunque fluidi pars, ac addenſetur utcunque, & ipſi addantur moles aliæ extantes, quæ poſitionem centri non mutent, adhuc fluidum reliquum manebit immotum, nulla inde in ejus particulas inducta vi nova. Quare maria, eandem habebunt figuram, quæ per ejuſmodi ſuppoſitionem definitur, quam figuram proxime debet habere & Tellus, quæ tam parum ſupra marium ſuperficiem aſſurgit.

203 Porro in primis ſi Terra quieſcat, facile patet ex utroque capite in ea hypotheſi gravitatis debere figuram Telluris eſſe ſphæricam. Nam facile demonſtratur figuram, cujus ſuperficies ſit perpendicularis rectis tendentibus ad datum centrum, eſſe ſphæram, & ſolos canales æqualis altitudinis poſſe æqualia pondera continere. At Terra gyrante circa proprium axem vis centrifuga æquilibrium in ſphærica figura tollit, cum ea ſub æquatore ſit maxima, per totum axem nulla.

204 Generalem conſtructionem figuræ pro quavis hypotheſi gravitatis directæ ad unicum centrum exhibui primum ope ſimplicis Geometriæ in mea diſſertatione de Figura Telluris: eandem multo ſimpliciorem reddidi in eo opuſculo 5 voluminis de Litteraria Expeditione, ac fuſius pertractatam ad plures caſus peculiares applicavi a num. 16 ad 71; potiſſimum ad binos, alterum gravitatis conſtantis, quam Galileus adhibuit, & in hac perquiſitione Hugenius, alterum gravitatis creſcentis in ratione directa diſtantiarum a centro, qua Hermannus eſt uſus. Sed quoniam de hac hypotheſi gravitatis dire-

directæ ad unicum centrum, quæ in Natura nequaquam exiſtit, Noſter non agit, nec nimis arcti horum ſupplementorum limites latius evagari permittunt, proponam tantummodo ſine accurata demonſtratione ipſam generalem conſtructionem, ſanè ſimplicem, & elegantem.

F.26 205 Referat in fig. 26 *AC* ſemidiametrum æquatoris, & ordinatæ *IM* ad curvam quandam *DME* exhibeant vim gravitatis pro quavis diſtantia *CI*. Sit autem *CHF* quadratrix ejus curvæ ita, ut *IK* ſit ſemper æqualis areæ *ECIM* applicatæ ad rectam *CA*, quæ quadratricis ordinata pro quavis abſciſſa *CI* dabitur per curvarum quadraturas, data curva *DME* exprimente legem gravitatis. Sumatur vero *FG* ad *DA* in ratione dimidiæ vis centrifugæ ſub æquatore ad vim gravitatis ibidem, ducaturque *GH* parallela *AC*, quæ occurrat rectæ *IK* in *L*, & aſſumpta *CN* verſus *A*, quæ ſit ad *CA* in ratione ſubduplicata rectæ *LK* ad *GF*, ducatur *NO* perpendicularis ad *CA*, & in ea centro C intervallo *CI* inveniatur punctum *O*; quod erit ad curvam quæſitam referentem figuram Telluris.

206 Hæc conſtructio eruitur ex num. 29 ejuſdem opuſculi. Inde autem facile eruitur pro ejuſmodi hypotheſi etiam ratio ſemidiametri æquatoris ad ſemiaxem. Si enim *GH* occurrat in *H* curvæ *CKF*, & ducatur *HP* parallela *FA* occurrens rectæ *CA* in *P*, erit *CP* æqualis ſemiaxi *CB*. Nam puncto *I* appellente ad *P*, evaneſcit *LK*, adeoque evaneſcit *CN*; & rectæ *CO*, *ON* abeunt in *CB*, quæ æqualis erit *CP*, cum in ipſam tum abeat *CI* æqualis *CO*.

207 In hypotheſi gravitatis conſtantis hæc curva evadit algebraica gradus quarti, ea ipſa, quam invenit Hugenius: in hypotheſi gravitatis creſcentis in ratione directa ſimplici diſtantiarum evadit ellipſis conica; *in omnibus autem hypotheſibus gravitatis directæ ad unicum punctum, ſi vis centrifuga reſpectu gravitatis ſub æquatore ſit exigua; erit proxime exceſſus ſemidiametri æquatoris ſupra ſemiaxem ad ipſam æquatoris ſemidiametrum in ratione dimidiæ vis centrifugæ ſub æquatore ad vim gravitatis ibidem, quæ ratio habebitur accurate in hypotheſi gravitatis conſtantis, cujuſcunque magnitudinis ſit vis centrifuga*. Cum enim ſit area $DACE = CA \times AF$, & area $CPQE = CA \times PH = CA \times AG$; erit area $DAPQ = CA \times GF$. Porro ſi vis ſit conſtans, erit *IM* ſemper æqualis *AD*, & *DAPQ* accurate rectangulum ſub *PA*, & *AD*; in quacumque autem alia curva, ſi *GF* fuerit ſatis exigua reſpectu *AD*, erit *GH*, & *AP* exigua, adeoque *DAPQ* haberi poterit pro rectangulo ſub *DA*, & *AP*. Quare fiet $CA \times GF = AD \times AP$, adeoque $AP . CA :: GF . AD$, nimirum ex conſtructione ut dimidia vis centrifuga ſub æquatore ad gravitatem ibidem.

208 Poſita ſemidiametro æquatoris pedum Pariſienſium 19668203, & pendulo oſcillante ſub æquatore ad ſingula ſecunda horaria pedum 3 lin. 7.21, vis centrifuga ſub ipſo æquatore ad vim gravitatis ibidem eſt juxta num. 114, ut 1 ad 288.7. Hinc exceſſus ſemidiametri æquatoris ſupra ſemiaxem ad ſemidiametrum æquatoris erit, ut 1 ad 577.4; ſive pedum 34063, vel paſſuum 6813. Quare in hypotheſi gravitatis conſtantis elevatio æquatoris eſſet minor 7 milliariis, & in quacunque hypotheſi gravitatis directæ ad unicum punctum eſſet ea elevatio proxime ejuſdem menſuræ, adeoque perquam exigua terreſtris figuræ compreſſio.

209 Hæc quidem pertinent ad gravitatem tendentem ad unicum punctum: at

at ea lex gravitatis non habet locum in Natura, uti vidimus, cum ipſa gravitas oriatur ex generali mutua vi, qua ſingulæ materiæ particulæ in alias ſingulas tendunt in ratione reciproca duplicata diſtantiarum. Determinatio figuræ terreſtris in hac theoria gravitatis eſt multo magis ardua, & prolixa, cum ipſa gravitas in locis ſingulis pendeat a figura, & figura pendeat a gravitate ipſa, in qua perquiſitione Newtonus incaſſum laboravit, uti diximus in adnotatione ad verſ. 1941; feliciter autem rem confecit Mac-Laurinus. Ego rem totam ad ſolius ſinitæ Geometriæ vires redegi in memorato opuſculo, cujus ope ſimplices erui algebraicas formulas, & theoremata maxime neceſſaria ad eandem rem, ejuſque conſectaria ſcitu digniora, ac in eo argumento verſatus ſum a num. 84 uſque ad 255, nimirum uſque ad ſinem capitis primi. Singula fuſe perſequi, & accurate demonſtrare non ſinit ipſa horum ſupplementorum brevitas; quamobrem indicabo tantummodo methodum, quam adhibui, & theoremata præcipua, ac formulas inde erutas; ubi tamen occurrent quædam & perpolita magis, & promota ulterius, quam ibi.

210 Methodus omnis innuitur ſequenti elegantiſſimo theoremati invento a Mac-Laurino. Si in fig. 27 *PBIb ſit ſectio ſphæroidis genitæ converſione elli-* F.27 *pſeos circa axem ſuum utrumlibet, cujus ſectionis Bb ſit vel axis, vel diameter æquatoris, & vires ſingulæ, quibus punctum P poſitum in perimetro ipſius ſectionis tendit in omnia ſphæroidis puncta, reſolvantur in duas, quarum altera ſit perpendicularis ipſi Bb, altera vero agat ſecundum ipſius directionem, ducta autem chorda PDI perpendiculari ad ipſam Bb, cui occurrat in D, concipiatur ſphærois priori ſimilis tranſiens per D; ſumma omnium virium urgentium P ſecundum directionem Bb erit æqualis vi, qua urgeretur punctum poſitum in D a ſphæroide DEd ſecundum directionem eandem.*

211 Hoc theorema requirit ad ſui demonſtrationem plura lemmata, quorum ego ibidem & numerum imminui, & demonſtrationem aliquanto ſimpliciorem exhibui. Inde autem, & ex iis, quæ ſupra demonſtravimus, ſponte conſequitur hoc aliud. *Pro punctis omnibus exiſtentibus ubicumque in p in chorda PI ſumma virium agentium directione Bb eſt eadem, ac ipſa ad vim puncti poſiti in B, eſt ut CD ad CB.* Primum patet ex eo, quod ſi concipiatur alia ſphærois tranſiens per *p*, vis in totum orbem clauſum inter ejus ſuperficiem, & ſuperficiem *PBIb* ſit nulla juxta num. 183, vis autem in ſphæroidem hanc novam, ſimilem utique ſphæroidi *DEd* ſit æqualis vi puncti poſiti in D. Secundum patet ex num. 190, cum vires in ſolida ſimilia punctorum ſimiliter collocatorum ſint, ut latera homologa; adeoque vis puncti poſiti in D ad vim puncti poſiti in *B*, ut *CD* ad *CB*.

212 Præter hoc Mac-Laurini theorema requiritur ad abſolutam demonſtrationem hoc aliud. *Si eductis utcunque uſque ad extimam ſuperficiem e quovis puncto aſſumpto utcumque intra quoddam fluidum binis canalibus, ſumma virium agentium verſus id punctum in altero, æquetur ſummæ virium agentium in altero in idem punctum; id fluidum erit totum in æquilibrio.* Ad hoc ut fluidum in æquilibrio ſit, requiritur, ut canales quicumque non ſolum rectilinei, ſed & utcumque curvilinei, nec tantummodo terminati ad ſuperficiem, ſed etiam utcunque in ſe redeuntes in æquilibrio ſint; ac præterea, ut vis punctorum, quæ in ſuperficie ſunt ſita, ſit perpendicularis ſuperficiei

ficiei ipſi. Mac-Laurinus ſolos rectilineos canales adhibuit, Clerautius in egregio opere de figura Telluris etiam curvilineos adhibendos cenſuit calculo integrali uſus; at ex rectilineis ſolis facile ad curvilineos quoſcunque fit tranſitus methodo, quam adhibui in eodem opuſculo a num. 115, & quod pertinet ad directionem vis in ſuperficie, inde itidem derivari facile demonſtravi ibidem num. 118; unde fit, ut ſolum rectilineorum canalium æquilibrium ſufficiat ad abſolutam demonſtrationem.

213 Theorema inde demonſtrandum, & rem totam conficiens huc reduci-
F.28 tur. *Conſtet ſphærois elliptica ABab in fig. 28, cujus axis Bb, fluido homogeneo, cujus particulæ gravitent in ſe invicem in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, & præterea ſollicitentur aliis tribus viribus, quarum prima dirigatur ad centrum ſphæroidis C, & ſit proportionalis diſtantiis CP ab ipſo centro, altera ſit perpendicularis axi ſphæroidis Bb, & proportionalis diſtantiis PK ab ipſo axe, tertia ſit parallela axi ipſi, & proportionalis diſtantiis a plano æquatoris perpendiculari axi ipſi, & ducto per centrum; & ſi ſemiaxes CB, CA ellipſeos genitricis ſint inverſe proportionales viribus totis, quæ agant in particulas æquales ſitus in extremis punctis axium A, & B; fluidum erit in æquilibrio.*

214 Ad abſolutam hujus theorematis demonſtrationem concipitur planum tranſiens per axem, & punctum quodvis aſſumptum vel intra ſphæroidem, vel in ejus ſuperficie, quod efficiet ellipſim genitricem tranſeuntem per illud idem punctum, & vires omnes, quibus id punctum urgetur in omnia puncta ſphæroidis, reſolvuntur in tres, quarum prima agat ſecundum directionem axis, ſecunda agat ſecundum directionem ipſi perpendicularem, tertia ſecundum directionem perpendicularem plano illi concepto: porro vires omnes agentes ſecundum hanc tertiam directionem eliduntur mutuo, cum illud planum ſecet ſphæroidem in bina ſegmenta prorſus æqualia, & ſimilia; ac remanent illæ primæ duæ, quæ juxta num. 211 ſunt, ut diſtantiæ a binis axibus ejus ellipſeos genitricis; cum nimirum in fig. 27 vis puncti P ſecundum directionem *Bb* ſit eadem, ac vis puncti *D*, hæc autem ſit, ut *DC*. Reliquarum autem trium virium ſecunda, ac tertia ſunt ex hypotheſi proportionales diſtantiis ab ipſis axibus ellipſeos genitricis, & tertia proportionalis diſtantiæ a centro reſolvi poteſt in duas proportionales diſtantiis ab ipſis axibus; quamobrem omnes illæ quatuor vires reducuntur ad duas proportionales diſtantiis ab axibus ipſis, & iiſdem perpendiculares.

215 Jam vero ſi in fig. 28 ex quovis puncto *E* aſſumpto intra ſphæroidem concipiatur primo quidem quivis canalis *EF* intra planum *ABab*, & cujuſvis ejus particulæ *Ii* vires ſecundum rectas *IG*, *Gi* parallelas *aA*, *Bb* reſolvantur in duas, alteram perpendicularem canali ipſi agentem ſecundum *OG*, vel *GO*, alteram ſecundum ipſius directionem *IOi*, & capiatur poſteriorum omnium ſumma; ea invenitur conſtans, quæcunque fuerit directio canalis *EF*; tum ſi canalis concipiatur quicunque utcunque poſitus extra id planum, invenitur ſumma virium particularum omnium pertinentium ad ipſum redacta ad directionem ipſius canalis æqualis ſummæ virium pertinentium ad canalem poſitum in illo priore plano; atque eo pacto devenitur ad æquilibrium omnium canalium rectilineorum prodeuntium e quovis puncto *E* cum directione quacunque uſque ad ſuperficiem; quod abſolutum totius fluidi æquilibrium inducit.

216 Sed

216 Sed ſi utamur ſola directione vis punctorum in ſuperficie collocatorum; ea jam ſatis per ſe determinat rationem ſemiaxium CA, CB reciproce proportionalium viribus in eorum verticibus A, & B. Sit enim ejuſmodi ratio axium, & aſſumpto quovis puncto P in ſuperficie ſphæroidis; cujus ſectio per axem tranſiens per ipſum P ſit ea, quam figura exhibet, ſint PD, PK perpendiculares axibus Aa, Bb ejuſdem ſectionis, ac PL normalis ad axem Bb ita occurret ipſi in L, ut (conicorum num. 462) ſit KL ad KC, ut quadratum CA ad quadratum CB. Eſt autem vis puncti P ſecundum PK ad vim ſecundum PD in ratione compoſita ex hiſce tribus, vi P per PK ad vim puncti A, vi A ad vim B, vi B ad vim per PD. Prima ratio eſt DC, ſeu PK ad AC, ſecunda BC ad CA; tertia BC vel CK, quæ conjunctæ evadunt PK ad KC, & BC^2 ad CA^2, cumque ea ſecunda ratio ſit eadem, ac KC ad KL, habebitur ratio PK ad KL. Quare vires agentes in P iis directionibus, & in ea ratione component vim per ipſam normalem PL, quod oportebat ad æquilibrium.

217 Ut jam applicetur hoc theorema ad inveniendam figuram Telluris in caſu fluidi homogenei, vel fluidi cum ſolido ipſi homogeneo, & demerſo, ſatis erit conſiderare binas tantummodo ex illis quatuor viribus, quas poſuimus; reliquæ autem binæ habebunt locum infra, & ubi agetur de maris æſtu. Prima eſt vis, quam parit mutua particularum gravitas in ſe invicem, ſecunda vero vis centrifuga orta ex motu diurno. Ea vis dirigitur ad partes oppoſitas centro circuli deſcripti motu diurno, quod centrum eſt in axe, & cum omnes circuli in motu diurno deſcribantur eodem tempore, erit (num. 266 tomi 1) ut radius circuli deſcripti. Nimirum habebit directionem perpendicularem axi, & erit proportionalis diſtantiæ ab ipſo axe, quæ erant conditiones aſſumptæ in ejuſmodi vi. Quamobrem jam habetur illud, Tellurem, ſi conſtet fluido homogeneo, debere ex motu circa proprium axem induere figuram accurate ellipticam, cujus ſemiaxis ad ſemidiametrum æquatoris ſit, ut eſt vis gravium ſub æquatore ad vim gravium ſub polo. Oportebit autem invenire earum binarum virium valores in A, & B ſaltem per ipſas ſemidiametros CA, CB, ut ex iis valoribus poſitis reciproce proportionalibus iiſdem ſemidiametris obtineatur harum ratio, & figuræ ellipticitas.

218 Vim ex mutua gravitate in æquatore, & polo, datis axibus ellipſeos genitricis, liceret inveſtigare ope theorematis generalis expoſiti num. 179, ſed applicatio ipſius eſt admodum operoſa, & moleſtas approximationes requirit. Accuratam expreſſionem earum virium & admodum ſimplicem invenit Mac-Laurinus, ſed per hyperbolæ, & circuli quadraturam methodo aliquanto ſublimiore, quam ſit ea, quam pro hiſce mihi ſupplementis propoſui adhibendam, ubicumque licuerit. Hinc aliam ego adhibui methodum admodum expeditam, & ſatis accuratam pro caſu, in quo jam conſtet, ellipticitatem exiguam eſſe, uti hic omnino conſtat. Innuam autem hic tantummodo methodum, qua rem ipſam conficio.

219 Sit in fig. 29 Bb axis, circa quem convertatur ſemicirculus BEb, & F.29 ſemiellipſis BAb; ſit autem quædam ordinata PDK communis, & PD exigua utique, ſi ellipticitas ſit exigua, deſcribet anulum, cujus valor erit ipſa PD ducta in peripheriam deſcriptam a puncto D. Invenio igitur vim, qua anulus PD trahit punctum B directione Bb, fore ut $bK \times BD$; & ſi aſſumpta bN perpendiculari ad Bb, & ipſi æquali, concipiatur parabola BLN, in qua ordinata

nata KL ut $BK^{\frac{1}{2}}$, ac alia curva BMN e Parabolarum familia, in qua ordinata KM ut $BK^{\frac{3}{2}}$, rectam ML fore, ut $bK \times BD$, ſive ut illam vim. Inde adhibito valore totius areæ $BLNM$, quem invenio fore $\frac{16}{15} BC^2$ (ubi C eſt centrum commune, ut CEA perpendicularis ipſi Bb), & poſito, quod vim exprimat maſſa diviſa per quadratum diſtantiæ, invenio demum vim totam gravitatis puncti ſiti in axis vertice in B in totam materiam $BAbEB$ differentiam ſphæroidis a ſphæra exprimi per $\frac{8}{15}$ peripheriæ circelli deſcripti radio AE, quæ eſt differentia ſemiaxium ellipſeos genitricis; vel poſita 1 ad c ratione radii ad circumferentiam, exprimi ejuſmodi vim per $\frac{8}{15} c \times AE$.

220 Inde gradu facto ad punctum ſitum in æquatore ſphæroidis in A, conſidero ſphæram habentem pro radio ejuſdem æquatoris ſemidiametrum, & facile demonſtro vim in differentiam ſphæroidis ab hac ſphæra habere dimidium prioris expreſſionis, nimirum $\frac{4}{15} c \times AE$. Eſt autem vis in ſphæram puncti poſiti in ejus ſuperficie juxta num. 186, eadem, ac ſi tota ſphæra eſſet in centro, nimirum ſphæra diviſa per quadratum radii, ſive ex inventis ab Archimede $\frac{2}{3} c$ ductum in ejus radium. Quare vis tota puncti in polo B erit $\frac{2}{3} c \times CB + \frac{8}{15} c \times AE$, ſive ob $CB = CA - CE$, erit $= \frac{2}{3} c \times CA - \frac{2}{3} c \times AE + \frac{8}{15} c \times AE = \frac{2}{3} c \times CA - \frac{2}{15} c \times AE$. Vis autem tota in æquatore in A erit $\frac{2}{3} c \times CA - \frac{4}{15} c \times AE$. Ratio igitur earum virium erit $\frac{2}{3} CA - \frac{2}{15} AE$ ad $\frac{2}{3} CA - \frac{4}{15} AE$, vel addito utrobique termino perquam exiguo $\frac{2}{15} AE$, erit quamproxime $\frac{2}{3} CA$ ad $\frac{2}{3} CA - \frac{2}{15} AE$, vel CA ad $CA - \frac{1}{5} AE$.

221 Dicatur jam gravitas tota in æquatore m, vis centrifuga ibidem n, & erit ibi gravitas reſidua $m - n$; poſita autem ſemidiametro æquatoris $= r$, & ejus differentia a ſemiaxe $= x$, erit, ut $r - \frac{1}{5} x$ ad r, ſeu quamproxime ut r ad $r + \frac{1}{5} x$, ita gravitas in æquatore m ad gravitatem in polo, quæ evadet $m + \frac{mx}{5r}$. Quare vis in æquatore ad vim in polo erit, ut $m - n$ ad $m + \frac{mx}{5r}$, ſive proxime ut m ad $m + n + \frac{mx}{5r}$. Hæ vires debent eſſe in ratione reciproca ſemiaxium, adeoque ut $r - x$ ad r, ſive proxime ut r ad $r + x$. Igitur multiplicando extrema, & media erit $mr + mx = mr + nr + \frac{1}{5} mx$, & $x = \frac{5nr}{4m}$, ſive $m \,.\, \frac{5}{4} n :: r \,.\, x$, unde deducitur hujuſmodi theorema: *Semidiameter æquatoris ad differentiam ipſius a ſemiaxe eſt, ut gravitas tota ſub æquatore ad quinque quadrantes vis centrifugæ ibidem.*

222 Inventum fuerat num. 217 pro omnibus hypotheſibus gravitatis tendentis ad unicum centrum eandem rationem eſſe, ut eſt gravitas ſub æquatore ad dimidiam vim centrifugam ibidem; quare exceſſus ſemidiametri æquatoris ſupra ſemiaxem evadit hic major, quam ibi, in ratione $\frac{5}{4}$ ad $\frac{1}{2}$, ſive 5 ad 2. Aſſumpta fuerat ibidem ratio vis centrifugæ ad gravitatem 1 ad 288. 7, igitur erit differentia ſemidiametri æquatoris a ſemiaxe ad ſemiaxem, ut 1 ad $\frac{4}{5} \times 288.7 = 231$, & ratio ſemidiametri æquatoris ad ſemiaxem

miaxem 231 ad 230, quamproxima illi 230 ad 239, quam Newtonus, exiguis quantitatibus paullo aliter contemptis, per falſam poſitionem invenit aſſumpta ratione vis centrifugæ ad gravitatem 1 ad 289.

223 Et hæc quidem pertinent ad hypotheſim fluidi homogenei; quæ itidem locum habent in caſu nuclei ſolidi fluido & ipſi, & ſibi homogeneo penitus demerſi. Si enim poſteaquam maſſa fluidi homogenei ad æquilibrium redacta eſt, concreſcat quæcunque ejus pars; nihil is novus partium concreſcentium nexus mutuus turbabit reliquarum vires, adeoque & canales omnes a quovis puncto utcunque egreſſi, & utcunque traducti per reſiduum fluidum erunt adhuc in æquilibrio, & vis in ſuperficie dirigetur perpendiculariter ad ipſam ſuperficiem. At ſi nucleus ſit denſitatis diverſæ, determinatio problematis mutabitur, accedente nova materia, vel recedente parte aliqua materiæ veteris, qui acceſſus, vel receſſus mutat vires partium reſidui fluidi gravitantis in ejuſmodi partes; ut etiam ſi pro unico fluido homogeneo habeatur mutatæ denſitatis fluidum, longe aliter ſe res haberet, & problematis ſolutio eſſet longe difficilior, quam quidem egregiè ſublimioribus methodis pertractarunt plures noſtri ævi Geometræ primi ordinis.

224 Nos hìc ejuſmodi ſublimioribus perquiſitionibus omiſſis, inquiremus tantummodo in caſum ſimpliciſſimum nuclei ſolidi denſitatis cujuſcumque, qui habeat figuram ſphæricam, & demerſus ſit intra fluidum homogeneum, cujuſmodi eſt aqua, intra quam ſolidum Terræ nucleum demerſum cernimus, licet ejus partes aliquæ nonnihil extent, & hanc etiam ob cauſam marium figuram nonnihil perturbent. Hunc caſum pertractavi in illo ipſo opuſculo 5 Expeditionis Litterariæ: notandum autem pro eo caſu illud, ſi nucleus ipſe in variis a centro diſtantiis ſit denſitatis utcumque diverſæ, dummodo in eadem circumquaque a centro diſtantia eandem denſitatem habeat, rem eodem redire, uti eſſet, ſi totus eſſet homogeneus, & eadem maſſa conſtans, denſitatis nimirum mediæ. Nam puncta extantis fluidi tendent in orbes ſingulos, & in totum nucleum eadem vi, qua tenderent, ſi tota eorum maſſa eſſet in centro, ut toties diximus.

225 Porro ad determinandum, quid in hac hypotheſi debeat accidere, ego ſic progredior. Concipio nucleum redactum ad eandem denſitatem cum fluido, amandata in centrum omni materia redundante, qua prima mutatione nihil mutabitur æquilibrium fluidi, cujus ſingulæ partes iiſdem viribus agentur, ac prius, & ſi nucleus contra fuerit rarior fluido, ea materia, vel potius vis in ipſam habebitur pro negativa, concipiendo ibidem tantundem materiæ repellentis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, ut vis in nucleum homogeneum, & in ejuſmodi repellentem materiam conceptam ſimul accepta æquetur vi nuclei rarioris. Deinde concipio ſolvi nucleum, qua ſolutione æquilibrium itidem nihil turbabitur, & habebitur jam maſſa fluida homogenea, cujus particulæ in ſe mutuo tendent in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, habebunt vim centrifugam ortam ex motu diurno, & habebunt præterea vim in centrum ob illam maſſam eo amandatam, quæ vis decreſcet in ratione reciproca duplicata diſtantiarum ab ipſo centro.

226 *Si* hæc tertia vis creſceret in ratione ſimplici directa diſtantiarum, haberetur caſus generalis Mac-Laurinianæ ſolutionis aſſumptis tribus ex iis quatuor viribus, quas ipſe aſſumpſit juxta num. 213, Cum ea decreſcat in

ratio-

ratione reciproca duplicata diſtantiarum a centro, diſcrimen aliquod haberi debet in eo caſu a caſu Mac-Laurinianæ hypotheſeos. Verum inquirens in ipſum diſcrimen in eodem illo opuſculo inveni ipſum ita exiguum, ut niſi denſitas nuclei ſit multo minor denſitate fluidi, & reſpectu ipſius perquam exigua, tuto contemni poſſit. Inveni enim hujuſmodi theorema, quod pro exigua ellipticitate locum habet; *differentiam elevationis fluidi ſub æquatore in caſu vis in centrum creſcentis in ratione directa diſtantiarum a caſu vis decreſcentis in ratione reciproca duplicata eſſe ad tertiam continue proportionalem poſt ſemiaxem, & ejus differentiam a ſemidiametro æquatoris, uti eſt vis particulæ ſitæ in æquatore tendens in maſſam in centro poſitam ad* $\frac{2}{3}$ *totius vis ejuſdem particulæ*, quæ ratio ſi non ſit ingens, debebit illa differentia quæſita eſſe exigua reſpectu ipſius differentiæ ſemiaxis a ſemidiametro æquatoris, cum debeat eſſe ejuſdem ordinis, ac tertia poſt ſemiaxem, & ipſam, jam exiguam reſpectu ſemiaxis ipſius.

227 Quamobrem concipiemus vim illam in maſſam in centro poſitam, ut creſcentem in ratione directa diſtantiarum a centro, & ex hac hypotheſi determinabimus rationem ſemiaxium. Id autem ſic præſtabitur. Dicatur denſitas fluidi t, denſitas nuclei ſolidi, quem primo concepimus p, & ſit $p - t = q$, quæ quidem redacto nucleo ad homogeneitatem cum fluido erit denſitas materiæ amandatæ ad centrum. Dicatur ut prius ſemidiameter æquatoris r, ejus exceſſus ſupra ſemiaxem x, ratio vis gravitatis in æquatore ad vim centrifugam ibidem m ad n, radius autem nuclei u, & amandata materia redundante in centrum, erit ejus maſſa $\frac{2}{3} cqu^3$, adeoque vis in ipſam in æquatore $\frac{2cqu^3}{3r^2}$. Quoniam autem hic ea ſupponitur creſcens in ratione directa ſimplici diſtantiarum, erit ut r ad x ita $\frac{2cqu^3}{3r^2}$ ad ejus diſcrimen in æquatore, & polo, quod fiet $\frac{2cqu^3x}{3r^3}$.

228 Jam vero ex nu. 220 vis in æquatore in ſphæroidem eſt $\frac{2}{3} cr - \frac{4}{15} cx$, qui valor hic per denſitatem t multiplicatus evadet $\frac{2}{3} ctr - \frac{4}{15} ctx$. Vis autem in polo in ipſam erit $\frac{2}{3} ctr - \frac{2}{15} ctx$ ex eodem numero. Quare vis tota gravitatis in æquatore erit $\frac{2}{3} ctr - \frac{4}{15} ctx + \frac{2cqu^3}{3r^2}$, & idcirco vis centrifuga ibidem $\frac{n}{m} \left(\frac{2}{3} ctr - \frac{4}{15} ctx + \frac{2cqu^3}{3r^2} \right)$, unde vis tota in æquatore $\left(1 - \frac{n}{m} \right) \times \left(\frac{2}{3} ctr - \frac{4}{15} ctx + \frac{2cqu^3}{3r^2} \right)$. Differentia autem virium in æquatore, & polo erit triplex, ex maſſa in centro collocata $\frac{2cqu^3x}{3r^3}$, ex tota ſphæroide $\frac{2}{15} ctx$, ex vi centrifuga, quæ in polo eſt nulla, $\frac{n}{m} \times \left(\frac{2}{3} ctr - \frac{4}{15} ctx + \frac{2cqu^3}{3r^2} \right)$, quarum trium prima pro exceſſu gravitatis in polo ſupra gravitatem in æquatore, exiſtente exceſſu x poſitivo, erit negativa, cum in minore diſtantia vis creſcens in ratione directa diſtantiarum debeat eſſe minor, reliquæ binæ erunt poſitivæ. Cum autem debeat eſſe vis in æquatore ad vim in polo, ut ſemiaxis ad ſemidiametrum æquatoris, erit illa ad differentiam, ut hic ad differentiam nimirum

$\left(1 - \frac{n}{m}\right) \times \left(\frac{2}{3} ctr - \frac{4}{15} ctx + \frac{2cqu^3}{3r^2}\right) . - \frac{2cqu^3x}{3r^3} + \frac{2}{15} ctx + \frac{n}{m} \times$ $\left(\frac{2}{3} ctr - \frac{4}{15} ctx + \frac{2cqu^3}{3r^2}\right) :: r - x . x$; ubi multiplicando extrema, & media habebitur pro quavis differentia denſitatum q, & pro quovis radii nucleo u valor x, qui eruetur facilius, ſi omittantur termini, in quibus x, valor exiguus, aſſurgat ad ſecundam potentiam, vel multiplicetur per quantitatem $\frac{n}{m}$ exiguam.

229 Omiſſis ejuſmodi terminis habetur $\frac{2}{3} ctrx + \frac{2cqu^3x}{3r} = - \frac{2cqu^3x}{3r^2} + \frac{2}{15} ctrx + \frac{n}{m} \quad \frac{2}{3} ctr^2 + \frac{2cqu^3}{3r})$; unde eruitur valor $x = \frac{n}{m} \times \frac{tr^4 + qu^3r}{\frac{4}{5}tr^3 + 2qu^3}$. Quod ſi radius nuclei u habeatur pro æquali radio æquatoris r, contempta nimirum exigua marium altitudine, ponaturque pro q ſuus valor $p - t$, formula evadit $\frac{n}{m} \times \frac{pr}{2p - \frac{6}{5}t}$ ſive $\frac{nr}{2m\left(1 - \frac{3t}{5p}\right)}$, in qua $\frac{t}{p}$ eſt ratio denſitatis fluidi ad mediam denſitatem nuclei, $\frac{n}{m}$ ratio vis centrifugæ in æquatore ad vim gravitatis totius ibidem, r ſemidiameter æquatoris.

230 Hanc ipſam formulam inveni num. 199 illius opuſculi tertii, ubi tamen, ob exiguas quantitates alio pacto neglectas, erat r ſemiaxis non ſemidiameter æquatoris, diſcrimine utique perquam exiguo. Eandem ibidem num. 204 oſtendi cohærere cum formula D'Alamberti, & num. 215 cum formula generaliore Clerautii; at num. 202 oſtendi, eandem non cohærere cum formula propoſita a Daniele Bernoullio in ſuo tractatu de æſtu maris, de cujus, ſummi cæteroquin viri, hoc methodi vitioſæ lapſu agemus infra, ubi de maris æſtu.

231 Multa circa ejuſmodi formulam notanda occurrunt, illud in primis, quotieſcunque denſitas nuclei p fuerit major, quam denſitas fluidi t, valorem x fore poſitivum, qui erit poſitivus etiam, ubi ea fuerit minor, dummodo ad denſitatem fluidi habeat rationem majorem, quam 3 ad 5; ad quam ſi ſatis acceſſerit, compreſſio augebitur in immenſum, & fiet infinita, ſi eam ipſam rationem habuerit; quæ denſitas ſi adhuc fuerit minor, evadet jam $1 - \frac{3t}{5p}$ quantitas negativa, & valor x negativus. Nimirum figura ſphæroidis erit ſemper compreſſa ad polos, ubi denſitas nuclei fuerit major denſitate fluidi, vel non minor ipſa, quam in ratione 3 ad 5. At ſi fuerit ea denſitas adhuc minor, figura erit potius producta ad polos, & compreſſa ad æquatorem, quod veluti myſterium quoddam unde proveniat, quo pacto accipiendum ſit pro æquilibrio quodam, quod perſtare non poſſit, minima vi inducente perpetuum receſſum ab ejuſmodi figura, ut idcirco ea figuræ productio nulli uſui eſſe poſſit pro figura Telluris determinanda, abunde expoſui a num. 209 ejuſdem illius opuſculi, in quibus, ut & in aliis notatu dignis, quæ ibidem perſecutus ſum, hic immorari non licet.

232 Sed aliud elegantiſſimum theorema a Clerautio inventum omnino omitti non debet, quod nobis ſummo erit uſui ad conferendam theoriam cum obſervationibus; eſt autem hujuſmodi. Dicatur differentia ſemidia-

metri

metri æquatoris a ſemiaxe diviſa per ipſam ſemidiametrum *ellipticitas*, uti hactenus præſtitimus, differentia virium in æquatore, & polo diviſa per vim in æquatore *fractio gravitatis*, *& erit in hypotheſi homogeneitatis ellipticitas æqualis fractioni gravitatis* (nimirum utraque $\frac{1}{231}$); *in hypotheſi vero nuclei ſphærici diverſæ denſitatis erunt eædem inæquales ita, ut ea fractio, & ellipticitas pertinens ad caſum homogeneitatis ſit media arithmeticè proportionalis inter eaſdem pertinentes ad caſum heterogeneitatis*.

233 Ad eruendum id theorema oportet determinare fractionem gravitatis, cum binæ ellipticitates jam habeantur altera ex num. 221 pro homogeneitate $\frac{5n}{4m}$, cum nimirum ſit ibi $x = \frac{5nr}{4m}$, quæ diviſa per r evadit $\frac{5n}{4m}$; altera eodem pacto ex numero 228 pro nucleo heterogeneo, quæ evadit $\frac{n}{m} \times \frac{tr^3 + qu^3}{\frac{5}{4}tr^3 + 2qu^3} = \frac{n}{m} \times \frac{5tr^3 + 5qu^3}{4tr^3 + 10qu^3}$, & in illam abit, facto $q = o$.

234 Quod attinet ad caſum homogeneitatis, erat num. 221 vis in æquatore $m - n$, & differentia virium $n + \frac{mx}{5r}$; ſi in illa priore omittatur ille terminus exiguus n, & hæc per illam dividatur, evadit fractio gravitatis $\frac{n}{m} + \frac{x}{5r}$, quæ ob $x = \frac{5nr}{4m}$ evadit $\frac{n}{m} + \frac{n}{4m} = \frac{5n}{4m}$, æqualis nimirum ellipticitati inventæ ſuperiore numero; unde patet primum; patet autem ex n. 222 eum valorem fore $\frac{1}{231}$.

235 Pro caſu nuclei heterogenei notandum diligenter illud, ellipticitatem quidem eſſe eandem pro caſu, quo vis in maſſam in centrum amandatam agat in ratione directa ſimplici diſtantiarum, & pro caſu, quo eadem agat in ratione reciproca duplicata earundem, ſed poſita juxta num. 228 vi in eam maſſam in æquatore $\frac{2cqu^3}{3r^2}$, vim in eandem in polo non eſſe eamdem pro utroque caſu: ſed pro primo caſu debere eſſe minorem in ratione $r - x$ ad r, & in ſecundo majorem in ratione rr ad $rr - 2rx + x^2$. Quare erit pro primo caſu vis illa in æquatore ad differentiam virium ibi, & in polo, ut r ad x, in ſecundo ut rr ad $2rx - x_2$, vel omiſſo x_2 reſpectu $2rx$, erit ut r ad $2x$, nimirum differentia dupla prioris, & non ſubtractiva; ut illa, ſed additiva. Factis igitur, ut r ad $2x$, ita $\frac{2cqu^3}{3r^2}$ ad $\frac{4cqu^3x}{3r^3}$, hæc erit differentia virium in maſſam in centro poſitam pro ſecundo caſu, pro quo vis tota in æquatore in eam maſſam eſt $\frac{2cqu^3}{3r^2}$ ſequenti num. vis in ſphæroidem fuerat in æquatore $\frac{2}{3}ctr - \frac{2}{15}ctx$, & differentia virium ibi, & in polo $\frac{2}{15}ctx$, quæ pro utroque caſu eſt eadem, ac vis centrifuga fuerat $\frac{n}{m}\left(\frac{2}{3}ctr - \frac{4}{15}ctx + \frac{2cqu^3}{3r^2}\right)$, ex quibus jam habetur & vis tota in æquatore conſtans binis viribus poſitivis, & hac vi centrifuga negativa, & differentia virium debita ſecundo caſui conſtans tribus, omnibus poſitive acceptis.

236 Si

236 Si accipiendo hanc differentiam in vi centrifuga contemnatur terminus $\frac{4}{15}ctx$ exiguus reſpectu reliquorum binorum, differentia ipſa tota virium evadet $\frac{4cqu^3x}{3r^3} \pm \frac{2}{15}ctx \pm \frac{n}{m}\left(\frac{2}{3}ctr \pm \frac{2cqu^3}{3r^2}\right)$; & ſi pariter in vi tota in æquatore omittatur vis centrifuga exigua reſpectu ſummæ reliquarum duarum, & in harum poſteriore contemnatur ſecundus terminus $\frac{2}{15}ctx$ exiguus reſpectu praecedentis, relinquetur vis in æquatore tota $\frac{2cqu^3}{3r^2} \pm 3ctr = \frac{2cqu^3 \pm 2ctr^3}{3r^2}$. Differentia illa virium per hanc diviſa, evadit $\frac{2qu^3x + \frac{1}{5}tr^3x}{qu^3r + tr^4} \pm \frac{n}{m}$, quæ erit fractio gravitatis. Addatur ipſi ellipticitas $= \frac{x}{r}$, & reductis prioribus terminis ad eundem denominatorem fiet $\frac{15qu^3x + 6tr^3x}{5qu^3r + 5tr^4} \pm \frac{n}{m}$. Eſt autem $x = \frac{n}{m} \times \frac{5tr^4 + 5qu^3r}{4tr^3 + 10qu^3}$ ex num. 228 juxta numerum 223. Igitur illa ſumma remanet $\frac{n}{m} \times \frac{3}{2} \pm \frac{n}{m} = \frac{5n}{2m}$, qui valor cum ſit duplus valoris $\frac{5n}{4m}$ exprimentis fractionem gravitatis, & ellipticitatem reſpondentem homogeneitati; oportet idem ſit medius arithmeticè proportionalis inter fractionem gravitatis, & ellipticitatem reſpondentem nucleo heterogeneo, quod erat alterum demonſtrandum.

237 Hoc pacto Clerautianum theorema remanet demonſtratum pro quavis nuclei ſphærici magnitudine, quod quidem in illo Expeditionis Litterariæ opuſculo demonſtraveram ſolum pro caſu, in quo eſſet nuclei radius æqualis ſemiaxi. Facile autem illud ſtatim innoteſcit non poſſe in caſu nuclei ſphærici, & fractionem gravitatis, & ellipticitatem eſſe ſimul majorem, vel ſimul minorem, quam in caſu homogeneitatis, ſed alteram majorem, alteram minorem. Utra autem major eſſe debeat data nuclei denſitate, & magnitudine reſpectu fluidi facile deduci poterit e ſuperioribus formulis. Nam e formula exhibente ellipticitatem $\frac{x}{r} = \frac{n}{m} \times \frac{5tr^3 + 5qu^3}{4tr^3 + 10qu^3}$ diviſione inſtituta habetur $\frac{5n}{4m} - \frac{15qu^3}{8tr^3 + 20qu^3}$; qui valor erit minor, vel major valore $\frac{5n}{4m}$, prout poſterior terminus ſine ſuo ſigno conſideratus fuerit poſitivus, vel negativus. Porro ſi denſitas nuclei fuerit major denſitate fluidi, ſemper valor q erit poſitivus, adeoque ille ſecundus terminus poſitivus totus. Si autem denſitas nuclei fuerit minor, valor q erit negativus, & idcirco numerator $15qu^3$ negativus ſemper, denominator autem $8tr^3 + 20qu^3$ erit poſitivus, vel negativus, prout $20qu^3$ fuerit minor, vel major, quam $8tr^3$, ſive valor $\frac{q}{t}$ minor, vel major, quam $\frac{2r^3}{5u^3}$. Porro in iiſdem caſibus erit etiam poſitivus, vel negativus denominator $4tr^3 + 10qu^3$ ellipticitatis, cujus numerator $5tr^3 + 5qu^3$ debet eſſe ſemper poſitivus, cum debeat radius nuclei u eſſe minor radio æquatoris r, & differentia denſitatum q fluidi, ac nuclei non major denſitate t fluidi, ubi, exiſtente q negativo, nucleus minorem denſitatem habet, vel nullam. Quamobrem quotieſcunque ellipticitas fuerit

poſitiva, adeoque figura compreſſa, denſitas nuclei minor conjungetur cum ellipticitate majore, quam ſit ea, quæ pertinet ad caſum homogeneitatis.

238 Hinc eruitur pro figura compreſſa hujuſmodi generale theorema: *Si denſitas nuclei fuerit major denſitate fluidi, differentia virium in æquatore, & polo erit major, quam in caſu homogeneitatis, ſed ellipticitas minor: contra vero ſi denſitas fuerit minor*. Prima pars eſt directè contraria illi, quod Newtonus expreſsè affirmavit Principiorum lib. 3 prop. 19 ſub ipſum finem, ubi ſic habet. *Hæc ita ſe habent ex hypotheſi, quod uniformis ſit Planetarum materia. Nam ſi materia denſior ſit ad centrum, quam ad circumferentiam, diameter, quæ ab Oriente in Occidentem ducitur, erit adhuc major*. Porro illa diameter, quam ibi nominat, eſt diameter æquatoris, & pro ipſa æquatoris diametro ibidem ab eo aſſumitur in contextu: & hunc quidem Newtoni errorem Clerautius deprehendit, ac protulit. Cenſuit fortaſſe Newtonus conjectura quadam uſus, & re ad geometricam trutinam nequaquam redacta, in quavis hypotheſi, ut in caſu homogeneitatis, vires in æquatore, & in polo, eſſe reciprocas diſtantiis, quas vidit magis augeri in polo, ſi maſſa nuclei fiat major, ob excesſum gravitatis in illam maſſam adjectam pro loco viciniore ipſi in polo. At illa ratio reciproca diſtantiarum a centro locum habet in caſu, in quo maſſa redundans concipiatur amandata in centrum, & vis in ipſam variata in ratione directa diſtantiarum, non in caſu, in quo vis in ipſam mutetur in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, pro quibus binis caſibus figura quidem eſt proxime eadem, ſed virium differentia longe diverſa; uti vidimus num. 235, nimirum in altero major, ubi minor in altero, & viceverſa.

239 Ex formula ellipticitatis reſpondentis caſui homogeneitatis $\frac{5m}{4n}$ haberi poteſt figura pro eodem caſu debita etiam reliquis Planetis, in quibus haberi poſſit ratio vis centrifugæ ad gravitatem ſive $\frac{n}{m}$, Ea poteſt erui pro iis omnibus, quorum cognoſcitur maſſa, & converſio circa proprium axem; ſed hic agemus de ſolo Jove, de quo hic egit Noſter, & in quo ſolo ob celeritatem diurni motus conjunctam cum ingenti mole compreſſio tanta eſt, ut ſenſus percellat.

240 Porro res res hoc pacto admodum facile expedietur in ipſo Jove. Sit 1 ad d, ut ſemidiameter Jovis ad ſemidiametrum orbitæ ſatellitis cujuſpiam: ſit tempus converſionis ſatellitis T, tempus converſionis Jovis circa proprium axem t, & erit primo (num. 265 tom. 1) vis centrifuga in æquatore Jovis ad vim gravitatis ſatellitis in Jovem, ut $\frac{1}{tt}$ ad $\frac{d}{TT}$. Deinde gravitas ſatellitis in Jovem ad gravitatem in ſuperficie Jovis, ut 1 ad dd. Quare ratio vis illius centrifugæ ad hanc vim gravitatis erit, ut $\frac{1}{tt}$ ad $\frac{d^3}{TT}$, adeoque pro Jove $\frac{m}{n} = \frac{T^2}{t^2d^3}$, & ellipticitas $\frac{5T^2}{4t^2d^3}$.

241 Eſt ex §. 1 tempus T ſatellitis Jovis extimi dierum 16, hor. 16. 32' 10'' = 24032'.2, tempus rotationis Jovis t horarum 9. 56' = 596', diſtantia ſatellitis in ſemidiametris Jovis d = 28.4, nec hic habenda eſt ratio

tio centri gravitatis communis, cum ſatellites reſpectu Jovis ſint perquam exigui, adeoque centrum commune quamproximum centro Jovis. Hiſce valoribus ſubſtitutis obtinetur ellipticitas $= \frac{1}{11}$, uti diximus in adn. ad verſum 1962; Newtonus invenit circiter $\frac{1}{9}$ alia methodo, nec in tanta compreſſione approximationes adhibitæ accuratæ ſunt uſque ad limites tam arctos. At ex obſervationibus ea cenſetur $\frac{1}{13}$ juxta adn. in verſ. 1962. Ejus diſcriminis ratio eſſe poteſt major denſitas in Jove centrum verſus, quæ eſt altera e cauſis, quas innuimus in eadem adnot. ad verſum 1962. At nec ſatis certas cenſeo obſervationes compreſſionis Jovis, cum in tam exigua diametro apparente error in ratione axium diametri apparentis facile committatur tantus, ut rem omnem perturbet; Jovis enim diameter apparens in diſtantia media a Terra eſt 37'', cujus pars decima eſt 3''. 70, pars decima tertia 2''. 84, ut idcirco error uno ſecundo minor in differentia axium obſervanda alteram rationem alteri ſubſtituat. Mihi nuper poſt adnotationes impreſſas dimetienti Jovis diametros ope micrometri objectivi aptati egregio teleſcopio Gregoriano duorum pedum, cujus mihi uſum Barberinus Princeps humaniſſime conceſſerat, plures ineunti obſervationes prodiit ſemper ellipticitas decimæ, vel nonæ parti proxima. Sed unius ſecundi determinatio in diametro apparenti capienda & mihi tum minus certa fuit, & erit ſane incerta ſemper, ubi etiam longe majora inſtrumenta adhibeantur.

242 Quæ de Tellure demonſtravimus, cum obſervationibus facile conferri poſſent, ſi haberemus obſervationes gravitatis in polo ipſo, uti eas habemus in æquatore inſtitutas; liceret enim videre, an fractio gravitatis ſit $\frac{1}{231}$, uti eam ſupra oſtendimus debere haberi in caſu homogeneitatis. At nulli Mortalium licuit eo huc uſque progredi. Adhuc ei malo aliud remedium adeſt petitum a proportione, qua gravium vis mutari debet per ſuperficiem Telluris, de qua hic itidem agendum, ubi & Noſter de ea agit, ex qua nimirum licet invenire, quæ debeat eſſe vis in ipſo polo.

243 In primis pro caſu homogeneitatis vis in centrum ubicumque per ſuperficiem ſphæroidis debet eſſe in ratione reciproca ſimplici diſtantiarum, uti abunde expoſuimus, & demonſtravimus in adn. ad verſ. 1797 ex eo, quod columnæ omnes terminatæ ad centrum ſint inter ſe in æquilibrio, & vis intra ſingulas columnas ſit, ut diſtantia a centro. Id quidem in ea hypotheſi accurate locum habet, ſi conſideretur vis directa ad centrum ſphæroidis, & ad abſolutam rei demonſtrationem abunde ſunt, quæ in eadem adnotatione diximus. Atque hic illud ſane notatu dignum e lege rationis reciprocæ duplicatæ diſtantiarum pertinente ad vires mutuas inter puncta, & vim in globum puncti extra ipſum ſiti neceſſario profluere, non ad arbitrium temere compaginatas confingi, binas alias leges adeo ſimplices, & contrarias, alteram rationis directæ ſimplicis diſtantiarum pro puncto deſcendente intra globum, vel ſphæroidem ellipticam recta verſus ejus centrum, alteram rationis diſtantiarum itidem ſimplicis, ſed reciprocæ pro puncto abeunte per ſuperficiem ſphæroidis.

244 At in vi abſoluta, qua urgetur punctum poſitum in ſuperficie ſphæroidis, quæ quidem non dirigitur ad centrum, ſed perpendiculariter ad ſu-

perficiem, illa ratio reciproca diſtantiarum non eſt accurata, ne in hypotheſi quidem homogeneitatis. Nam, uti vidimus numer. 232, ea eſt ut normalis *PL* figuræ 28 terminata ad axem, quæ quidem ex conicis eſt reciprocè, ut perpendiculum demiſſum ex centro *C* in tangentem ductam per *P*, quod perpendiculum eſt proxime, non accuratè æquale diſtantiæ *CP*; atque ea ratio reciproca ejus perpendiculi habet locum etiam, ubi in centro concipiatur maſſa, in quam vis tendat in ratione diſtantiarum directa, ſed ne ipſa quidem habet locum in caſu nuclei ſolidi diverſæ denſitatis, in quem vis tendat in ratione reciproca duplicata diſtantiarum a centro. Sic & pro caſu homogeneitatis, & pro caſu nuclei habet locum ſatis proximè, non accuratè aliud theorema, quod enunciavimus in adnotatione ad verſ. 1858, pertinens ad incrementum gravitatis, quod habetur pergendo ab æquatore ad polos, quod theorema hic demonſtrandum eſt, & illa ipſa adnotatio illuſtranda. Ejus theorematis demonſtrationem pro caſu nuclei omiſi in illo opuſculo Expeditionis Litterariæ, contentus demonſtratione applicata vi directæ ad centrum pro caſu homogeneitatis, ad quam tamen hæc etiam reducitur.

245 Theorema eſt hujuſmodi. *Exceſſus gravitatis ſupra gravitatem in æquatore, qui habetur pergendo ab ipſo æquatore ad polos eſt, ut quadratum ſinus latitudinis, vel ut ſinus verſus latitudinis duplicatæ.* Se-
F.29 cunda pars profluit a priore. Sit enim in fig. 29 arcus *AE* duplus *AD*, & radius *AD* ſecabit chordam *AE* perpendiculariter bifariam in *F*, eritque *AF* ſinus *AD*. Demiſſo autem *EG* perpendiculo in diametrum *AB*, erit *AG* ſinus verſus arcus *AE*, qui ex natura circuli æquatur quadrato *AE* diviſo per *AB*. Igitur, mutato utcunque arcu *AD*, erit is ſinus verſus, ut quadratum chordæ *AE* ob *AB* conſtantem, adeoque erit, ut quadratum ejus dimidii *AF*, ſive ſinus verſus arcus dupli *AE*, ut quadratum ſinus recti arcus ſimpli *AD*.

246 Porro ut demonſtretur, eum exceſſum eſſe proxime, ut eſt quadratum ſinus latitudinis, ſatis eſt demonſtrare ipſum eſſe, ut eſt decremen-
F.30 tum diſtantiæ a centro. Sit enim in fig. 30 *ABab* ſectio ſphæroidis per axem, cujus æquator in *A*, & *a*, poli *B*, *b*, & ducta per quodvis ejus punctum *F* recta, quæ ſecet *Aa* ad angulos rectos in *G*, occurrat ipſi in *D*, *d* circulus radio *CA*, qui rectis *FC*, *Bb* occurrat in punctis *H*, *h*, & *E*, *e* eritque *FH* decrementum diſtantiæ a centro *C*. Quoniam autem ex natura ellipſeos (conicor. num. 365) eſt ſemper *GD* ad *GF* in conſtanti ratione *CE* ad *CB*, erit & earum ſumma *Fd*, & earum differentia *FD* proportionalis ipſis, adeoque erit rectangulum *DFd*, ſive ipſi æquale rectangulum *HFh*, ut quadratum *GD*. Si igitur ob exiguam ellipticitatem habeatur *Fh* pro conſtanti, & pro diſtantia loci *F* ab æquatore, ſive pro ejus latitudine arcus *AD*, cujus *DG* eſt ſinus; erit ſolum decrementum *HF* diſtantiæ *CA* abeuntis in *CF*, ut quadratum ſinus latitudinis. Q. E. D.

247 Jam vero exceſſum vis in *F* ſupra gravitatem in *A*, eſſe, ut defectum diſtantiæ *FH*, ſponte patet, ubi vis ſit proxime in ratione reciproca diſtantiæ *CF*. Erit enim, ut *CF* ad *CA*, ſive *CH*, ita vis in *A* ad vim in *F*, adeoque ut *CF* ad *FH*, ita vis in *A* ad eum exceſſum, cumque primus terminus ſit ad ſenſum conſtans, & tertius omnino conſtans, muta-
buntur

buntur in eadem ratione ſecundus, & quartus, eritque ille exceſſus ut FH.

248 Vim autem eſſe proxime in ratione diſtantiæ a centro pro caſu homogeneitatis, & pro caſu maſſæ in centro collocatæ, cujus maſſæ vis mutetur in ratione ſimplici directa diſtantiæ, diximus num. 243; & id facile pro iis hypotheſibus evincitur ex eo, quod ipſa vis ſit directè, ut normalis PL figuræ 28, ſive reciproce ut perpendiculum ductum ex F. 28
C in tangentem. Id enim perpendiculum ita proxime æquale eſt diſtantiæ CP, ut utriuſque exceſſus etiam ac defectus ſint proxime in eadem ratione. Ducta enim CV perpendiculari in PL, patet eam fore parallelam tangenti, adeoque PV æqualem illi perpendiculo demiſſo ex C in tangentem. Cum autem angulus CPV ſi exiguus, & angulus V rectus, differentia inter CP, VP eſt exigua reſpectu ipſius CV, adeoque exigua ſecundi ordinis, quæ idcirco erit exigua etiam reſpectu differentiæ diſtantiarum CP, CA, cujus idcirco rationem non turbabit ad ſenſum.

249 Pro caſu nuclei ſolidi vis in P erit diverſa a vi, quæ habetur, ubi vis in maſſam agat in ratione directa diſtantiæ a centro, ſed totum diſcrimen erit in ea vi, quæ pertinebit ad hujuſmodi maſſam in centrum amandatam; nam vis in ſphæroidem, quæ pro utroque caſu eſt ad ſenſum eadem, & vis centrifuga, quæ pendet a ſola diſtantia ab axe, manebunt eædem. Id autem diſcrimen erit & ipſum, ut eſt differentia diſtantiarum CA, CP. Si enim dicatur $CA = r$, & ea differentia $= z$, erit $CP = r - z$, & ſi vis in A in maſſam in centro poſitam dicatur u, ad habendam vim in P, fiet in caſu rationis ſimplicis directæ $r . r - z :: u . u - \frac{uz}{r}$, & in caſu rationis reciprocæ duplicatæ fiet, ut $rr - 2rz + zz$ ad rr, ita u ad $\frac{rru}{rr - 2rz + zz}$, ſive diviſione inſtituta $u + \frac{2zu}{r} + \frac{3rzzu + 2z^3u}{rr - 2rz + zz}$. Differentia vis poſterioris a priore, contempto termino, in quo habetur z^2, & z^3 reſpectu ejus, in quo habetur z, evadit $+ \frac{3zu}{r}$, qui exceſſus ob 3, u, r conſtantes evadit, ut differentia diſtantiarum z.

250 Referat PH vim ſecundum PL, & ducatur HQ parallela PC referens ejuſmodi exceſſum: eritque PQ vis compoſita, angulus vero HPQ erit perquam exiguus reſpectu ipſius HQP ſive QPC exigui, ut HQ eſt reſpectu PH, adeoque directio PQ erit directioni PL ita proxima, ut idcirco figura primo caſui debita non mutetur ad ſenſum in ſecundo caſu. Quod ſi centro P intervallo PQ fiat arcus QR uſque ad PHL, facile patet, ob angulum QHR æqualem interno, & oppoſito HPC exiguo, fore HR proxime æqualem HQ, adeoque exceſſus vis etiam compoſitæ PQ ſupra vim priorem PH erit proxime, ut differentia diſtantiarum CP, CA. Cum igitur & exceſſus vis debitæ puncto P in primo caſu ſupra vim debitam puncto A in utroque idem ſit, ut eadem differentia, erit etiam exceſſus vis in P ſupra vim in A in ſecundo caſu, nimirum in caſu nuclei heterogenei, ut eadem differentia diſtantiarum. Quamobrem cum hæc differentia diſtantiarum ſit, ut eſt quadratum ſinus latitudinis, ſive ut eſt ſinus verſus latitudinis duplicatæ, erit etiam ubicunque exceſſus vis in caſu nuclei heterogenei ſupra vim in æquatore, ut idem quadratum, ſive ut idem ſinus verſus, quo pacto remanet accuratè demonſtratum idem theorema etiam pro caſu nuclei heterogenei.

251 Patet igitur vim gravium terreſtrium pergendo ab æquatore ad polos debere augeri, & patet, in qua ratione progredi debeant ea incrementa, ſi Terra homogenea ſit cum aquis, & ſi paribus a centro diſtantiis ſit æque denſa, utcunque diverſam in diverſis diſtantiis habeat denſitatem. Porro minorem eſſe vim gravium prope æquatorem, quam pergendo ad polos, ex obſervationibus a Richero primum inſtitutis in inſula Cajenna, & Pariſiis, tum ab aliis pluribus vidimus ſub finem tomi 1, ubi & Noſter a verſu 1725 ad 2064, & nos in adnotationibus in ea loca fuſe egimus de eo argumento, ac Hugenianis meditationibus expoſitis huc reſervavimus ea, quæ ad Newtoni theoriam circa idem argumentum pertinerent; quod quidem hic præſtitimus. Notandum tantummodo illud, rationem hanc, in qua mutatur exceſſus vis ſupra vim in æquatore, habere locum etiam in theoria gravitatis conſtantis, quam Hugenius conſideraverat, quod quidem facile demonſtrari poteſt, conſiderata, & ad directionem debitam redacta vi centrifuga, quæ ſola in ea hypotheſi cum conſtanti gravitate compoſita vim gravium perturbat; ſed varium eſſe abſolutum diſcrimen vis gravium ab æquatore ad polos, cujus ratio ad vim totam poſita m ad n ratione gravitatis ſub æquatore ad vim centrifugam ibidem eſt in hypotheſi gravitatis conſtantis $\frac{n}{m-n}$, vel proxime $\frac{n}{m}$, ut patet; in theoria gravitatis Newtonianæ cum homogeneitate $\frac{5n}{4m}$ juxta numer. 232, & in eadem theoria, ſed poſito nucleo heterogeneo, eſt adhuc majus, vel minus, prout nuclei denſitas reſpectu denſitatis fluidi fuerit itidem major vel minor juxta num. 238.

252 Ad inſtituendam comparationem cum obſervationibus, utar eadem methodo, quam adhibui in illo opuſculo Expeditionis Litterariæ, qua quidem unico intuitu ſtatim patet, an obſervationes incrementi gravitatis conſentiant cum theoria, & quam ellipticitatem exhibeant binæ quævis ex ipſis. Ad habendam ellipticitatem per binas quaſcunque ſatis eſt invenire differentiam virium in æquatore, & polo reſpondentem differentiæ ipſarum, factis, *ut differentia ſinuum verſorum latitudinum duplicatarum locorum, ubi obſervationes inſtitutæ ſunt, ad duplum radium, qui eſt ſinus verſus dupli quadrantis, ſeu ſemicirculi, ita differentia virium obſervatarum* (pro quibus viribus exprimendis adhiberi poſſunt ipſæ longitudines obſervatæ pendulorum iſochronorum, ipſis nimirum proportionales) *ad differentiam quæſitam debitam toti quadranti*. Ea differentia diviſa per vim in æquatore exhibet fractionem gravitatis, & vis in æquatore inveniri poteſt ex illis ipſis duabus, faciendo, *ut eadem differentia ſinuum verſorum ad ſinum verſum alterius, ita ea differentia virium, ad quantitatem demendam a vi, cujus ſinus verſus aſſumptus eſt, ut habeatur vis in æquatore*. Sed cum eæ vires a vi in æquatore parum admodum differant, aſſumi poteſt pro vi in æquatore vis altera, ut illa, quæ æquatori eſt propior, & ad calculum numericum facilius inſtituendum aſſumi poſſunt dimidii ſinus verſi, ut pro duplo radio adhibeatur radius ſimplex. Habita fractione gravitatis, ſi ea æqualis obvenerit valori $\frac{5n}{4m}$ ſive $\frac{1}{231}$ juxta num. 232, ea ipſa erit ellipticitas quæſita; ſecus ea ablata ab ejus valoris duplo relinquet ellipticitatem juxta numerum eundem.

353 Jam

253 Jam vero ſi fractio gravitatis ex omnibus binariis obveniat eadem ; differentiæ illæ obſervatæ reſpondebunt ſinubus verſis, ut oportebat ; ſecus , ab ea diſcrepabunt ; ſed ſi nimis inter ſe proxima ſint binarum obſervationum loca , exiguum gravitatis obſervatæ diſcrimen a debita ingentem ſecum trahet differentiam a debito in exceſſu computato pro toto quadrante . Quamobrem idcirco , & etiam ut unico intuitu liceat deprehendere , an conſentiant , & quantum diſcrepent obſervatæ pendulorum longitudines , ſatius eſt aſſumere binas ex ipſis maxime remotas , ac ex iis eruta differentia debita toti quadranti, invenire differentiam vis debitæ loco cuivis a vi in æquatore , factis , *ut radius ad dimidium ſinum verſum latitudinis duplicatæ ejus loci , ita differentia illa totalis inventa ad differentiam quæſitam* , cujus conſenſus , vel diſſenſus ab obſervata , exhibebit conſenſum vel diſſenſum obſervationum cum theoria .

254 Ejuſmodi comparationes exhibentur ſequentibus binis tabellis , quas propoſui in eodem illo opuſculo , quarum prima pertinet ad hanc comparationem incrementorum , ſecunda ad ellipticitates inde erutas . Adhibui autem quinque pendulorum longitudines , quas noveram maxime accuratas uſque ad eos limites , quos nunc in adeo delicatis obſervationibus requirimus . Priores quatuor occurrunt in Bouguerii opere de figura Telluris pag. 342 , quas ipſe liberavit & ab aeris impedimento , & a differentia caloris , adhibitis correctiunculis inæqualitatum , quas eæ cauſæ inducunt ; poſtremam ego deduxi inde , & ex differentia , quam Maupertuiſius invenit 59″ in eodem pendulo Grahami adhibito Pelli , & Pariſiis ſpatio horarum 24 , calculo rite inſtituto ad eruendam inde differentiam longitudinis penduli debitam iis binis locis ; ſed priori tabellæ addo differentiam calculo erutam, uti addidi in opuſculo inſerto actis Bononienſibus to. 3 , & poſteriorem compleo adjectis tribus combinationibus , quas omiſeram .

Tabula I pro gravitate

Locus Obſervationis	Latitudo	$\frac{1}{2}$ ſin. verſ. ad rad. 10000	Pendulum in lin. Pariſ.	Differētia a primo	Differētia cōputata	Error
In æquatore	0. 0	0.	439. 21	0	0	0
A *Portobello*	9. 34	271.	439. 30	. 09	. 07	.02
A *Petit Goave*	18. 27	1002.	439. 47	. 26	. 26	.02
Pariſiis	48. 50	5667.	440. 67	1. 46	1. 38	.08
Pelli	66. 48	8450.	441. 27	2. 06	2. 06	0

Tabula 2 pro ellipticitate

Binarium	Differ. in polo & æqu.	Fractio gravitatis	Ellipticitas	Binarium	Differ. in polo & æqu.	Fractio gravitatis	Ellipticitas
1, & 3	2. 44	$\frac{1}{180}$	$\frac{1}{319}$	2, & 4	2. 54	$\frac{1}{173}$	$\frac{1}{343}$
2, 3	2. 41	$\frac{1}{182}$	$\frac{1}{312}$	3, 4	2. 57	$\frac{1}{171}$	$\frac{1}{351}$
3, 5	2. 42	$\frac{1}{182}$	$\frac{1}{312}$	1, 3	2. 59	$\frac{1}{170}$	$\frac{1}{355}$
4, 5	2. 16	$\frac{1}{203}$	$\frac{1}{265}$	2, 3	2. 33	$\frac{1}{188}$	$\frac{1}{300}$
1, 4	2. 58	$\frac{1}{170}$	$\frac{1}{355}$	1, 2	3. 32	$\frac{1}{132}$	$\frac{1}{918}$

255 In prima tabula patet errorem in poſtrema columna reduci ad paucas admodum centeſimas lineæ. In ſecunda tabula poſtrema differentia ſecundæ columnæ 3. 32 nimis diſcrepat a reliquis, ut & quarta 2. 16 ob nimiam locorum viciniam; omnes tamen exhibent fractionem gravitatis poſitivam, & omnes majorem $\frac{1}{231}$, adeoque omnes indicant compreſſionem ad polos, eamque minorem compreſſione debita homogeneitati, adeoque indicant denſitatem Telluris mediam majorem denſitate marium. Si aſſumatur omnium medium, differentia debita toti quadranti erit 2. 536, ſed rejectis quarta, & decima habetur differentia media 2. 485, quæ quidem adhuc a priore non niſi 5 centeſimis lineæ diſſidet.

256 Ex hac differentia media inter 8 minus diſſidentes habetur fractio gravitatis $\frac{1}{177}$, & inde ellipticitas $\frac{1}{332}$. Ratio autem denſitatis mediæ Telluris ad denſitatem aquæ erueretur e formula $x = \frac{nr}{2m\left(1 - \frac{3t}{5p}\right)}$ poſita n. 228. Ellipticitas enim hæc $\frac{1}{332}$ debet eſſe æqualis $\frac{x}{r} = \frac{n}{2m\left(1 - \frac{3t}{5p}\right)}$, ubi juxta num. 208 eſt $\frac{n}{m} = \frac{1}{288.7}$, adeoque $1 - \frac{3t}{5p} = \frac{332}{577 \cdot 4}$, & $\frac{3t}{5p} = \frac{245 \cdot 4}{577 \cdot 4}$, adeoque $\frac{t}{p} = \frac{1227.}{1732.2}$ paullo plus, quam $\frac{2}{3}$. Nimirum denſitas media Terræ paullo minor, quam ſeſquialtera denſitatis aquæ.

257 In illo opuſculo omiſſis poſtremis tribus comparationibus adhibueram priores tres, tum omiſſa quarta tres reliquas, unde differentia media gravitatis profluxerat 2. 49 fere eadem; ſed cum pro valore $\frac{5n}{4m}$ adhiberem $\frac{1}{230}$, profluxerat ellipticitas tantillo minor $\frac{1}{335}$. Sed quid mihi de re tota ſentiendum videatur, aperiam, ubi ſequenti libro egerimus de figura Telluris inveſtigata per gradus.

258 Hi-

258 Hiſce fuſius expoſitis percurremus jam adnotationes a verſu 1797 ad 1995, quæ pertinent ad hæc duo argumenta figuræ Telluris ex æquilibrio, & inæqualitatis gravitatis in diverſis Terræ locis, ut illuſtrentur, quæcunque adhuc illuſtratione indigent.

259 Quæ dicta ſunt in adnot. ad verſ. 1797, & 1858 abunde patent ex iis, quæ hic pertractavimus. In adnot. ad verſ. 1880 promiſimus oſtenſuros, quo pacto ex binis pendulorum iſochronorum longitudinibus obſervatis in binis latitudinibus datis poſſint facili calculo deduci longitudines eorundem pro aliis locis datis quibuſvis: id & præſtitum eſt hic num.253, & immediate facile præſtatur factis, *ut differentia ſinuum verſorum latitudinis duplicatæ pertinentis ad loca, in quibus eſt obſervatum, ad differentiam ſinuum verſorum alterius ex iis locis, & loci dati, ita differentia longitudinum obſervatarum ad quartum addendum longitudini pertinenti ad locum obſervationis aſſumptum, vel demendum ab eo, ut habeatur penduli longitudo quæſita, prout is locus fuerit propior æquatori, quam novus datus, vel ab eo remotior*.

260 Attigimus ibidem illud, poſſe eo pacto tranſmitti accuratius menſuras magnitudinum ad Poſteros, quod & Noſter hic attigit. De methodo tranſmittendi menſuras magnitudinum ope pendulorum egimus tomo I in Supplementis a num.634, quod nimirum fit referendo eas menſuras ad longitudinem penduli oſcillantis ad ſingula ſecunda horaria, & vocando ex. gr. pedem horarium trientem ejus longitudinis. Inter alias rei difficultates illud etiam ibidem eſt notatum, oportere noſſe, in qua ratione mutetur vis gravitatis pergendo ab æquatore ad polum, ut ex longitudine penduli pertinente ad unum locum deducatur longitudo pertinens ad alium. Is progreſſus hic definitus eſt ponendo exceſſum gravitatis proportionalem ſinui verſo latitudinis duplicatæ. At id ipſum non habet locum, niſi in hypotheſi homogeneitatis, vel nuclei ſphærici habentis denſitatem paribus a centro diſtantiis æqualem, & in alia quapiam ejuſmodi regulari hypotheſi. At ſi Terræ pars ſolida habeat inæqualitates denſitatis irregulares, & non ita exiguas, poteſt ea omnis ratio perverti, & inde fieri poteſt, ut alicubi in eadem etiam latitudine pendulorum iſochronorum longitudo diverſa ſit, uti vidimus in tabella I cum progreſſum non accuratè inventum eſſe, ſed in obſervatione haberi diſcrimen 8 centeſimarum lineæ ab eo, quod ei latitudini conveniret, cumque in alio loco paralleli ejuſdem poſſit æque inveniri diſcrimen æquale oppoſitum, poteſt, reſpiciendo etiam eas ſolas obſervationes, haberi inter pendula ejuſdem ab æquatore diſtantiæ diſcrimen 16 centeſimarum lineæ, quod menſuram illam generalem erroneam redderet, errore, qui ſub ſenſus cadat; quin immo & multo majus adhuc diſcrimen inveniri poteſt, ac a pluribus Obſervatoribus jam eſt inventum, quanquam nullam ego adhuc habeam obſervationem, quæ magis diſcrepet, cui omnino fidere poſſim. Huc autem reſpicit id, quod hac de re diximus in iiſdem tomi I Supplementis num. 635.

261 In adn. ad verſ. 1902 primo loco, diximus eſſe multo facilius invenire relationem, quam habent inter ſe incrementa virium gravitatis pergendo ab æquatore ad polos in ellipſoide orta ex motu circa proprium axem, quam datis axibus invenire gravitatem; ſive rationem gravitatis totius ad hanc ſuam differentiam; adhuc tamen repertas eſſe plures methodos inveniendi

attra-

attractionem puncti collocati in axe ſolidi geniti converſione curvæ cujuſpiam circa proprium axem. De hoc poſteriore egimus ſupra §. 4; illud prius conſtat ex eo, quod curvarum quadraturis eſt opus ad computandam vim gravitatis abſolutam in ſphæroidem in polo, & æquatore, quod & Mac Laurinus generaliter accurate præſtitit, & nos hic generaliter, ſed tantum proxime, & pro compreſſione exigua invenimus num. 221 poſita ſemidiametro æquatoris r, differentia ipſius a ſemiaxe x, eſſe ejuſmodi rationem r ad $r - \frac{1}{5} x$; Newtonus autem exhibuit non expreſſione generali, ſed in prop. 19 lib. 3 pro data ratione axium 100 ad 101, ex qua deinde per falſam poſitionem progreſſus eſt ad figuram Terræ debitam in caſu homogeneitatis.

262 Is nimirum ibi invenit, in ratione axium 100 ad 101 eſſe vim in ſphæroidem in polo ad vim in ſphæram radio 100, ut 126 ad 125; vim in eam ſphæram ad vim in ſphæram radio 101 in ſuperficie eſſe, ut 100 ad 101; vim in hanc ſphæram ad vim in ſphæroidem, cujus idem ſuperficiei punctum eſſet polus, ut 126 ad 125; vidit autem illud, quod in parum compreſſis ellipſibus locum habet, & quod ego in opuſculo illo Litterariæ Expeditionis facile demonſtravi num. 153, differentiam virium in ſphæroidem, & ſphæram in caſu, in quo idem punctum ſit in ſuperficie ſphæræ, & in æquatore ſphæroidis, eſſe proxime dimidiam ejus, in quo id punctum ſit in polo ſphæroidis; adeoque vidit rationem vis in eam ſphæram, & in punctum poſitum in ejus ſphæroidis æquatore eſſe 126 ad $125\frac{1}{2}$. Hinc hiſce tribus rationibus collectis, invenit rationem $126 \times 100 \times 126$ ad $125 \times 100 \times 125\frac{1}{2}$, ſive 501 ad 500. Ea ratio ex noſtra formula obvenit eidem ſatis proxima; nam in eo caſu ſit 101 ad $100\frac{4}{5}$, ſive 505 ad 504, diſcrimine exiguo ex diverſa approximandi methodo, & diverſo exiguarum quantitatum contemptu.

263 Eo eluctatus vidit binorum canalium e centro eductorum pondera fore inter ſe, ut haſce vires, & longitudines canalium conjunctim, cum in utroque canali in eadem ratione decreſcant vires verſus centrum, adeoque ut 501×100 ad 500×101, ſive ut 501 ad 505; adeoque vidit ad æquilibrium requiri illud, ut vis centrifuga compenſet illas $\frac{4}{505}$ ponderis, quæ vis centrifuga ſi habeatur, haberi æquilibrium in ellipticitate $\frac{1}{101}$. Hic jam ſuppoſuit ellipticitates eſſe proportionales vi centrifugæ, quam cum inveniſſet pro noſtris gravibus in æquatore $\frac{1}{289}$, iniit rationem ut $\frac{4}{505}$ ad $\frac{1}{101}$, ita $\frac{1}{289}$ ad ellipticitatem quæſitam, quæ illi obvenit $\frac{1}{230}$, quamproxima illi, quæ obvenit hic nobis $\frac{1}{231}$ diſcrimine exiguo orto ex illa diverſa ratione 505 ad 504 pro 501 ad 500, & ex vi centrifuga apud nos $\frac{1}{288.7}$ pro $\frac{1}{289}$.

264 Clerautius in opere de figura Telluris miratur, Newtonum vidiſſe figuram Telluri debitam hac methodo, velut trans nebulam quandam; at mihi quidem videntur prona omnia in hac ejus methodo. Invenerat vim gravium deſcendentium in æquatore ad vim in polo eſſe reciproce, ut diſtantias a centro, adeoque in parva compreſſione differentiam virium proportionalem

lem eſſe differentiæ diſtantiarum, ſive ellipticitati aſſumendæ. Ex ipſo calculo inito pro eruendo gravitatis primitivæ diſcrimine in caſu axium, ut 101 ad 100, facile videre potuit, ipſum diſcrimen debere eſſe proportionale eidem ellipticitati. Quare debuit inde inferre, vim etiam centrifugam debere eſſe eidem ellipticitati proportionalem, ex qua nimirum, & vi gravium deſcendentium coaleſcit gravitas primitiva. Nihil in toto hoc progreſſu mihi videtur alienum a ſagaci quidem, ſed & ſolida, & uſitata Newtono perquirendi ratione. Eſſe autem ellipticitatem exiguam proportionalem vi centrifugæ in hypotheſi homogeneitatis, conſtat etiam ex noſtra ellipticitatis formula $\frac{5n}{4m}$, quæ eſt ut $\frac{n}{m}$.

265 Ibidem additur ex eo, quod ellipticitas ſit $\frac{1}{230}$, elevationem ſub æquatore eſſe circiter milliariorum 17, id conſtat diviſo radio æquatoris r, qui per num. 208, eſt pedum 19668203, per 230, vel per 231; proveniunt enim pedes 85501, vel 85131, nimirum in utroque caſu milliaria 17, & præterea paſſus 100, vel 26. Newtonus ex aſſumpto majore æquatoris radio invenit in eadem prop. pedes 85820, qui adhuc exhibent milliaria 17, & paſſus 164. Additur itidem Newtonum inveniſſe differentiam vis, qua gravia deſcendunt in æquatore, & polo eſſe itidem $\frac{1}{230}$ majoris, vel $\frac{1}{219}$ minoris. Id ipſum habet Newtonus ibidem, & ſponte conſequitur ex eo, quod vires ſint in ratione reciproca diſtantiarum, adeoque differentia virium ad vim, ut differentia diſtantiarum ad diſtantiam. Id & noſtra formula proxime exhibet, cum oſtenſum ſit, ellipticitatem in hypotheſi homogeneitatis æquari fractioni gravitatis.

266 Quæ habentur in ſequenti adnotatione ad verſ. 1941, prona ſunt omnia ex iis, quæ hic fuſe ſunt pertractata. In ſequenti adnotatione plures difficultates proponuntur contra ſolutionem problematis de figura Telluris ex æquilibrio, ex quibus, quæ pertinent ad inæqualem textum partium Telluris, quem etiam irregularem ſuſpicari licet, per ſe patent; ſed de eo uberius ſequenti libro. Quod attinet ad figuram Jovis, quam obſervationes indicant minus compreſſam, quam requirat hypotheſis homogeneitatis, & de Newtoni lapſu circa effectum majoris denſitatis verſus centrum, abunde hic pertractavi a num. 240.

267 Addidit Noſter ibidem & aliam cauſam, quæ poſſit fortaſſe conferre aliquid ad mutandam figuram in Jove, ſi nimirum in eadem a centro diſtantia denſitas æquatorem verſus ſit diverſa a denſitate verſus polos; & quidem major denſitas in nucleo verſus æquatorem pareret majorem ellipticitatem, minor minorem; nam in fig. 28, ſi poſt æquilibrium concipiatur nova mate- F.28
ria compenetrata in ipſa peripheria æquatoris Aa, directio vis novæ in novam materiam in punctis P Meridiani $BAba$ in infinitum accedentibus ad æquatorem, in infinitum accederet ad punctum A æquatoris ſibi proximum, adeoque eadem etiam in punctis ſenſim remotioribus, etiam ubi materia diffunditur nonnihil ab æquatore hinc, & inde circa ejus peripheriam, reſpectu prioris directionis PL vis agentis in ſphæroidem caderet ad partes oppoſitas centro C, adeoque & directio vis ex utraque compoſitæ recederet a centro, & ad habendam ſuperficiem ei novæ directioni perpendicularem debe-

ret creſcere compreſſio ad partes *B*, & augeri curvatura, atque intumeſcentia ad partes *A*. Quamobrem major raritas verſus æquatorem Jovis poſſet parere illam minorem ellipticitatem; ſi revera eſt minor. Videtur autem mihi materia prope æquatorem, ubi perpetuo caloris vi rareſcunt omnia, debere eſſe potius rarior, quam ubi perpetuo denſantur frigore ad polos, quantumvis Newtonus cenſuerit potius materiam ſub æquatore veluti toſtam denſiorem eſſe, quanquam quodcunque inde diſcrimen proveniat, exiguum eſſe debeat. Sed ſi ex primigenio Telluris textu materia ſit collocata prope æquatorem ſatis rarior, poteſt inde obvenire etiam pars incrementi gravitatis polum verſus, ut innuimus in adnot. ad verſ. 1995, qua de re iterum aliquid ſequenti libro, ubi de figura Telluris determinata per graduum menſuras.

268 Mentio ibidem injecta eſt etiam nuclei ſolidi elliptici, cujus theoriam excoluit Clairautius, ut conciliaret figuram Telluris cum inæqualitate gravitatis. Poſſet nimirum figura Terræ eſſe etiam producta ad polos, cum tota vertigine circa proprium axem, ſi nucleus ſolidus adhuc magis productus eſſet, ut vis centrifuga productionem, quæ ſine vertigine in ea hypotheſi haberetur, minueret. Poteſt autem conſiderari is nucleus vel ut homogeneus, vel cujuſcunque diverſæ denſitatis, tum etiam cujuſcumque figuræ. Pro nucleo homogeneo elliptico Clairautius hanc ellipticitatis formulam exhibuit §. 31 partis 2 operis de figura Terræ $\frac{6a^5f\alpha + 5a^5f\beta + 5\varphi}{10a^3f + 4}$; ubi ſemidiameter figuræ fluidi $= 1$, figuræ nuclei a, ellipticitas hujus α, denſitas fluidi 1, denſitas nuclei $1 + f$, ratio vis centrifugæ in æquatorem ad gravitatem ibidem φ.

269 Ejuſmodi diſquiſitionem, ut & alias eo pertinentes omitto, quæ & ſublimiores ſunt, atque prolixiores, potiſſimum, ſi ut fere ubique hic præſtamus, rem geometrica methodo, qua & Newtonus fere ſemper eſt uſus, tractare oporteat, & ex alia parte ad arbitrarias hypotheſes delabuntur: ubi enim a ſphærica figura receditur, nihil eſt, quod ſuadeat nuclei figuram ellipticam eſſe potius, quam alterius figuræ cujuſcumque; ut & ſi ab uniformi denſitate receditur, infinita ſunt genera mutationum, quæ haberi poſſint, in quibus & irregularitates plurimas debere occurrere ſuadent omnia fere, quæcunque intuemur Naturæ opera. Sed de hoc iterum aliquid ſequenti libro.

§. 7. Ad notam in verſ. 1707. &c.

DE DEVIATIONIBUS PENDULORUM EX ASPERITATE SUPERFICIEI TERRESTRIS, ET METHODO DEFINIENDI MASSAM TERRÆ.

270 IN adnotationibus ad verſ. 1707, 1734, 1761 egimus de deviationibus pendulorum in montes, ac in adnotatione ad verſ. 2019 expoſui meam methodum determinandi maſſam Terræ relatam ad corpora nobis nota, ut ad aquam; unde etiam media ejus denſitas poteſt innoteſcere, a qua uti vidimus para-

paragrapho ſuperiore, & Terræ figura pendet. Supplendæ ſunt hic demonſtrationes nonnullæ ibi omiſſæ, ac alia quædam pauca adnotanda.

271 In primis dictum eſt illud in adn. ad verſ. 1707, *ſi ſit mons, cujus vis æquivaleat vi ſphæræ homogeneæ Telluri habentis diametrum duorum circiter milliariorum, deflecti debere pendulum circiter per unum minutum primum*. Accurata ejus deviationis quantitas facile definitur. Sit in fig. 31 *C* centrum Terræ, *I* centrum globi impoſiti ſuperficiei Telluris habitæ pro ſphærica, quod hanc perquiſitionem nihil ad ſenſum perturbat, & pendeat e filo *DB* pondus *B* proximum ejus ſuperficiei in radio *bI* perpendiculari ad *BC*, in quem radium *IB* productum incurrat in *E* recta *DE* parallela *BC*, adeoque ipſi *BE* perpendicularis. Patet fore *DE* ad *EB*, ut eſt vis in Terram ad vim in eum globum, cum *DB* dirigatur juxta vim ex utraque compoſitam, quæ quidem vires ſunt, ut ſphærarum radii (ex §. 4) cum vis in Terram in *B* ſit proxime eadem, ac in *A*. Eſt autem *DE* ad *EB*, ut radius ad tangentem deviationis *EDB* a poſitione rectæ *BC* perpendicularis ſuperficiei terreſtri. Habebitur igitur hujuſmodi theorema. *Radius ad tangentem deviationis penduli eſt, ut ſemidiameter Terræ ad ſemidiametrum globi*. Semidiameter ſphæræ æqualis ipſi Terræ pedum 19641762, ſemidiameter globi mille paſſuum habet pedes 5000. Hinc tangens deviationis 254 ad radium 1000000, & angulus quæſitus ſecundorum 53. Unum autem minutum accurate haberetur, ſi adhiberetur milliare Geographicum, cujuſmodi 60 continet gradus circuli Terræ maximi, cum arcus unius minuti debeat eſſe unius milliaris, & idem confundatur cum ſua tangente, exiſtente radio ipſa ſemidiametro Terræ. F. 31

272 Hinc patet, maſſam, quæ æquivaleat globo habenti decimam milliaris geographici partem pro radio, parere aberrationem ſecundorum ſex, adeoque ſi obſervatio inſtituatur hinc, & inde ab eadem, habetur aberrationum ſumma 12 ſecundorum, quæ quidem majoribus inſtrumentis, ut ope ſectoris, admodum facile definiri poſſunt, cum & unius vel alterius ſecundi ſatis accurata determinatio obtineri poſſit eorum ope: eundem verò effectum præſtant addenſationes ingentes materiæ, quæ forte occurrant infra ſuperficiem prope ipſam; ut ſi infra ſuperficiem ſit ingens hiatus ſuperficiei proximus, parit deviationem in partem contrariam.

273 Montes, qui molem habeant multo majorem, quam ut æquivaleant globo habenti pro radio paſſus 100, occurrunt ubique. Hinc ope ejuſmodi obſervationis inquiri poſſet in ipſam Terræ maſſam, cujus denſitas media eſſet major, vel minor media denſitate montis in ea ratione, in qua deviatio obſervata eſſet e contrario minor, vel major denſitate computata; & facile per theorema generale numeri 179 computari poſſet deviatio debita vi in montem cujuſcunque formæ, determinata proxime per obſervationes ejus forma, & magnitudine, ac eruta ex eo theoremate vi in ipſum, & comparata cum vi in Tellurem. Sed ea obſtant, quæ expoſuimus in adn. ad verſ. 1734, nimirum perturbationes, quæ haberi poſſunt ab aliis irregularitatibus, & id, quod in pleriſque montibus accidit, vacuum ipſis ſubjectum, & æquale, quod ubi vi internorum ignium Terræ cruſta in montem aſſurexit, ejus loco relictum eſt.

274 Hinc ut in ejuſmodi mediam denſitatem Terræ inquiri poſſit methodo expoſita in adnot. ad verſ. 2019, proponam hic ſolutionem problematis ibi

pro-

promiſſam, excerptam ex mea diſſertatione de obſervationibus Aſtronomicis; quod quidem & ad deviationum vim intimius cognoſcendam conducet. Eſt autem hujuſmodi, ac iiſdem fere verbis inde & problema, & ejus ſolutionem excerpo correcto exiguo calculi errorculo, quem dum hæc inde exſcribo, animadverto.

F.32 275 Problema. *Attrahatur vi Newtoniana corpuſculum* C *in fig.* 32 *collocatum in communi interſectione* FM *plani horizontalis* FEM *cum plano verticali* FNQM *a ſingulis punctis exiſtentibus inter ea plana, & alterum planum horizontale* NQ *uſque ad datam diſtantiam* CV, *data præterea diſtantia* CA *planorum horizontalium. Reſolutis omnibus viribus in tres ſibi invicem perpendiculares, ſecundum directiones* CM, CE, CA, *& eliſa prima actionibus contrariis, quærantur reliquæ duæ.*

276 Centro C intervallo CF ſit quadrans ſphæræ, qui occurrat planis horizontalibus in ſemicirculis, quorum radii CF, & AN. Poſitis $CF = x$, $CA = 1$, $CV = m$, erit $AN = \surd(xx - 1)$, & per notiſſimam circuli quadraturam erit ſegmentum $FNQM$ ſemicirculi verticalis $FTM = 2x - \frac{1}{3}x^{-1} - \frac{1}{20}x^{-3} - \frac{1}{56}x^{-5} - \frac{5}{576}x^{-7}$ &c. Jam vero attractio perpendicularis plano FTM ſuperficiei ſphæricæ eſt (ex §. 4) area $FNQM$ diviſa per CF^2. Quare ſi radius ſphæræ CF augeatur per elementum dx, ea vi ducta in ipſum dx, erit vis orbis ſphærici clauſi iiſdem planis, & earum ſphærarum ſuperficiebus $2x^{-1}dx - \frac{1}{3}x^{-3}dx - \frac{1}{20}x^{-5}dx - \frac{1}{56}x^{-7}dx - \frac{5}{576}x^{-9}dx$ &c. Ejus integrale eſt $2\log. x + \frac{1}{6}x^{-2} + \frac{1}{80}x^{-4} + \frac{1}{336}x^{-6} + \frac{1}{3468}x^{-8}$ &c. $+ Q$, addita conſtanti Q, ſi opus erit.

277 Ponatur pro $CF = x$ primo $CV = m$, tum $CH = 1$, & formularum differentia exhibebit attractionem orbis ſphærici clauſi planis horizontalibus, & ſuperficiebus ſphærarum, quarum radii CV, CH, quæ erit $2\log. m + \frac{1}{6}(m^{-2} - 1) + \frac{1}{80}(m^{-4} - 1)$ &c, & ſi m fuerit numerus nimis magnus, evaneſcet m^{-2}, m^{-4} &c. Iis igitur omiſſis, evadit vis $= 2lm - \frac{1}{80} - \frac{1}{336} - \frac{1}{3468}$ &c. Huic ſi addatur vis in dimidium hemiſphærium HAI, quæ ex §. 4 erit quadrans HA peripheriæ, ſive poſita ratione radii ad ſemiperipheriam 1 ad p; erit $\frac{1}{2}p$ ſive $\frac{355}{226} = 1.571$ (hic valor in illa diſſertatione aſſumptus fuerat $= p$, duplus veri valoris, ſed error evadit admodum exiguus in ſumma, ubi valor m ſit ſatis magnus, ut patebit paullo inferius) ſubducta ſumma, erit vis tota ſecundum $CE = 2\log. m + 1.571 - 0.182 = 2\log. m + 1.389$.

278 Ut vero inveniatur vis normalis ad planum horizontale, attractio ſuperficiei ſphæricæ NTQ eſt ex §. 4 ſemicirculus in quem projicitur diviſus per quadratum radii, qui radius æquatur $AN = \surd(xx - 1)$. Ejus ſemicirculi area eſt $\frac{1}{2}pxx - \frac{1}{2}p$, & proinde attractio ejus ſuperficiei $\frac{1}{2}p - \frac{1}{2}px^{-2}$; ac attractio orbis $NTQ = \frac{1}{2}pdx - \frac{1}{2}px^{-2}dx$, cujus integrale $\frac{1}{2}px + \frac{p}{2x} + Q$. Facto primum $x = m$, tum $x = 1$, & ſumpta differentia formularum, erit vis in ſegmentum quadrantis hemiſphærici radio CV

deſcri-

deſcripti jacens infra planum $NQ = \frac{1}{2}pm - \frac{1}{2}p + \frac{p}{2m} - \frac{1}{2}p = \frac{1}{2}pm + \frac{p}{2m} - p$. Vis totius quadrantis hemiſphærici eſt quadrans peripheriæ circuli maximi $\frac{1}{2}pm$. Igitur vis reſidua quæſita $p - \frac{p}{2m}$, & evaneſcente $\frac{p}{2m}$, ubi numerus m eſt nimis magnus, ea vis evadet $p = 3.141$.

279 Sit jam altitudo CA pedum 50, ſive paſſuum 10, CV milliarium 100, ut poſita $CA = 1$, ſit $CV = m = 10000$. Erit in logiſtica tabularum, cujus ſubtangens 0. 4333, $log. m = 4$; ac proinde in logiſtica, cujus ſubtangens 1, erit 9. 231; vis igitur horizontalis corpuſculi C ſecundum directionem $CE = 2 log. m + 1. 389$ erit 19. 851, & vis verticalis 3. 141 paullo major, quam ſeptima ejus pars.

280 Jam vero ſemidiameter Terræ eſt pedum 19641762 (num. 114) ſive unitatum CA, quarum ſingulæ continent 50 pedes, 3928355, qua poſita $= r$, eſt ſphæra $\frac{4}{3}pr^3$, & proinde vis in ipſam (n.186) $\frac{4}{3}pr = 1645504$; adeoque gravitas ad vim horizontalem in id ſtratum, ut 1645504 ad 19. 851, ſive ut radius 10000000 ad 121 tangentem deviationis, quæ evadit 2''. 31''', vix quidquam diſcrepans ab illa, quæ in ea diſſertatione inventa fuerat 2''. 38'''. Porro multum etiam aucto, vel imminuto intervallo $CV = m$, parum mutatur deviatio, cum logarithmi ingentium numerorum, ut eſt log. m, parum mutentur, ipſis etiam multum mutatis.

281 Altera vis verticalis, quæ gravitatem in Terram auget, & erat ad horizontalem ut 3. 141 ad 19. 851, vix eſt ad ipſam gravitatem, ut 2 ad 1000000, quam idcirco nihil ad ſenſum auget. Sic etiam ille globus I figuræ 31 radio unius miliaris, ſi jaceret non ad latus corpuſculi B, ſed infra ipſum, gravitatem augeret parte ipſius $\frac{254}{1000000}$, quod incrementum longitudinem penduli oſcillantis ad ſingula ſecunda augeret eadem parte, quæ longitudo cum ſit linearum proxime 440, vix augeretur $\frac{11}{100}$ unius lineæ, quod probe notandum eſt, ut appareat, quanto magis directionem penduli turbent inæqualitates, quas habemus in ſuperficie Telluris, & infra ipſam, quam longitudinem penduli oſcillantis ad ſingula ſecunda, dum maſſa, quæ integri minuti primi deviationem parit, eam longitudinem vix mutet decima parte lineæ. Contra vero majores inæqualitates altius depreſſæ infra ſuperficiem Terræ, cum nimis obliquè trahant, debent, ſi adſint, multo majorem productionem parere in penduli ad ſecunda horaria oſcillantis longitudine, & deviationem minorem in directione quieſcentis, quod probe notandum eſt.

282 Sed ut ex ſolutione problematis capiamus eos fructus, quos nobis propoſuimus, in primis notetur illud, ſtratum ejuſdem extenſionis in longum, & latum, quod ſit altum 500 pedibus, ſive ſola decima milliaris parte, debere parere deviationem decuplo majorem ſecundorum 25, 10''', ingentem ſane; ac proinde ubi ſolum perpetuo aſſurgit ad ingentem diſtantiam, ut Italia ab utroque mari ad Appenninos attollitur, ingentem haberi debere deviationem penduli, niſi æquali inferno hiatu illa materiæ aggeſtio compenſetur; ac illud demum, inæqualitates, quas in ſuperficie Telluris cernimus, licet exiguæ ſint reſpectu Telluris totius, & penduli oſcillantis longitudinem

vix

vix quidquam ad ſenſum immutent, pares eſſe deviationibus etiam ingentibus inducendis, niſi per infernos hiatus habeatur compenſatio, quam utcunque haberi ſæpiſſime videatur admodum veroſimile, adhuc tamen ubique ſatis accuratam eſſe, mihi quidem ſuadere nequaquam poſſum.

283 Deveniendo deinde ad determinationem maſſæ terreſtris, ea obtineri poſſet per hujuſce problematis ſolutionem methodo expoſita in ea adnotatione. Quoniam ſunt loca, in quibus maris æſtus aſſurgit etiam ad 50 pedes, ut in Britanico freto, ac ad multa milliaria protenditur illud ſtratum undæ recens allapſæ, & ſuccedentis æquali ſtrato aeris; pendulum longius conſtitutum in ipſo marium margine, ut ſupra, vel ſtatim poſt aggeres, potiſſimum microſcopio adhibito, debet admodum ſenſibilem deviationem acquirere verſus undam ipſam, ſi denſitas media Telluris non ſit multo major, quam media aquarum denſitas. Erit in fig. 32 *NQ* ſuperficies aquæ infima, *HM* ſuprema, & quoniam maſſæ remotæ parum trahunt, etiam ſi procul a littore elevatio ſit aliquanto minor, ac littora oppoſita ſerpant, & magis diſtent, deviatio pro altitudine pedum 50 debita mediæ denſitati Telluris homogeneæ aquæ erit proximè 2'', 31''', quæ pro aliis altitudinibus erit proximè proportionalis ipſis, & pro diverſa denſitate media Telluris, erit reciprocè proportionalis ipſi denſitati, ut idcirco obſervata altitudine maris ſuccedentis aeri, & deviatione, definiri poſſit ea denſitas, & ex data mole Telluris, etiam ejus maſſa relata ad hæc corpora nobis nota, non tantummodo ad Solem, Jovem, Saturnum, Lunam, quod unum hactenus eſt præſtitum; unde etiam liceret conjicere, an Terra ſit ad centrum uſque perpetuo materiæ ducta plena, an cruſta quædam tantummodo, cum ingenti vacuo nucleo, ut etiam inde de figura Terræ inducta per æquilibrium judicari melius poſſet, cum ea, uti vidimus ſuperiore paragrapho, pendeat a media Telluris denſitate comparata cum denſitate marium.

284 Ad accuratiorem calculum ſatis eſſet determinare accuratius figuram littorum, altitudinem marium circumquaque, reſpondentem datæ cuivis altitudini loci aſſumpti pro obſervatione, & elevationem etiam verſus medium fretum, cujus ſatis accuratè determinandæ ex ipſo littore per majoris teleſcopii micrometrum ratio eſt tuta, & facilis, ex quibus datis determinari poſſet admodum accuratè vis in illam maſſam aquæ allapſæ, ac per eam deviatio debita, ex cujus collatione cum obſervata erueretur denſitas quæſita.

285 Sed ſunt etiam in ſuperficie Telluris loca plurima, in quibus regiis impenſis concludi poſſet muro, vel aggere ingens tractus ſatis altus, ubi valles montibus concluduntur, in quem ex altioribus fontibus deduci poſſet aqua ſuccedens aeri, ac deinde emitti; & inde etiam ope ingentis penduli ad latus conſtituti obſervari deviatio, & comparari cum deviatione computata. Satis eſt meminiſſe illud deviationem ſecundorum ſex reſpondere moli aquæ æquivalenti globo habenti pro radio decimam partem milliaris geographici, cujuſmodi hiatus haudita difficulter concludendi inter aſperos montes non raro occurrunt. Eo pacto poſſet perpetuum quoddam conſtitui velut *Geometrum*, quo impleto, ac evacuato ad libitum, univerſa Terra tanquam ad ſtateram quandam appenderetur, comparata ejus actione, cum actione datæ maſſæ aquæ, datæ molis, & formæ.

SUP.

SUPPLEMENTUM AD LIBRUM QUINTUM

§. I. Ad notas a verſu 124 ad 270.

DE VETERUM CONATIBUS PRO MAGNITUDINE TERRÆ DETERMINANDA.

286 IN præcedentis libri ſupplementis diutius moratum, utcumque omnia, quantum licuit, contraxerim, hic adhuc contractiorem eſſe oportebit, & in iis tantummodo plerumque verſari, quæ ad Noſtrum rite intelligendum neceſſaria erunt. Sed argumentum de magnitudine, & figura Telluris inveſtigata per graduum menſuras a Veteribus, & Recentioribus, quod fere dimidium hunc librum occupat apud Noſtrum, nos aliquanto diutius detinebit, quod argumentum in plures partiri paragraphos, hoc priore, quæ ad Veterum methodos, & obſervationes pertinent, paucis percurremus.

287 Veteres habuerunt Terram pro ſphærica, uti innuimus in adn. ad verſum 124; neque enim hic moramur abſurdas quorumdam imperitiſſimorum Veterum ſententias, quas Riciolius perſequitur Almageſti lib.2 cap.1, ut eſt illa Anaximandri, qui cenſuit columnæ ſimilem, Leucippi, qui cylindro, Cleantis, qui cono, Heracliti, qui ſcaphio, Democriti, qui diſco cavo, Anaximandri, & Empedoclis, qui menſæ planæ, Xenophanis Colophonii, qui deorſum infinitis fultam radicibus per ſummam Naturæ ignorationem exiſtimavit. Nec vero novimus, an Ariſtarchus, & qui Veteres Pythagoræi Telluri motum tradiderunt, quidquam de vi centrifuga, & compreſſa Telluris forma inde proveniente ſubodorarint. Ita autem ſententia de accurata figura ſphærica marium, atque Telluris, abraſis, vel neglectis aſperitatibus extantis continentis, & montium viguit ſæculis omnibus, quorum monumenta ad nos pervenerunt, ut uſque ad ſæculum ſeptimum decimum, nemo de illa, quod ego ſaltem aut noverim, aut nunc meminerim, dubitarit. Argumenta, quibus ejuſmodi ſententia innitebatur, fuſius perſecutus ſum, & ad accuratiorem trutinam revocavi in mea diſſertatione de Veterum argumentis pro Telluris ſphæricitate. Fuerunt autem potiſſimum primo quidem æquilibrii leges, cum nimirum gravitatis vim cenſerent dirigi ad unicum commune centrum, nec niſi illam ſolam conſiderarent; cujus directio cum perpendicularis eſſe debeat ſuperficiei fluidi quieſcentis, uti & ratio, & experimenta docent, nec niſi ſola ſphæra habeat ſuperficiem ubique perpendicularem rectis tendentibus ad datum punctum, neceſſario conſequebatur ſphærica marium figura, cui argumento addebatur & æquilibrium æqualium tantummodo columnarum Telluris conceptæ, ut fluidæ uſque ad centrum, qua ratione Archimedes eſt uſus. Deinde globoſam Telluris formam perſuaſit curvatura perpetua, quam indicabat, & poli elevatio, ac depreſſio tendentibus in Boream, vel Auſtrum, & ortus, ac occaſus anticipatio, vel poſticipatio tendentibus in ortum, vel occaſum indicata ab eclipſibus, conferentibus unius loci horas cum horis alterius, & circularis forma, quæ in marino horizonte ſe ubique oculis objiciebat, & notiſſimum illud phœno-

 menon,

menon, quo adventantibus e mari prius ſummi montes, tum littora, prius domorum tecta, tum limina, ac proſpectantibus e littore prius ſummi mali, & vela, tum ipſæ naves, & ſpuma roſtris eruta apparebant. Sed præ reliquis argumentis ab obſervatione petitis umbra Terræ, quæ in eclipſibus Lunæ circularis apparet ſemper, ſphæricam Telluris formam perſuadebat, cum ſi la ſphærica forma umbram ſolaris diſci, qui circularis cernitur, circumquaque projiciat; eclipſes autem tam ad Orientalem, quam ad Occidentalem plagam quamcunque contingant, & in magna etiam amplitudine ad Boream, & Auſtrum.

288 Verum quid ex æquilibrio deduci poſſit, fuſe vidimus in penultimo ſuperioris libri §, quod quidem argumentum enervat penitus ſententia de gravitatis tendentia orta ex vi compoſita in omnes Terræ particulas, & incerta conſtitutio partium internarum Tellurem ſolidam conſtituentium, & vero etiam externarum, tam exigua ejus parte nota Veteribus, orbe nondum circum navigato, nondum America, & Orientali Aſia detectis, ac Boreali Europa, auſtrali Africa perluſtratis. Argumenta autem petita a curvatura, curvaturam ipſam perpetuam tantummodo, non accuratam ſphæricitatem evincebant, cum nullæ adeſſent, præter incertam quandam oculorum æſtimationem, accuratæ menſuræ, quæ æqualem ubique curvaturam evincerent, nullis accuratis graduum dimenſionibus, quæ inter ſe conferri poſſent, nullis determinatis phænomenorum, quæ enumeravimus, comparationibus inſtitutis cum dimenſionibus rite definitis intervallorum, per quæ acciderent, ac mutationes certas ſubirent, nulla accurata menſura inita ad definiendum, an horizontis marini limbus ſatis accuratè circularis ſit, quam quidem perquiſitionem nunc etiam inutilem reddit refractionum horizontalium inæqualitas, quæ ſæpe eodem tempore horizontem phyſicum ex altera parte attollit magis, quam ex altera. Demum quod pertinet ad Terræ umbram, id quidem, licet ea atmoſphæræ, non Terræ ſit umbra, utcumque haberet vim ſuppoſita nimirum ubique exigua, & ad ſenſum æquali elevatione atmoſphæræ ſupra ſuperficiem Telluris (quanquam ne id quidem ſatis conſtare potuit Veteribus, potiſſimum barometro, quod atmoſphæræ pondus exhibeat, nondum invento) ſed utcumque vim habere poſſet, ſi integrum terreſtris umbræ ambitum, vel ſimul maximam ejus partem in Lunæ diſco ſuſpiceremus, ac dimetiremur accuratè, & formam accuratè circularem ſemper deprehenderemus; at nec arcum niſi exiguum in Luna cernimus, cujus diſci diametro diameter umbræ eſt fere triplo major, & ita incertum reddit umbræ marginem penumbra, ut nihil inde, ne pro illo quidem exiguo arcu, quem videmus, inferri poſſit, nec poſt accuratiſſima aſtronomica inſtrumenta, quibus utimur, quorum inſtrumentorum defectus multo magis incertam apud Veteres reddidiſſet hanc methodum inquirendi in accuratam Telluris figuram, ſi quidquam ſupra incertam oculorum æſtimationem tentandum ea in re ſuſcepiſſent.

289 Inde conſtat ſuppoſitam apud Veteres, non ſatis ſolidis probatam fuiſſe rationibus Terræ ſphæricitatem; videndum nunc, quo pacto ex ejuſmodi ſuppoſitione in magnitudinem inquiſierint ipſius Terræ, & illuſtranda, quæ Noſter propoſuit, & quæ attigimus in adnotationibus ſequentibus, utcunque ſatis elementaria. In adnot. ad verſ. 121 occurrit dimenſio Heratoſtenis,

nis, & ibidem expoſita ſunt principia, quibus innitebatur. In fig. 33 refert T centrum Terræ, A Alexandriam, DAE ſemicirculum hemiſphærii ibi erecti ab Heratoſtene, poſitum in plano Meridiani, sIF radium Solis terminantem arcum AF, per quem extendi debuit umbra ſtyli verticalis AI poſiti in directum cum radio Terræ TA, B Syenem, cujus puteum BH radius Solis verticalis illuminabat ad fundum uſque, qui radius idcirco ſupponebatur proveniens a Sole verticali ita, ut ejus productio in directum eſſet ipſe radius Terræ BT. Aſſumptis ob immanem Solis diſtantiam radiis Fs, TS pro parallelis, habitus eſt angulus ATB pro æquali alterno AIF, cujus arcus AF cum eſſet ex obſervatione pars quinquageſima circuli maximi ejus hemiſphærii, habitus eſt hujus arcus AB pro parte quinquageſima circuli itidem maximi ſphæræ terreſtris, & cum hic ex viatorum æſtimatione eſſet 5000 ſtadiorum, intulit Heratoſtenes circulum Terræ maximum continere ſtadia 5000×50, nimirum 250000. F.33

290 Plura falſo aſſumpta, quæ hujuſmodi determinationem reddiderunt erroneam, habentur in adn. ad verſ. 161, quibus correctis methodus pro illis temporibus fuiſſet utcunque opportuna. Quod pertinet ad paralleliſmum radiorum; ſi radii provenirent ab eodem Solis puncto, haberi utique poſſent pro parallelis. Si enim concipiatur, puncta S, & s coire in unicum punctum, angulus IST eſſet perquam exiguus. Nam integer Terræ radius TK viſus e Sole eſt tantummodo ſecundorum $10\frac{1}{2}$, quanta eſt parallaxis horizontalis Solis juxta n. 70, & 105. Eſt autem TK circiter pars ſexta peripheriæ terreſtris, & IB, ſeu AB intervallum illi ad ſenſum parallelum pars quinquageſima, adeoque hoc ad illud, ut 6 ad 50, ſive ejus pars minor quam octava, quæ idcirco videri debet e Sole ſub angulo paullo majore, quam unius ſecundi. Et is error committeretur in angulo ATB aſſumpto pro æquali AIF, a quo debet deficere, quod quidem in unum gradum circuli terreſtris, qui eſt minor quam ſeptima pars totius arcus AB continentis $7^{\circ}\ 12'$, induceret errorem fractionis exiguæ unius ſecundi. At poſſunt ii radii non provenire ab eodem puncto Solis. Nam umbra AF terminatur a puncto ſupremo diſci ſolaris, non a centrali radio, ut patet, ac ad illuminandum totum puteum utcunque profundum, & arctum uſque ad fundum, ſatis eſt, ſit verticale quodcunque punctum diſci ſolaris; quod quidem punctum ſi fuerit imum punctum diſci, in accipiendo paralleliſmo committitur error æqualis toti diametro ſolari, nimirum circiter dimidii gradus; quod inducit errorem fere $4'\frac{1}{2}$ in ſingulos gradus, nempe errorem fere $\frac{1}{13}$ totius.

291 Ea methodus pro accuratioribus perquiſitionibus, cujuſmodi hodie in uſu ſunt; eſt minus apta erroribus etiam correctis, quia determinatio umbræ ſtyli ſatis accurata haberi nequaquam poteſt ob penumbram. Quamobrem quadrantes vel ſectores requiruntur, qui accurate determinent angulum FIA oppoſitum ad verticem angulo ZIS diſtantiæ a zenith limbi Solis utriuſlibet, & ad definiendam in B diſtantiam itidem a zenith ejuſdem limbi, ſi Sole uti libeat, ac præterea & refractionis habenda ratio, quæ pro 7 gradibus eſt circiter $8''$, & minuit diſtantiam apparentem in A a zenith.

292 In adn. ad verſ. 183 habetur methodus prior Poſſidonii, qui uſus Canopo ſtella aſſumpſit binas ejus poſitiones, alteram Rhodi, ubi horizon-

 tem

tem ſtringebat, alteram Alexandriæ, ubi ſimul ad meridianum appellens elevabatur ſupra horizontem parte $\frac{1}{48}$ totius cæleſtis circuli, ſive gradibus 7. Si obſervatio accurata fuiſſet, rite inde intuliſſet arcum inter eas urbes contentum eſſe $\frac{1}{48}$ totius terreſtris ambitus. Cum enim horizon diſtet a zenith per unum quadrantem, oporteret arcum inter bina zenith interceptum eſſe itidem $\frac{1}{48}$ circuli cæleſtis, a cujus altero diſtaret ſtella $\frac{1}{48}$ parte ejuſdem circuli minus, quam ab altero. Arcus autem terreſtris eſt ſimilis arcui cæleſti inter bina zenith in hypotheſi Telluris ſphæricæ, ut itidem patet.

293 Verum & huic determinationi obſunt plura, quæ in eadem adnotatione innuimus, inter quæ refractio horizontalis & ingens, & admodum incerta, ac varia juxta num. 40, rem prorſus omnem perturbat. Fixarum obſervatio, ut infra videbimus, eſt omnium aptiſſima ad graduum menſuram, ſed Fixarum, quæ proximæ zenith habeant refactionem exiguam, & ſatis certo definitam, non quæ proximæ horizonti habeant ingentem, & incertam.

294 In adn. ad verſum 212 habetur altera Poſſidonii methodus per intervallum, per quod gnomones verticales umbram non projiciunt in meridie.
F.34 Sint in fig. 34 *TS*, *Ts* binæ rectæ jacentes in plano meridiani, & tangentes globum Solis *Ss*, quæ incurrant in arcum *I*, *i* meridiani terreſtris. Satis patet ſtylos verticales *IC*, *ic*, & omnes alios, qui inter illos erigantur, nullam debere umbram projicere in meridie; ſtylos autem *AB*, *ab* projecturos umbram *AD*, *ad* terminatam a radiis *EBD*, *ebd* provenientibus a punctis *E*, *e* paullo ulterioribus. Arcus *Ii* carens umbra metitur angulum *ITi*, ſive *STs*, qui eſt diameter apparens Solis viſi, e centro Terræ: & quoniam diametri apparentes ſunt reciprocè, ut diſtantiæ, ſemidiameter autem Terræ *TI* habetur jure inſtar puncti reſpectu diſtantiæ a Sole, ſemidiameter viſa ex *I* accipi poteſt pro eadem, ac ſi videretur ex *T*; ſi fiat, ut diameter apparens Solis ad unum gradum, ita arcus meridiani terreſtris, per quem nulla apparet umbra, ad quartum, habebitur menſura unius gradus, & per eam integer ambitus Terræ.

295 Difficultates contra hanc methodum habentur in eadem adnotatione petitæ a difficultate definiendi ſatis accuratè limites, in quibus incipiat, & deſinat umbra verticalium corporum eſſe nulla, ob penumbram, & difficultate ſumma determinandi apparentem diametrum ante inventa teleſcopia, & micrometra; accedit nimis exiguus tractus aſſumptus, pro menſura totius circuli, qui eſt circiter dimidii gradus, ut Solis apparens diameter, ut idcirco error in eo tractu commiſſus creſcat, ubi per ipſum definiatur unus gradus, qui decreſcit, ſi adhibeatur tractus aliquot graduum. Cæterum cum hæc methodus Solem verticalem adhibeat, evitat difficultatem petitam a refractionibus,

296 Additur in eadem adnotatione, caſu hanc methodum inter omnes veteres exhibuiſſe minime omnium erroneam menſuram gradus. Ea quidem exhibuit milliaria Romana antiqua 75, Nos gradum in Italia invenimus hexapedarum Pariſienſium 56979, ut infra videbimus, ſive reductis menſuris, eorum milliarium $74\frac{1}{2}$, quam proxime, & gradus ſub Tropico, ubi ea obſervatio inſtituta eſt, debuit eſſe paullo brevior ita, ut dum aliæ me-

thodi

thodi errorem induxerant plurimum milliarium, hæc ne unius quidem milliaris errorem induxerit.

297 In adn. ad verſ. 236 occurrit dimenſio Arabum per poli altitudinem; qua in patentibus campis obſervata, progreſſi ſunt recta in Boream, donec eadem uno gradu major inveniretur, quem Terræ tractum habuerunt pro uno gradu terreſtris circuli. Si altitudo poli accuratè definiatur, conſtat methodum rite procedere; ſi enim ab eodem polo alter horizon diſtat plus, quam alter; uno gradu, diſtat itidem & alterum zenith plus, quam alterum; quæ puncta ſi in eodem arcu ejuſdem meridiani jacent, differentia illa diſtantiarum binorum zenith a communi puncto eſt ipſa diſtantia inter eadem bina zenith; quæ diſtantia idcirco erit unius gradus, adeoque unius gradus etiam arcus terreſtris inter bina loca, quibus ea bina zenith verticaliter imminent.

298 Ibidem additur, cur incerta ſit ea dimenſio, cum nimirum nec conſtat, quibus menſuris ſint uſi ad illum terreſtrem camporum tractum definiendum (ei malo mederi potuiſſet ſaltem quamproxime menſuræ communis determinatio per pedem horarium ab Hugenio inventum ope penduli ad minuta ſecunda oſcillantis; de qua egimus ſupra num.260); nec qua ratione determinaverint poli altitudinem. Ea definiri ſolet capiendo altitudinem ſupra horizontem maximam, & minimam ejuſdem Fixæ circumpolaris, ubi ad meridianum appellit ſupra, & infra polum; nam altitudo poli eſt media arithmetica inter illas binas altitudines obſervatas. Verum & inſtrumenta requiruntur accuratiora, quam, quæ tum in uſu fuerint, & refractionis habenda eſt ratio, cujus an illi rationem habuerint, non conſtat; & ſi Fixis utendum eſt; ſine determinatione ipſius polaris altitudinis, quæ per bina obſervationum ejuſdem Fixæ binaria perficitur, ſatis eſt adhibere in locis ſingulis obſervationes ejuſdem Fixæ, ut habeantur binæ ejus maximæ altitudines ſupra horizontem; ſive minimæ diſtantiæ a zenith, quæ ſolæ binorum zenith diſtantiam definiunt. Verum & ubi Fixarum uſus eſſe debeat, multo ſatius eſt, uti ſupra monuimus; Fixas adhibere proximas zenith, quam proximas polo, ad evitandos nimirum refractionum errores, & ad faciliorem, certioremque determinationem per ſectores majoris radii verticaliter erectas.

299 Omnes hæ Veterum methodi exhibebant immediate aliquem circuli cæleſtis arcum, per quem immediate obveniret circumferentia circuli Terræ maximi; ex qua deinde diametrum eruebant ope rationis circumferentiæ ad ad diametrum, quam Archimedes definivit 22 ad 7, & quæ multo veræ propior exhibetur ab illis notiſſimis numeris 355 ad 113. Atque hinc patet illud, quod initio libri 4 Noſter propoſuit, & innuimus in adn. ad verſ. 100 ejuſdem libri, ac in §. 1 ſupplementorum libri ejuſdem huc remiſimus illuſtrandum: homines nimirum, inventa Geometria, & exculta per minora camporum intervalla, ac montium altitudines, primo quidem peripheriam terreſtrem determinaſſe, tum diametrum, ex ea nimirum deductam. Verum methodi & diametri immediatè definiendæ pares a Recentioribus, & inventæ ſunt, & adhibitæ, ut conſtabit ſequenti §, in quibus etiam evidentius perſpicitur, quo pacto a dimenſionibus agrorum, & montium itum ſit ad Tellurem, & inde in Cælum, ac Geometria a neceſſitate Naturæ velut ad luxum quendam traducta: ſed eæ methodi parum itidem felices extiterunt, nec ad abſolutam accurationem idoneæ eſſe poſſunt. Sed de eo aliquid ſequenti §.

§. 2. Ad notam in verſ. 270. &c.

DE PRIMIS RECENTIORUM CONATIBUS PRO DETERMINANDA MAGNITUDINE TELLURIS.

300 STatim poſt reſtitutam ſæculo decimoſexto Aſtronomiam, quæ diu tam diuturna tot præcedentium ſæculorum barbarie velut obruta cum cæteris omnibus bonis ſtudiis jacuerat, de magnitudine Telluris determinanda cogitari eſt cœptum, & quidem uſque ad Richerianum compertum gravitatis inæqualis, evulgatum ſub finem ſæculi ſuperioris, & inæqualitatem graduum accuratius definitorum deprehenſam paullo poſt, ſemper ex hypotheſi Telluris ſphæricæ. Plura ejuſmodi tentamina extiterunt vix iterum ortis, vel adhuc adoleſcentibus hiſce ſtudiis, quorum bina tantummodo Noſter attingit Fernellii in Gallia, & Riciolii in Italia.

301 Et Fernellius quidem uſus methodo nimis craſſa potiſſimum ad intervallum terreſtris arcus dimetiendum, nihil certi, & accurati præſtare potuit. Riciolius incredibili induſtria, & inſtrumentorum pro eo tempore apparatu, vitio methodi, cui fidebat maxime, gradum auxit circiter $\frac{1}{11}$ ſui par-F.35 te. En ejus methodum ex Geographiæ Reformatæ lib. 5 cap. 33. In fig. 35 exhibet *C* centrum Terræ, *BA* montem Paternum Bononiæ, *MD* Mutinenſem editiſſimam turrim. Obſervavit angulum *CAD* = 89°, 26', 13'', 27''', *CDA* = 90°, 15' 7'', quibus ſubductis a 180, relictus eſt angulus *ACD* = 18', 39'', 33'''; intervallum *AD* invenit paſſuum Bononienſium 20016 $\frac{10}{504}$; unde intulit gradum eorundem paſſuum 64363; qui adhibita ratione pedis Bononienſis ad Pariſienſem 1682 $\frac{2}{5}$ ad 1440, & paſſus ad hexapedam 5 ad 6, reducitur ad hexapedas 62665. Cum vero gradus in Italia obvenerit Malrio, & mihi hexapedarum 56979; differentia evadit 5686, pars $\frac{1}{11}$ hujus poſterioris.

302 Et quidem incredibilem in angulis capiendis adhibuit diligentiam, uſus ſatis longa aquæ ſtagnantis ſuperficie, ſummam itidem adhibuit induſtriam in deducendo intervallo per triangula, & baſim actuali menſura definitam, curam itidem ſummam in comparandis inter ſe menſurarum modulis; ac redacto hoc ſuo gradu ad milliaria Romana antiqua proximè 81, omnem itidem conatum intendit, ut aliorum menſuras correctionibus adhibitis ad hanc ſuam adduceret. Verum ipſi refractiones in primis impoſuerunt, quarum nullam rationem habuit, tanquam ſi in imo aere iis ſaltem diei horis, quibus ad vaporum vim evitandam obſervationes inſtituerat, refractio nihil poſſet. At ea poteſt utique ſemper, ubi radius per ſatis ingentem tractum progreditur, in quo ob Terræ curvaturam debet mutare diſtantiam a ſuperficie Telluris, & diverſæ denſitatis atmoſphæram permeare. Refractio attollit objecta, & ejus vi linea viſualis *AD* attollitur ad *AE*, & *DA* ad *DF* tangentes curvæ *AID*, quam radius percurrit. Hinc anguli *CAD*, *CDF* proveniunt majores juſto, & angulus *ACD* juſto minor; unde ubi fit, ut angu-

lus

lus *ACD* ad unum gradum, ita intervallum *BM* ad intervallum debitum uni gradui, manente ſecundo, & tertio termino, quartus provenit major juſto in ea ratione, in qua primus eſt minor.

303 Porro plerumque illud deprehendi ſolet in hujuſmodi obſervationibus circumterreſtribus, ubi montes adhibentur, ut angulus *BCM* obveniat $\frac{1}{9}$ ſui parte minor juſto. Ipſi, qui alteram ſtationem habuit humiliorem in Turri Mutinenſi, & horas ſelegit, quibus purgatiſſimus eſſet aer, error obvenit aliquanto minor, partis nimirum $\frac{1}{11}$; nam fere totum errorem deberi refractionibus crediderim ob tantam in cæteris omnibus adhibitam curam, quanquam aliquem errorculum & illa dimetiendorum angulorum ratio parere omnino debuit, & tractus trientis gradus erat nimis exiguus, errore multiplicato, dum itur ad gradum integrum. Addidit ille quidem ad hanc determinationem confirmandam & alias methodos, adhibitis obſervationibus Aſtronomicis nonnullis, ſed & per ſeſe minus idoneas, & Aſtronomia nondum ſatis exculta, minus accuratas, quam ob cauſam ab iis etiam in eundem errorem inductus eſt.

304 Et quidem methodus, quam propoſuimus, ob admodum incertas in primis, & varias prope horizontem refractiones objectorum etiam alte intra atmoſphæram depreſſorum nunquam ſane ita perfici poterit, ut uſui eſſe poſſit; cæterum ipſa eſt omnium aptiſſima ad videndum progreſſum, quo humana mens ab agrorum dimenſione Geometriam traduxit ad dimetiendam Telluris diametrum, & inde ad aſtrorum diſtantias definiendas ſeſe extulit. Ubi enim terreſtres diſtantias dimetimur, baſim aliquam definimus actuali menſura, ex qua & binis angulis obſervatis deducimur ad tertium angulum, tum ad latera, ac ex lateribus eo modo inventis, & binis angulis iterum obſervatis in extremis inventorum angulorum punctis progredimur, ut patebit ſequenti §, ad alia aliorum triangulorum latera determinanda. Sic ibi potuiſſet Riciolius ipſa obliqua rectilinea diſtantia *AD* per triangulorum ſeriem definita ſine illius reductione ad diſtantiam *BM* horizontalem, vel potius horizontali proximam in triangulo *CDA* factis, ut ſinus anguli *C* ad ſinum *CAD*, ita *AD* ad *CD*, eruere immediate ſemidiametrum, ex qua deinde per eandem Trigonometriam aſcenditur ad Lunam, tum ad Solem methodis, quas expoſuimus §. 1 libri præcedentis. Verum & hic refractio obeſt, & ubi in Cælum aſſurgitur, tot difficultates occurrunt, quemadmodum ibi expoſuimus, ut quæ methodi directæ videntur prima fronte omnium aptiſſimæ ob theoriæ ſimplicitatem, plerumque fato quodam conditionis humanæ fiant maximæ omnium ineptæ, & per ambages ſæpe indirectas ægre demum eo, quo tenditur, liceat evadere.

305 Norwoodus in Anglia, & Snellius in Hollandia aſtronomicis obſervationibus uſi, ac meridiani arcum dimenſi eam rationem ſecuti ſunt in gradu dimetiendo, quam nunc adhibemus, & §. ſequenti explicabimus; ſed Aſtronomia itidem nondum ſatis exculta, erroneum uterque gradum obtinuit. Et Norwoodus quidem, quem Newtonus prop. 19 lib. 3 commemorat, dimenſus diſtantiam Londinum inter, & Eboracum pedum Londinenſium 905751, & obſervando differentiam latitudinum 2°. 28', collegit menſuram unius gradus pedum 367196, quos Newtonus reducit ad hexapedas 57300. Is gradus ſi

cum iis conferatur, quos nunc obtinemus, eſt 250 circiter hexapedis juſto major, licet Newtono viſus ſit ſatis vero proximus ob conſenſum cum gradu definito in Gallia a Jo. Dominico Caſſino hexapedarum 57292, quem quidem erroneum eſſe conſtitit, ut infra docebimus, menſuris a filio, & nepote iteratis pluribus vicibus, & correctionibus pluribus adhibitis.

306 Et quidem, quod ad Norwoodi menſuram pertinet, ego quidem haud ſcio, an ullus ejus obſervationes iteraverit, & invenerit, ubi & qui error commiſſus ſit; in Snellii gradum plures inquiſiverunt poſt ipſum, & alias poſt alias correctiones propoſuerunt. Is quidem ingentem ordinaverat triangulorum ſeriem, cujus ope diſtantiam obtineret ad directionem meridiani redactam inter bina extrema loca obſervationibus aſtronomicis deſtinata; prorſus uti nunc fit, & intervallo, ac arcu cæleſti intermedio definitis, invenerat eum, qui redactis menſuris evadit hexapedarum 55020. Eum Muſſchembroekius, rectificatis triangulis, & recentis obſervationibus aſtronomicis ipſius Snellii reduxit ad hexapedas 57033: Jacobus Caſſinus repetitis etiam obſervationibus aſtronomicis anno 1701 invenerat 56496, Caſſinus vero de Thury novam baſim dimenſus, ſed paternis adhibitis obſervationibus produxit iterum ad hexapedas 57145; ſed optandum eſſet, ut ipſæ obobſervationes aſtronomicæ iterarentur, quæ quidem initio hujuſce ſæculi nondum ad eam accurationem devenerant, quæ in tam ſubtili inveſtigatione requiritur.

307 Feliciore exitu ex fortuita errorum plurium compenſatione ad menſuram gradus veræ quamproximam evaſit ſub finem ſuperioris ſæculi Piccardus in Boreali Gallia. Is enim Ambianum, inter & Malvoiſinam ex intervallo, quod ipſi obvenerat, 1°, 22', 55", definiverat gradum hexapedis 5760. Hunc Maupertuiſius primum in opuſculo edito ſtatim poſt regreſſum ex Laponia correctione adhibita, quam Fixarum motus a Picarto neglectus requirebat, reduxit ad hexapedas 56925, tum iteratis ejus obſervationibus aſtronomicis iterum immutavit redactum ad hexapedas 57183; at Caſſinus de Thury cum Caillio, invento in ipſa etiam Piccartiana baſi errore, qui aſtronomicarum obſervationum errorem fere accurate corrigeret, reduxerunt iterum ad hexapedas 57074 menſuram quamproximam primæ 57060, quæ quidem poſtrema correctio baſeos licet quinquies coram multis teſtibus ad trutinam revocata, obſervationibus intra paucos digitos conformibus, nihilo tamen minus impugnata iterum, & in ſuſpicionem adducta, ab omni, ut ego arbitror, dubitationis alea eſt penitus liberata a novis obſervationibus juſſu Academiæ inſtitutis ab illa nova Academicorum turma, quæ ſuas cum ejus approbatione ſuperiore anno typis impreſſas evulgavit. Inde autem vel in hoc ſolo Piccarti gradu facile conſtat, per quas ambages, & inter quos errorum ſcopulos ad veritatem emergat humana mens.

308 At nihilo minus perſpicuum humanæ conditionis exemplum, ſed infelicius, quia ſine errorum compenſatione, apparuit in gradu illo Jo. Dominici Caſſini, quem, quanquam, veluti nunc ex tam multis, & accuratiſſimis nepotis menſuris certo conſtat maxime erroneum, Newtonus ut maxime tutum adhibuit; quem nimirum is accepto medio ex arcu 6°, 18' in Auſtrali Gallia inter Obſervatorium Pariſienſe, & villam Coliovre deduxerat hexapedarum 57292 fere 250 hexapedis longiorem vero. Eum Jacobus filius

ſilius in Comment. Acad. Pariſ. ad ann. 1718 reduxit ad hexap. 57097, ut innuimus in adn. ad verſ. 580. Idem autem nunc demum reducitur ad hexapedas 57047, ſi aſſumatur medium inter 9 gradus, quos Caſſinus de Thury ejus nepos, in Gallia Auſtrali definitos a ſe, & Caillio, propoſuit in opere memorato *Meridienne Verifieè*, in quo quidem & artis obſervandi ad ſupremum jam evectæ apicem, & diligentiæ ſummæ atque induſtriæ vis omnis emicat, & ubique ſe prodit.

309 Atque hic quidem primus Caſſini gradus collatus cum Piccartiano, & cum alio, quem Jacobus Caſſinus paternis menſuris Dunkerkam uſque, per Borealem Galliam produxerat, qui tum pariter inventus hexapedarum 56960, paterno multo minor obvenerat, quæſtiones omnes initio hujuſce ſæculi movit de figura Telluris, ac tot meditationibus, tot celeberrimis expeditionibus occaſionem præbuit, ad ipſam figuram, a qua & vera magnitudo pendet, determinandam, de quo argumento agemus pluribus ſequentibus paragraphis. Hic interea concludendum illud, poſt tam multos, tam diuturnos tot hominum doctiſſimorum labores, adhuc, quod ad magnitudinem Telluris determinandam pertinet, nihil ex hiſce primis Recentiorum conatibus ſatis certo conſtitiſſe, quanquam dubiorum limites ſenſim ſemper magis contracti ſint: dum enim diſcrimen inter gradus a Snellio, & Riciolio propoſitos eſt hexapedarum 7645, plus quam octava prioris pars, diſcrimen inter primum hunc Caſſini, & Piccarti gradum eſt hexapedarum tantummodo 232, nimirum $\frac{1}{246}$ pars hujuſce poſterioris.

310 Aſſumpto medio inter hoſce poſtremos gradus, vel adhibito altero, facile inde ex hypotheſi Telluris ſphæricæ obtineretur tota Terræ circumferentia graduum æqualium 360; & ex ea diameter; ſed poſt recentiſſimas obſervationes tam multas, tanto apparatu inſtrumentorum, tanto Obſervatorum labore, tantis Principum munificentiſſimorum ſumptibus peractas, de quibus agemus §. 5, priores illæ dimenſiones evaſerunt jam prorſus inutiles. Iis igitur hic omiſſis agemus ſequenti §. de ipſa ratione dimetiendorum meridiani graduum, ut illuſtrentur ea, quæ Noſtrum ſecuti propoſuimus in adnotationibus a verſ. 386 ad 547.

§. 3. Ad notam in verſ. 386. &c.

DE DIMENSIONE GRADUUM MERIDIANI, ET PARALLELI.

311 PRimo quidem *meridianus terreſtris dicitur illa curva, quæ oritur in ſuperficie Telluris, ſi ea ſecetur plano per axem converſionis diurnæ, & unus ejus gradus dicitur is ejus curvæ tractus, ex cujus extremis punctis ductæ in ejus plano duæ rectæ perpendiculares ad ipſum curvam continent, ubi concurrunt, angulum unius gradus. Parallelus autem dicitur curva, quæ oritur ſectione perpendiculari ad axem*, & ejus gradus eodem pacto definitur reſpectu ipſius. Hæ definitiones ſunt generales, quæcumque ſit figura Terræ, quæ ubi ſphærica concipiatur, meridianus erit, ut patet,

ret, circulus ejus ſphæræ maximus, & rectæ illæ perpendiculares concurrent in centro, in quo cum gradum continebunt. Quod ſi eæ perpendiculares contineant angulum majorem, vel minorem, ille arcus curvæ dicetur tot graduum, vel minutorum, quot erunt ejus anguli menſura. Parallelus autem erit
F.36 circulus habens centrum in axe. Sit in fig. 36 *AB* arcus ejus curvæ, *DA*, *EB* binæ normales ad ipſam curvam, quæ productæ concurrant in *C*. Si angulus *ACB* fuerit aliquot minutorum, vel unius gradus, duorum, trium; arcus *AB* dicetur totidem minutorum, vel gradus unius, duorum, trium, & patet ad determinandum meridiani gradum in menſuris datis, ut in hexapedis Pariſienſibus, duo requiri; menſuram anguli *ACB* pertinentis ad aliquem arcum meridiani *AB* in gradibus, minutis, ſecundis, & menſuram intervalli *AB* in iiſdem illis menſuris datis, ut hexapedis. Si enim angulus *ACB* inventus fuerit accuratè unius gradus, is ipſe tractus *AB* exhibebit unum gradum; ſecus habito arcu *AB* pro accuratè, vel proximè circulari, fiet, ut angulus *ACB* ad unum gradum, ita intervallum *AB* ad quæſitam unius gradus menſuram.

312 Si ſuperficies Terræ non eſſet aſpera, & ſcabra, ſed polita, & lævis, liceret erigere lineas *AD*, *BE* perpendiculares ad ipſam ſuperficiem in plano ejus circuli, quibus deorſum continuatis, ſi poſſet penetrari in intima ipſius Terræ viſcera uſque ad earum concurſum in *C*, liceret ibi actuali menſura determinare angulum *ACB*, qui arcum *AB* denominet. Sed quoniam neutrum licet, definimus pro gradu meridiani verticales lineas *DA*, *EB* ope penduli, cujus filum cum debeat ſequi directionem gravium, debet habere directionem rectæ perpendicularis ad totam ſuperficiem, &, ſi Terra ſit ſolidum ortum rotatione curvæ cujuſpiam circa axem, jacere in plano illius curvæ *AB* poſitæ in ſuperficie ipſa, ac eæ rectæ productæ ad partes *D*, & *E*, abirent ad bina zenith locorum *A*, *B* aſſumpta in immenſa illa cæleſti ſphæra Telluri concentrica, quam §. 1 lib. 4 concepimus, ut adeo angulus *ACB* ſit diſtantia illorum ipſorum zenith conſiderata in arcu cæleſtis meridiani pertinentis ad illam immenſam ſphæram.

313 Ad angulum *ACB* definiendum utimur Fixa quapiam, ut *F*, dum ad meridianum appellit, determinando in *A*, & *B* angulos *DAF*, *EBF*, qui exhibent apparentem Fixæ diſtantiam ab illis zenith, & ſi Fixa jaceat inter bina zenith, ut *F*, aſſumitur pro angulo *ACB* ſumma eorum angulorum; ſi jaceat extra, ut *f*, aſſumitur eorum differentia. Nam angulus externus *ADF* æquatur binis *ACF*, *AFC* internis, & oppoſitis, & angulus *EBF* binis *BCF*, *BFC*; adeoque bini anguli *DAF*, *EBF* ſimul æquantur binis *ACB*, *AFB* ſimul, nimirum, cum angulus *AFB* ſit ad ſenſum nullus ob immanem diſtantiam Fixarum (eſſet enim uno ſecundo minor etiam, ſi terminaretur ad Solem), ſoli angulo *AFB*; & ſimilis eſt demonſtratio pro differentia reſpectu *f*.

314 Menſura igitur anguli *ACB*, ſive arcus cæleſtis inter bina zenith reſpondentis arcui terreſtri *AB*, reducitur ad menſuram anguli, quem recta verticalis indicata a filo penduli continet cum recta tendente ad Fixam. Id præſtatur ope quadrantis Aſtronomici, ut cum Noſtro diximus in adn. ad verſ. 386; vel potius ope longioris ſectoris. Quadrans, quem Noſter deſcribit, exprimi-
F.37 tur in fig. 37. Teleſcopium *CG* affigitur lateri *BA*, & dirigitur ad Fixam *F*. Exprimit *BIE* quartam peripheriæ circularis partem, cui occurrit in *I* filum

AI pen-

AP penduli pendentis a centro *A*; quod ſi concipiatur productum ſurſum in D, angulus *DAF* erit idem, ac in fig. 36; erit nimirum quæſita illa diſtantia a zenith.

315 Quoniam in dimetiendis gradibus utimur Fixis proximis ipſi zenith; pro toto quadrante *BIE* adhibetur ſector paucorum graduum hinc, & inde a teleſcopio *CG*, quo pacto facile aſſumi poteſt inſtrumentum etiam longius, radio nimirum 9, vel 10 pedum; quod ſi in totum quadrantem extenderetur, molem haberet immanem, & ad eos uſus transferri, ac tractari omnino non poſſet.

316 Porro, quæ & in conſtructione, & in uſu quadrantis, ac ſectoris neceſſaria ſunt, fusè perſecutus ſum opuſculo 4 Expeditionis Litterariæ, ubi plures methodos exhibui & rectificandi ea inſtrumenta, & errores æſtimandi, corrigendique, ac univerſam praxim ad eam rem neceſſariam evolvi diligentiſſimè. Satis eſt monere illud, quod & primo ſuperioris libri §. monui, eo jam deventum eſſe in inſtrumentorum apparatu, & uſu, ut ſi inter plures plurium dierum obſervationes ejuſdem Fixæ ſatis diligenter inſtitutas ac ritè reductas aſſumatur medium, id a ſingulis obſervationibus plerumque ne uno quidem integro minuto ſecundo diſſentiat.

317 Reductione autem eſt opus multiplici, ubi plurium dierum obſervationes adhibentur, ex multiplici Fixarum motu. De Fixarum motibus egimus num.58; tres autem motus, qui mutant diſtantiam a zenith, commemorat hic Noſter juxta adn in verſ.547, pro quibus motibus omnibus habemus demum & tabulas a Caillio computatas in ſummum Aſtronomorum commodum in egregio, & immortali opere, quod inſcripſit *Fundamenta Aſtronomiæ*, ut in illo §. monuimus, oportet itidem adhibere correctiunculam ex refractione juxta adn. in verſ. 386, de qua egimus §. 1 lib.4. Verum ſatis eſt eam non ſingulis obſervationibus, ſed toti arcui cæleſti demum adhibere, cum in exiguis diſtantiis a zenith, ut ibidem vidimus, ſit ipſi diſtantiæ proportionalis, & pro duobus, vel tribus gradibus, ſit proximè duorum, vel trium ſecundorum. Ea vera cum Fixas ipſi zenith admoveat diſtantiam apparentem minuens, addenda eſt arcui invento per obſervationes non correctas, ut habeatur arcus correctus.

318 Jam quod pertinet ad intervallum terreſtre *AB* fig. 36, ſi ſuperficies F. 36
Terræ eſſet polita, & lævis, liceret in *A* meridianam lineam ducere, tum in ejus directione progredi applicando modulum aliquot hexapedarum, uſque ad alteram ſtationem *B* ſatis remotam, & eligandam pro obſervationibus aſtronomicis inſtituendis. Sed quoniam id non licet, eliguntur bina loca *A*, & *B* ſatis inter ſe diſtantia, quæ conſtet parum abeſſe ab ejuſdem meridiani directione, tum aſſumuntur plures ſtationes editorum locorum hinc, & inde a directione ipſius meridiani craſſo modo æſtimata, ut ordinari poſſit ſeries continua triangulorum ab *A* ad *B*, ſive poligonum, de quo egimus in adnot. ad verſ. 437; & requiritur ſaltem una baſis rectilinea poſita in aliqua planitie, quæ actuali menſura definiri poſſet, & ex cujus extremo altero ad binas ſtationes proſpectus pateat, ex altero ſaltem ad earum alteram, ex qua nimirum, & obſervatis angulis in ipſis ejus extremis, ac in omnibus poligoni ſtationibus, omnia poligoni latera, & omnes ipſorum reſpectivæ poſitiones

ad ſt

ad ſe invicem innoteſcant; ſed præſtat binas ejuſmodi habere baſes, quarum altera alterius deductiones confirmet.

F.38 319 Poligonum refert fig. 38. *A*, *B* ſunt extrema puncta ſelecta pro obſervationibus aſtronomicis; *C*, *D*, *E*, *F*, *G* ſunt ſtationes intermediæ, per quas procedit continua ſeries triangulorum *ACD*, *CDE*, *DEF*, *EFG*, *FGB*: binæ baſes ſunt *HI*, & *KL*, & prima connectitur cum latere *AC* per duo triangula *HCI*, *AIC*, ſecunda cum *BG* per duo *KBL*, *LBG*. Habita baſi *HI*, & obſervatis omnibus angulis omnium ejuſmodi triangulorum, primo quidem videre licet, an omnes tres anguli cujuſvis trianguli ſint æquales duobus rectis, & a differentia, quæ ſemper erit aliqua ob difficultatem obſervandi, innoteſcet, quam exacta fuerit obſervatio; quæ differentia ſi fuerit paucorum ſecundorum, negligi poteſt; iis per tres angulos diſtributis ita, ut iidem correcti æquentur duobus rectis. Tum in triangulo *HCI* factis, ut ſinus anguli *HCI* ad ſinum *IHC*, ita *HI* ad *IC*, obtinetur *IC*: eodem pacto in triangulo *IAC* ex angulis *A*, & *I*, ac latere *IC* invenitur latus *AC*, tum in tri. *ADC* ex angulis omnibus, & latere *AC* inveniuntur *AD*, *CD*, & ita porro devenitur ad extremum latus *BG*, ex quo latus *BL*, tum baſis *LK* calculo erui poteſt, ut innoteſcat, an eadem ſit, quæ ex immediata obſervatione eruitur.

320 Porro quæ induſtria adhibenda ſit in dimetienda baſi, quæ inſtrumenta ad eam rem idonea ſint, quæ correctiones adhibendæ, quæ comparatio menſuræ cum modulo ab aliis adhibito in eadem re verſatis; quid in ſtationum delectu obſervandum, quæ ſigna in ipſis ſtationibus erigenda ad certam collineationem, quæ adhibenda correctio, ubi, quod plerumque accidit, ex ipſo ſigni centro obſervatio inſtitui non poteſt; qui anguli obſervandi, & qua methodo ope quadrantis inſtructi regula deferente alterum teleſcopium, & mobili circa centrum ipſius quadrantis, ut & illud, qui errores committi poſſint, ac timeri, atque alia ejuſmodi ſatis multa fuſe perſecutus ſum in illo eodem opuſculo totam hanc ipſam & theoriam evolvens, & praxim, tum quod pertinet ad ea, quæ diximus, tum quod ad ea, quæ ſuperſunt, quæ quidem hic tantummodo curſim attingimus.

321 Dicendum nunc de binis reductionibus poligoni, de quibus egimus in adnotationibus ad verſ. 479, & 500. Prima reductio eſt poligoni ad planum horizontale; nam ejus latera temere jacent inclinata alia magis, alia minus ad horizontem, ad quem reduci debent per rectas a ſingulis ſtationibus demiſſas perpendiculariter in ipſum. En methodum, quam Noſter propoſuit,

F.39 verſibus utcunque perviam. Sit in fig. 39 unum e triangulis *ADC* reducendum ad planum horizontale tranſiens per *A*. Concipiantur *Dd*, *Cc* perpendiculares ſuperficiei Terræ habitæ pro plano quodam horizontali ob exiguam in exiguo tractu curvaturam, & rectæ *Dd* occurrat in *N* recta *CN* parallela *cd*, cui & æqualis erit. Habebitur angulus *DAd* elevatio ſtationis *D* viſa ex *A* ope quadrantis fig 37, in qua cum arcus *BI* metiatur diſtantiam a zenith, arcus reſiduus *IE* metitur elevationem ſupra horizontem: hic vero angulus *AdD* eſt rectus, & habetur latus *AD* poligoni non reducti; quare ope Trigonometriæ habebitur idem latus reductum *Ad*. Eodem pacto ex elevatione *CAc*, & latere *AC* habebitur latus *Ac* reductum, & ex elevatione *NCD*, ac la-

ex latere *CD*, latus reductum *CN*, vel *cd*. Ex tribus autem lateribus inventis *Ad*, *Ac*, *cd* invenientur & anguli ejus trianguli, ſive anguli omnes poligoni ad horizontem reducti.

322. Hæc quidem methodus eſt operoſior, cum angulos reductos invenire oporteat ex tribus lateribus ſingulos, poſt deductionem omnium laterum obliquorum, ac ex iis horizontalium omnium, & eſt minus accurata ob curvaturam neglectam. Altera quam ibidem innui, & promiſi, eſt multo commodior, & accuratior; eſt autem hujuſmodi. Omnes anguli pertinentes ad ſingulas ſtationes reduci immediatè poſſunt ope Trigonometriæ ſphæricæ ad angulos, quos efformant projectiones laterum factæ in ſubjectam ſuperficiem Terræ habitam pro ſphærica. Sint enim in fig. 40 rectæ *AD*, F.40 *Ad*, *AC*, *Ac*, eædem, ac in 39, & centro *A*, quovis radio *AO* concipiatur ſphæra iis occurrens in *P*, *O*, *Q*, *R*, ac planorum *DAd*, *CAc* communis interſectio ſit *CV* occurrens ſuperficiei ſphæricæ in *V*. Arcus *PQ* metietur angulum *DAC* obſervatum, & arcus *VP*, *VQ* erunt complementa arcuum *OP*, *RQ* metientium elevationes *DAd*, *CAc* itidem obſervatas, qui idcirco daretur, & darentur itidem, ſi pro elevationibus, quas figura exhibet, obſervatæ fuiſſent depreſſiones infra horizontem. Igitur in triangulo ſphærico *PVQ* datis jam tribus lateribus invenietur angulus *PVQ*, ſive inclinatio planorum verticalium *DAd*, *CAc*, quæ planorum inclinatio eſt ipſe angulus ſphæricus, quem continent in ſuperficie Terræ arcus, in quos per plana ejuſmodi verticalia projiciuntur latera *AD*, *AC*.

323 Habitis hoc pacto angulis omnibus poligoni redactis ad ſphæricam ſuperficiem Telluris, jam a baſi *HI* incipiendo eodem ordine habebuntur omnia latera poligoni ipſius jacentis in ea ſuperficie ſphærica, prorſus ut habebantur latera rectilinea inclinata; nam in Trigonometria ſphærica ſinus laterum ſunt, ut ſinus angulorum oppoſitorum. Cumque arcus exigui ſint quamproxime, ut ſui ſinus, erunt illa ipſa latera, ut ſinus angulorum oppoſitorum. Habebuntur igitur immediatè & latera omnia, & anguli poligoni primo reducti.

324 Secunda reductio eſt operoſior. Oportet invenire tractum *Ab* meridiani interceptum inter punctum *A*, & parallelum *Eb* tranſeuntem per *b*; quo pacto obſervatio facta in *B* pro diſtantia Fixæ a zenith in appulſu ad ſuum meridianum exhibebit diſtantiam, quæ inventa fuiſſet in *b*, ſi ibi obſervatio peracta fuiſſet, & hoc intervallum *Ab* referet illud intervallum *AB* fig. 36 ſuppoſitum in eodem meridiano. Hæc ſecunda reductio fiet concipiendo arcum ipſum meridiani *AM*, & concipiendo hinc, vel inde in ipſum demiſſos arcus circulorum maximorum ipſi perpendicularium *DO*, *FQ*, *BM*, vel *CN*, *EP*, *GR*, qui ſinguli aſſumi poterunt pro rectis lineis. Oportebit autem noſſe poſitionem ſaltem primi lateris *AV* cum Meridiano *AM*. Ea definiri poterit ducendo acu in *A* meridianam lineam, & notando angulum, quem cum ea conſtituit planum verticale tendens ad *D*; ſed multo facilius id præſtabitur, ſi ope quadrantis obſervetur angulus *VAD*, quem efficit recta *AD* cum recta tendente ad ſolem horizonti proximum, aſſumendo ad filum quadrantis verticale alterum ejus limbum, vel utrumque, ubi licet, ut licet in ſphæra ſatis obliqua, ut habeatur appulſus centri, ac notando diligenter horam, quod admodum neceſſarium eſt, ob refractiones horizontales incertas, & varias, ex qua in-

nuc-

noteſcet per aſtronomicas tabulas angulus, quem cum plano meridiani continet planum verticale ea hora radens limbum, vel centrum ſolare. Innoteſcet autem & elevatio Solis ſupra horizontem, ex qua, & ex elevatione puncti *D* viſi ex *A*, una cum angulo *VAD* obſervato eruetur methodo ſuperius tradita in fig. 40 angulus, quem planum verticale tranſiens per *D* continet cum plano verticali tranſeunte per Solis limbum; ſed ſi angulus *DAV* ſit recto proximus, quod facile obtineri poterit reſpectu alterius e lateribus *AD*, *AC*, in ortu, vel occaſu Solis, ſi opportunum anni tempus ad eam obſervationem ſeligatur, is ipſe erit quamproxime ſine ulla reductione angulus ille quæſitus planorum verticalium. Inventis autem angulis, quos continent illa plana verticalia, nimirum angulis *VAD*, *VAO* reductis ad ſuperficiem Telluris, relinquetur & angulus *DAO*, qui quærebatur.

325 Ex eo angulo, & angulo *AOD* recto, ac latere *AD* primo reducto habebuntur *AO*, & *DO*. Si jam concipiatur *DS* parallela *AO*, angulus *ADS* habebitur, nimirum complementum *DAO* ad duos rectos: ejus differentia a binis *ADE*, *EDF* exhibebit angulum *FDS*, ex quo, & angulo recto *FSD*, ac latere *DF*, habebitur *DS* æqualis *OQ*, & *FS*, ex qua, & *SQ* æquali *DO* habebitur *FQ*; ac eadem methodo licebit progredi ad reliqua poligoni latera utravis ex parte, nam & in triangulo *CAN* ex angulis *CAD*, *NAD* jam notis innoteſcet *CAN*, ac per ipſum, & rectum *N*, ac latus *AC* invenietur *AN*, & *CN*. Eo pacto habebuntur omnes diſtantiæ ſtationum omnium primo reductarum a meridiano *AM*, & fruſta omnia meridiani *AO*, *OT*, *QM*, vel ſimili methodo ex alia parte *AN*, *NP*, *PR*, *RM*, ex qua ſecunda reductione laterum adhuc obliquorum ad meridianum innoteſcet *AM*.

326 Erit autem *AM* ad ſenſum eadem, ac *Ab*, ſi diſtantia *BM* fuerit exigua, quæ ſi fuerit aliquanto major, haud difficulter deduci calculo poterit etiam lineola *Mb* ſemper adhuc exigua intercepta inter arcum *BM* circuli maximi, & arcum *Bb* circuli paralleli. Ea facile definitur methodo, quam expoſui num. 294 ejus opuſculi per reſolutionem trianguli ſphærici rectanguli, cujus baſis eſt diſtantia loci *B* a polo, ſive complementum ejus elevationis poli, angulus ad *M* rectus, & latus *Bm*, ex ipſo intervallo iam cognito in hexapedis, & gradu proxime cognito, notum etiam in partibus circuli maximi. Eſt enim *Mb* differentia inter baſim ejus trianguli, & latus, quod tendit ab *M* ad polum, & iis datis invenitur.

327 Ex ejuſdem trianguli ſphærici reſolutione invenitur angulus, quem in *B* continet meridianus cum latere *BM*, cujus differentia a recto exhibet convergentiam meridiani tranſeuntis per *B*, cum meridiano *AM*, adeoque angulum, quem is meridianus continet cum recta parallela *AM* ducta ex *B*. Hinc cum methodo numeri 325 inveniatur angulus, quem *FB*, vel *BG* continet cum ea recta, obtinetur angulus, quem utrumvis latus continet cum meridiano, qui angulus ſi obſervetur, uti obſervatus eſt in *A*, ope Solis, habetur jam comparatio anguli computati cum obſervato, ut innoteſcat, an error aliquis in tot angulis obſervatis, & angulorum reductionibus irrepſerit. Et eodem pacto haberi poſſet angulus, quem quodvis latus reductum continet cum meridiano, quod promiſimus in adnot. ad verſ. 500, ut & in adn. ad verſ. 528 promiſſa eſt alia verificatio poſitionis poligoni; quam nimirum hic exhibuimus per novam obſervationem ſolarem factam in *B*,

vel

vel in alia ſtatione quavis, quæ quidem eſt multo tutior illa, quam ibidem innuimus, obſervandi per eclipſes, an differentia longitudinum pertinentium ad loca *A*, & *B* reſpondeat intervallo *BM* reducto ad partes paralleli tranſeuntis per *B*. Hujuſmodi reductio eſt facilis; reducto enim intervallo *BM* ad partes circuli maximi, ſatis eſt efficere, ut coſinus latitudinis loci *C* ad radium, ita numerus partium circuli maximi ad numerum ejus paralleli. Sed cum unius ſecundi error in tempore eclipſeos ſecum trahat errorem 15 ſecundorum in latitudinum differentia, ea methodus maximis erroribus obnoxia perquam exigui uſus eſſe poteſt, nec eſt cum hac poſteriore omnino comparanda.

328 Hoc pacto ex intervallo *Ab*, ſive *AB* figuræ 36, & angulo *ACB* ejuſdem, invenitur juxta num. 311 menſura quæſita unius gradus debita proximè medio illi intervallo. Quod ſi obſervationes aſtronomicæ tam pro arcu cæleſti, quam pro poſitione poligoni inſtitui non poſſint in ipſis extremis poligoni punctis *A*, & *B*, ſed prope ipſa, requiritur reductio eorum locorum ad ea puncta, quæ quidem non eſt difficilis: eandem autem, ut & plura præcepta ad contrahendas operationes, & exempla fuſe perſecutus ſum, ut monui, in eodem opuſculo. Sic etiam ſi poligonum jaceat in ſublimi in magna elevatione ſupra maris ſuperficiem, ut in Quitenſi valle accidit, reducendum eſt intervallum inventum ad ſuperficiem maris, reductione facili, ubi elevatio innoteſcat. Sed ad præſentis inſtituti rationem, & ad Noſtrum prorſus intelligendum, abunde ſunt hic, quæ diximus, pertinentia ad hanc graduum meridiani menſuram.

329 Poſteaquam tum fuſe eſt actum de dimetiendi meridiani gradibus, dicendum hic eſt aliquid etiam de menſura graduum paralleli, nimirum lineæ, quæ oritur ſecando Tellurem plano perpendiculari ad axem. Sed quoniam de iis nihil Noſter, & meo quidem judicio parum admodum accurata haberi poſſunt; innuam tantummodo hæc pauca. Satis eſt poligonum diſponere ſecundum directionem ad ſenſum perpendicularem meridiano cuipiam, & æque ad ſenſum hinc, & inde ab eo productum. Ibi diſtantia binorum extremorum poligoni punctorum reducta ad lineam meridiano perpendicularem obtineri poteſt fere penitus, ut diſtantia reducta ad meridianum. In binis illis locis capiendus eſt accuratiſſimè appulſus ad meridianum Solis, vel Fixæ cujuſpiam per plures obſervationes altitudinum æqualium; ac eadem nocte in monte edito intermedio, qui ex utroque extremo conſpici poſſit, excitandus ingens ignis ſubitus accenſione pulveris pyrii, quod tempus utrobique notatum, & collatum cum temporibus appulſuum, exhibebit differentiam temporum inter binos illos appulſus ad meridianum, & ex ea numerus partium paralleli inter illa puncta extrema intercepti innoteſcet. Illa verò diſtantia inventa, & reducta poterit aſſumi pro arcu paralleli, qui, ſi libeat, facile corrigi etiam poterit inventa differentia arcus paralleli ab eo arcu circuli maximi, quem illa perpendicularis exhibet, ex hypotheſi Telluris ſphæricæ, quæ hypotheſis differentiam ipſam nihil ad ſenſum turbabit. Inde per regulam auream prorſus, ut in gradu meridiani, obtinebitur valor paralleli pro latitudine reſpondente extremis punctis.

330 Difficultas maxima in eo eſt ſita, quod error unius ſecundi in tempore trahit ſecum errorem 15 ſecundorum in arcu paralleli: non licet autem

multos

multos paralleli gradus aſſumere ob neceſſitatem habendi ſignum commune ſubitum, & certum, cujuſmodi ſatis aptum in Cælo occurrit nullum; & in ſingulis temporis determinationibus vix ſperare licet accurationem, uſque ad dimidium ſecundum. Adhuc tamen multis aſſumptis Fixarum appulſibus per multas altitudines, ſignis iterum, atque iterum repetitis, & continuato labore per multos dies, error, ſumendo medium, imminui poteſt, & inde etiam aliquid erui pro Telluris figura.

§. 4. Ad notam in verſ. 596. &c.

DE FIGURA, ET MAGNITUDINE TERRÆ EX PLURIUM GRADUUM COMPARATIONE.

331 UBI ex inæqualitate graduum deprehenſa in ipſam Telluris figuram inquiri eſt cœptum, ſtatim conſtitit, & plures, & remotiores gradus ad id requiri, quæ tot expeditionum, ac dimenſionum occaſio fuit, de quibus fuſe Noſter, & nos eum ſecuti in adnotationibus. De iis & hic nobis agendum erit At videndum prius, quid ex ipſis gradibus eruatur pertinens ad Telluris figuram, & magnitudinem; quoniam magnitudo a figura ipſa pendet, & figuram non eſſe ſphæricam conſtitit ex graduum inæqualitate, uti in hac ipſa adnotatione monuimus, quod erit hujuſce §. argumentum. Primo autem loco videndum, quo pacto ex gradibus in figuram ſit inquirendum.

332 Primum ſe offert primus Caſſini error, qui cum cenſeret gradum obveniſſe longiorem in Auſtrali Gallia, cenſuerat primo aſpectu, ut in adn. ad verſ. 599 monuimus, inde inferri, Tellurem eſſe compreſſam ad polos. Oc-
F. 41 currebat nimirum illud, ſi in fig. 41 e centro *C* ovalis figuræ exeant anguli *ACa*, *BCb* unius gradus, fore arcum *Aa* longiorem *Bb* exiſtente diſtantia *CA* majore. Verum re altius conſiderata ſtatim conſtitit pro figura elliptica prorſus contrarium evinci. Nam gradum definit angulus, quem continent non rectæ tendentes ad centrum figuræ, ſed rectæ perpendiculares ſuperficiei, ut vidimus num. 311, quas nimirum determinant directiones gravium, ſive filum penduli adhibitum in quadrante, vel ſectore pro Fixarum obſervationibus; nimirum angulus *DAF*, & *BIE*, quem continent ejuſmodi normalium concurſus, qui fiunt in ipſo centro circuli curvam oſculantis alicubi circa medium arcus, qui aſſumitur pro ipſius circuli oſculatoris arcu. Porro hic concurſus eſt remotior, radio oſculi exiſtente majore, ubi figura minorem curvaturam habet, propior eo minore, ubi hæc habet majorem, & in ellipſi quidem curvatura eſt minor in vertice axis majoris, major in vertice axis minoris, & idcirco figura elliptica debet aſſurgere ad eam partem, ad quam gradus minores ſunt. Hinc patet ex Caſſiniano gradu collato cum gradu Piccarti debuiſſe obvenire figuram compreſſam ad æquatorem, & elevatam ad polos, nimirum ovo ſimilem, quod cum pugnaret cum theoria gravitatis, & Richeriana obſervatione, inde potiſſimum tot perquiſitiones, & expeditiones ſunt ortæ; expeditis in regiones maxime a ſe invicem diſtantes Academicis, ut ex binis gradibus a ſe invicem differentibus magis, quam ut ex obſervationum errore differentia plus æquo perturbari poſſet, Telluris figura, & magnitudo inveſtigaretur.

333 Por-

333 Porro bini gradus dati, ſive bini radii oſculi in binis datis angulis cum axe, non pro quavis figura utcunque ignota ſufficiunt ad ipſam figuram determinandam, ſed notum eſt Geometris, datis generaliter utcunque radiis oſculi, per eorum inclinationes ad axem curvæ, poſſe definiri curvam ipſam, cujuſmodi ſyntheticam curvæ conſtructionem exhibui in opuſculo 5 Expeditionis Litterariæ num. 309. In diſſertatione autem de figura Telluris exhibui etiam curvam, quæ in axis brevioris verticibus minorem compreſſione m habeat, quam in verticibus axis longioris, cum e contrario in pleriſque curvis oppoſitum accidat, & ut de ellipſi diximus, ubi compreſſio eſt major, ibi curvatura ſit minor. Verum, ut ubi de circulis agitur, datis tribus peripheriæ punctis, per ea circulus definitur; ſic in ellipſi, quam requirit, ut vidimus §. 6 ſuperioris libri, hypotheſis quidem homogeneitatis accuratè, hypotheſis verò nuclei ſphærici heterogenei proximè, datis binis gradibus ad binas latitudines datas pertinentibus, datur & ſpecies, & magnitudo ellipſeos.

334 Methodum determinandi ſpeciem ellipſeos per binos gradus, utcunque magna ſit ellipticitas, exhibui in eodem opuſculo 5 a num. 269, & quidem purè geometricam, & ſimpliciſſimam, deductam ex nonnullis ellipſeos proprietatibus, quas in meis conicorum elementis demonſtraveram: ſunt autem hæ proprietates hujuſmodi conicorum num. 520, *Radii circulorum oſculatorum inter ſe ſunt in ratione reciproca triplicata perpendiculi e centro in tangentem, ac directa triplicata normalis ad utrumlibet axem terminatæ*; ex num. 523 *radius oſculi eſt quartus continuè proportionalis poſt dimidium latus rectum principale, & normalem axi transverſo*, vel generalius *eſt quartus continuè proportionalis poſt latus rectum axis utriuslibet, & normalem terminatam ad ipſum*: his accedit lemma hujuſmodi admodum elegans, *in ellipſi differentia quadratorum binarum ordinatarum quarumvis axi utrilibet, ad differentiam ſubnormalium, quæ ipſis reſpondent, eſt, ut quadratum ſemiaxis ejuſdem ad quadratum alterius*, cujus lemmatis prorſus elementaris demonſtrationem admodum expeditam exhibui num. 275 ejuſdem opuſculi.

335 Ex hiſce proprietatibus habetur hujuſmodi expedita ſolutio problematis. Sit in fig 42 *BAb* ſemiellipſis meridiani terreſtris axe *Bb*, & dentur F.42
bini gradus reſpondentes binis locis *I*, *i* cum datis latitudinibus locorum; ſint autem *IF*, *if* normales terminatæ ad axem; & conſtat, fore angulos *IFB*, *ifB* eos, quorum menſura eſt diſtantia poli, ad quem tendit *FB* producta, a zenith, ad quod tendit *FI*, adeoque ipſos eſſe complementa latitudinum, & angulos *FIH*, *fih* latitudines ipſas locorum *I*, & *i*, quibus datis dabuntur ob angulos ad *H*, & *h* rectos rationes ipſarum normalium *IF*, *if* tam ad ordinatas *IH*, *ih*, quam ad ſubnormales *HF*, *hf*. Quare cum datis gradibus detur ratio radiorum oſculi, adeoque per num. 334 ratio normalium *IF*, *if* eorum radiorum directa ſubtriplicata ad ſe invicem; dabitur & ratio ordinatarum *HI*, *hi*, & ſubnormalium *HF*, *hf* ad ſe invicem; adeoque & ratio differentiæ quadratorum illarum ad differentiam quadratorum harum, ſive ratio quadrati *CB* ad quadratum *CA*, adeoque & ſpecies ellipſeos.

336 Quod ſi dentur bini gradus parallelorum, qui ſunt ut radii *HI*, *hi*, res eodem redit, ob datam rationem earundem ad *HF*, *Hf*, quæ eſt radii ad tan-

tangentes latitudinum HIF, hif, unde iterum datur ratio illarum, & harum ad ſe invicem. Porro ex priore illa analyſi geometrica, & conſtructionem geometricam admodum ſimplicem erui num. 285, qua ex datis binis meridiani gradibus invenitur ſpecies ellipſeos, & aliam num. 286, qua invenitur magnitudo, quæ haud difficulter reducitur ad caſum etiam, quo dentur bini gradus parallelorum. Eruo autem inde & formulas analyticas pro hiſce binis problematis. Si nimirum dicatur gradus propior æquatori g, remotior G, & $g^{\frac{1}{3}} = a$, $G^{\frac{1}{3}} = A$, ſinus, & coſinus illius ad radium 1 ſit s, & c, hujus S, & C; ſit autem $CB = 1$, $CA = x$, patet, ubi ratio quæritur, poni poſſe a, & A pro ipſis normalibus, adeoque fore $hi = ac$, $HI = AC$, $hf = as$, $HF = AS$, & idcirco $a^2c^2 - A^2C^2 . A^2S^2 - a^2s^2 :: 1 . xx = \frac{A^2C^2 - a^2s^2}{aac^2 - A^2C^2}$, unde jam habetur ſpecies ellipſeos. Inde autem ob $cc = 1 - ss$, & $CC = 1 - SS$ eruitur $\frac{1}{xx} = 1 - \frac{A^2 - a^2}{A^2S^2 - a^2s^2}$, formula expeditior, & ex illa num. 288 hoc elegans theorema, *fore eccentricitatem ad ſemiaxem in ſubduplicata ratione* AA — aa *ad* AASS — aass; unde pro ellipticitate exigua facile num. 289 eruitur differentia ſemidiametri CA a ſemiaxe $CB = \frac{1}{3} \times \frac{G - g}{GSS - gss}$ formula notiſſima, quam longe alia methodo invenit Maupertuiſius, & quæ puncto i exiſtente in æquatore reducitur ad hanc $\frac{1}{3} \times \frac{G - g}{GSS}$, & puncto quoque I abeunte in polum, ad hanc $\frac{1}{3} \times \frac{G - g}{G}$ utique ſimpliciſſimam.

337 Æque facile inveniri poteſt formula pro binis gradibus parallelorum. Si detur gradus meridiani, & paralleli in eadem latitudine, problema facile expeditur ibidem num. 279 pro ſpecie, & magnitudine ſimul; ſi autem detur gradus paralleli in uno loco, & æquatoris in alio, id problema num. 280, & 281, ubi ejus ſolutio analytica indicatur, dicitur eſſe nimis ſublime. Id ad æquationem gradus quinti ſic facile reducitur. Dicatur, ut prius, $CB = 1$, $CA = x$, gradus meridiani in $i = g$, & gradus paralleli in $I = G$; dicantur autem s, & c ſinus ac coſinus latitudinis in i, ac T tangens latitudinis in I; ratio autem gradus ad radium ſit 1 ad r. Erit $IH = rG$, $HF = rTG$; erit autem (ex conicis) dimidium latus rectum axis $Bb = \frac{1}{x}$, & poſita normali $if = z$, erit n. 334 radius oſculi rg quartus continue proportionalis poſt $\frac{1}{x}$, & z. Quare factis $\frac{1}{x} . z :: z . zzx :: zzx . z^3x^2 = rg$, erit $z^3 = \frac{rg}{x^2}$, & $z^2 = \frac{r^{\frac{2}{3}}g^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{4}{3}}}$; unde $ih^2 = c^2z^2 = \frac{c^2r^{\frac{2}{3}}g^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{4}{3}}}$, & $hf^2 = \frac{s^2r^{\frac{2}{3}}g^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{4}{3}}}$. Cum igitur ſint $IH^2 = r^2G^2$, & $HF^2 = r^2T^2G^2$, patet per lemma num. 334 obtineri hujuſmodi proportionem $\frac{c^2r^{\frac{2}{3}}g^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{4}{3}}} - r^2G^2 . r^2T^2G^2 - \frac{s^2r^{\frac{2}{3}}g^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{4}{3}}} :: 1 . x^2$, adeoque poſito $x^{\frac{2}{3}} = y$, unde $y^3 = x^{\frac{6}{3}} = x^2$, erit $c^2r^{\frac{2}{3}}g^{\frac{2}{3}}y - r^2G^2y^5 = r^2T^2G^2y^2 - s^2r^{\frac{2}{3}}g^{\frac{2}{3}}$, æquatio gradus quinti, ex cujus reſolutione pendet inventio valoris y, & per eum $x = y^{\frac{3}{2}}$.

338 Ve-

338 Verum ubi ellipticitas ſit exigua, habeo methodum adhuc multo contractiorem, quæ immediate deducat ad formulas ſimplices pro omnibus quatuor iis problematis, quam ſerius inventam protuli in ipſo fine ejus operis: innititur autem huic lemmati pertinenti ad ſectiones conicas: *ubi ellipticitas ſit exigua, differentia dimidii lateris recti axis utriuslibet a ſemiaxe altero, ad differentiam ejuſdem a normali terminata ad eundem priorem axem eſt proxime in ratione duplicata radii ad coſinum latitudinis*. Id lemma admodum expeditam habet demonſtrationem, quam exhibui ibidem num. 334. Quamobrem ſi dimidium latus rectum axis Bb dicatur 1, ejus differentia a CA dicatur x, coſinus latitudinis I ad radium 1 ſit, ut prius C, coſinus i ſit c, factis $1 . CC :: x . CCx$, erit normalis $IF = 1 - CCx$, & inde $1 . C :: FI = 1 - CCx . IH = C - C^3x$; cum autem radius circuli oſculatoris ſit quartus continue proportionalis poſt dimidium latus rectum, & normalem num. 334, erit ejus differentia a latere recto proxime tripla differentiæ normalis ab eodem, nimirum $3CCx$, adeoque erit is radius oſculi $1 - 3CCx$.

339 Habemus igitur pro radio paralleli, & radio oſculi in I binos valores $C - C^3x$, & $1 - 3CCx$, & eodem pacto, pro iiſdem in i valores erunt $c - c^3x$, & $1 - 3ccx$. Hi valores ſunt ut gradus, adeoque datis vel binis gradibus G, & g paralleli, vel binis meridiani, vel gradu paralleli, & meridiani in eodem loco, vel gradu paralleli in uno, & meridiani in alio, habetur ſemper proportio, quæ valorem exhibeat admodum ſimplicem x; is autem valor eſt ipſa ellipticitas; cum enim ſit CB ad CA, ut CA ad dimidium latus rectum, erit priorum differentia diviſa per primum, ſive $\frac{x}{1}$, æqualis poſteriorum differentiæ diviſæ per tertium, nimirum ellipticitati.

340 Pro binis gradibus meridiani datis, $1 - 3CCx . 1 - 3ccx :: G . g$; inde $g - 3CCgx = G - 3ccGx$, & $x = \frac{1}{3} \times \frac{G - g}{ccG - CCg}$.

341 Pro binis gradibus parallelorum datis $C - C^3x . c - c^3x :: G . g$; inde $Cg - C^3gx = cG - c^3Gx$, & $x = \frac{cG - Cg}{c^3G - C^3g}$.

342 Pro gradu meridiani, & paralleli in eodem loco, ut in I, datis, poſito primo G, & ſecundo g fit $1 - 3CCx . C - C^3x :: G . g$, ſive $g - 3CCgx = CG - C^3Gx$, & $x = \frac{CG - g}{C^3G - 3C^2g} = \frac{CG - g}{C^2(CG - 3g)}$.

343 Pro gradu meridiani G in I, & paralleli g in i datis $1 - 3CCx . c - c^3x :: G . g$, ſive $g - 3CCgx = cG - c^3Gx$, & $x = \frac{cG - g}{c^3G - 3CCg}$.

344 Ego quidem vix crediderim poſſe ſimpliciore, & magis uniformi methodo ſolvi hæc quatuor problemata, quæ omnes hoc in genere combinationes complectuntur, & prima quidem formula ob G proximè æqualem g, & $CC = 1 - SS$, $cc = 1 - ss$, adeoque $cc - CC = SS - ss$ abit in illam $\frac{1}{3} \times \frac{G - g}{SSG - ssg}$ poſitam num. 336. Earundem autem formularum ope facile admodum, & magnitudo invenitur ellipſeos. Si enim dimidium latus rectum fuiſſet appellatum z pro 1, haberetur pro radio oſculi $z - 3CCx$, & pro radio paralleli $Cz - 3CCx$, ac valor x in ſingulis e quatuor formulis obve-

 niret

niret multiplicatus per z. Quare valor radii jam haberetur per z, qui poſita ratione gradus ad radium 1 ad r, eſſet $= rG$, vel rg, unde erueretur z.

345 Sit exemplum in binis meridiani gradibus. Eſſet $x = \frac{1}{3} \times \frac{G - g}{ccG - CCg} \times z$, quod ponatur $= mz$. Quare radius oſculi $z - 3CCx$ fiet $z - 3CCmz = rG$, adeoque $z = \frac{rG}{1 - 3CCm}$, ubi ob $3m$ valorem exiguum, & CC adhuc minorem unitate, facta diviſione habebitur proximè $z = rG\ (1 + 3CCm)$ cujus ope invento $x = mz$, habebitur dimidium latus rectum z, & $CA = z - x = z\ (1 - m)$, adeoque etiam magnitudo ellipſeos, exiſtente CB proximè $= z - 2x = z\ (1 - 2m)$.

346 Porro inventis valoribus z, & x licebit etiam computare tabulas graduum omnium tum meridiani, tum parallelorum per formulas ſuperiores, quæ exhibent eorum radios, adeoque & gradus ipſos.

347 Hæc aliquanto fuſius perſequi libuit, ut illuſtrarentur, promoverentur, & ordinatiora ſub unicum conſpectum proponerentur, quæ ad hanc perquiſitionem pertinentia in eo opere continentur; verum remanet adhuc pro binis meridiani gradibus methodus omnium expeditiſſima, & prorſus ſimilis illi, quam ſuperioris libri § 6 adhibui pro inveſtiganda ellipticitate ex pendulis iſochronis, qua quidem ibidem ſum uſus, ſed cujus demonſtratio eſt ſimplicior, quam ibi adhibita, & ipſa etiam prorſus analoga demonſtrationi hìc adhibitæ pro iiſdem pendulis, pendet nimirum tota methodus, e ſolo theoremate primo num. 334, quod *radius circuli oſculatoris* (adeoque & gradus) *ſit in ratione reciproca triplicata perpendiculi demiſſi e centro in tangentem*, dummodo ipſi accedat hoc lemma elementare, *differentia exigua binorum cuborum diviſa per primum cubum eſt tripla differentiæ radicum diviſæ per primam radicem*, quod eſt multo generalius pro omnibus potentiis, & pertinet ad elementa infiniteſimalis methodi; hìc autem ſic facile demonſtrari poteſt per ſimplicem Geometriam. Sint in fig. 43, AB, AC, AD, AE
F. 43 continue proportionales, eritque $AB \cdot AE :: Ab^3 \cdot AC^3$. Quare $AC^3 - AE^3 \cdot AC^3 :: BE \cdot AB$. Sunt autem BC, CD, DE ad ſe invicem in eadem ratione AB ad AC, quare ſi hæ ſunt proxime æquales inter ſe, ſunt & illæ, adeoque $BE = 3BC$. Igitur $\frac{AC^3 - AE^3}{AC^3} = \frac{3BC}{AC}$. Q. E. D.

348 Jam vero primo quidem exceſſus gradus cujuſvis ſupra gradum in æquatore erit proximè ex illo theoremate, ut defectus cubi perpendiculi, ſeu proximè per hoc lemma, ut defectus ipſius perpendiculi in tangentem, ſive juxta n. 244 proximè, ut defectus diſtantiæ a centro, vel juxta n. 245 proximè ut quadratum ſinus latitudinis, vel juxta num. eundem proximè, ut ſinus verſus latitudinis duplicatæ. Hinc eadem methodo, qua in illo §. ex binis penduli longitudinibus inventa eſt totalis differentia penduli in æquatore, & polo, longitudo in utroque loco, & longitudo pro quavis loci latitudine, etiam hìc eadem omnia locum habebunt in gradibus. Quare eodem modo & hìc licebit explorare, an gradus habeant differentias ellipſi debitas, quantus ſit error, & an eadem ex binis quibuſque gradibus differentia obveniat pro toto quadrante. Ibi autem deinde ellipticitatem exhibebat in caſu homogeneitatis hæc differentia diviſa per longitudinem totalem, hìc autem ex ſuperiore lem-

lemmate exhibebit eandem ellipticitatem triens ejuſdem differentiæ graduum F.42
diviſus per totum gradum, cum perpendicula ex centro in tangentes ductas in fig. 42 per A, & B ſint ipſæ CA, CB, adeoque gradus in A, & B reciprocè ut cubi ipſarum CA, CB, & differentia ipſarum CA, CB diviſa per CA, ſive ellipticitas, triens differentiæ eorum graduum diviſæ per gradum in B.

349 Habito autem gradu in æquatore, & differentia totali graduum in æquatore, & polo, admodum facile eruetur magnitudo ellipſoidis. Nam ſi ipſius differentiæ triens addatur gradui in æquatore, & idem triens ei ſummæ, habebuntur gradus circulorum habentium pro radio ſemiaxem, & ſemidiametrum æquatoris. Radii enim circulorum ellipſim oſculantium in verticibus axium ſunt (ex conicis) dimidia ipſorum latera recta; quorum ſingula cum ſint tertia continuè proportionalia poſt ſemiaxem alterum, & ſuum (ex conicis), erunt ipſi ſemiaxes medii continuè proportionales inter bina illa ſemilatera recta, & proinde etiam ipſorum gradus inter gradus illorum, adeoque ſi in fig. 43 AE, & AB referant gradus in polo, & æquatore, referent AD, AC, mediæ inter illas, gradus debitos ſemidiametro æquatoris, & ſemiaxi, ac ED, CD, BC, proximè æquales inter ſe, erunt proximè trientes totius BE. Ex gradu autem invenitur radius ob datam rationem ſemicircumferentiæ ad radium. F.43

350 Quod ſi quæratur radius ſphæræ æqualis ſphæroidi, ſatis eſt a ſemidiametro æquatoris demere trientem differentiæ ipſius a ſemiaxe: nam (ex conicis) is radius eſt primus e binis terminis continuè mediis inter ſemidiametrum eandem, & ſemiaxem. Porro ex ipſa fig. 43 facilis eruitur ratio deducendi aliquanto accuratiorem ellipticitatis fractionem habentem unitatem pro numeratore, & expeditior, ubi jam habeatur gradus in æquatore, & inventa ſit differentia totalis. *Per trientem differentiæ totalis graduum in æquatore, & polo dividatur gradus in æquatore, & quoto addatur binarium, ac habebitur denominator quæſitus.* Nam ellipticitas erit $\frac{CD}{AD}$. Quare dividenda eſt AD per CD ad habendum denominatorem. CD eſt multo accuratius triens BE, quam reliquarum utralibet, cum ſit media inter BC, & DE, & dividendo AD per CD, habetur $\frac{AB}{CD}+2$ ob BC, CD proximè æquales. E ſuperioribus formulis, e quibus ellipticitas eſt $\frac{1}{3}\times\frac{BE}{AE}$, addendum eſſet ternarium diſcrimine exiguo ob contemptum exiguum, qui fit, ubi DE ſumitur pro triente BE. Hæc notare libuit, ut haberetur methodus minus erronea; licet ad expeditiorem calculum paſſim & nos hic etiam ſæpe exiguas ejuſmodi quantitates, & differentias contemnemus; unde fiet, ut ſæpe in ſubſtitutionibus numerorum accurationem ſubſtitutionis promoveamus longe ultra limites illos, intra quos, ob alios contemtus, quantitas accurata eſſe non poteſt.

§. 5. Ad notam in verſ. 667.

DE RECENTISSIMIS GRADUUM DIMENSIONIBUS, ET FIGURA, AC MAGNITUDINE TERRÆ INDE DERIVANDA.

351 QUÆ expeditiones, & a quibus ſuſceptæ fuerint poſt Caſſiniani, & Piccartiani gradus diſſidia, & a ſe invicem, & a theoria gravitatis, ubi, & quanto cum labore obſervationes inſtitutæ, univerſim expoſuimus in pluribus adnotationibus uſque ad adn. in verſ. 947. Infinitum eſſet ſingula perſequi, & obſervationes ipſas, quibus ſingulæ determinationes innituntur, producere. Videri ea poſſunt in pluribus Maupertuiſii, Bouguerii, & Condaminii, Caſſini de Thury, Caillii vel voluminibus, vel opuſculis, & diſſertationibus eo de argumento editis, &, quod ad meam pertinet, in opere de Expeditione Litteraria per Pontificiam ditionem, in quibus conſtabit, quantum hæ recentiſſimæ obſervationes, atque determinationes illis veteribus præſtent. Quamobrem producam hîc tantummodo ipſum tot laborum fructum, nimirum gradus in quinque poſtremis hiſce expeditionibus definitos in Laponia a Maupertuiſio, Clairautio, Camuſio, Moinierio, per Galliam a Caſſino de Thury, & Caillio, in ditione Pontificia a Mairio mecum, ad Promontorium Bonæ Spei a Caillio, in Quitenſi valle in America a Godinio, Bouguerio, & Condaminio.

352 Utinam haberem jam abſolutam dimenſionem, quam dum hæc ſcribo, ineunt in Auſtria Lieſganigius, & Scherfferus doctiſſimi, mihique amiciſſimi e noſtra Societate homines juſſu, auſpiciis, munificentia Auguſtiſſimæ Romanorum Imperatricis Mariæ Thereſiæ, quam ego ſuperiore anno ſub ipſum diſceſſum meum ab urbe Vienna incitavi volentem, annuentemque ad id opus, quod ad hanc de Telluris magnitudine, ac figura nobiliſſimam perquiſitionem promovendam locorum opportunitate permotus, cenſebam maximè idoneum, ipſi autem admodum facile, quæ domi haberet homines, & in aſtronomicis rebus verſatiſſimos, & celebritatem nominis apud Litterariam Remp. jam aſſecutos, atque idcirco rei optimè gerendæ aptiſſimos; quod quidem opus ea tum, pro ſuo incredibili ſtudio in bonas artes, & in omne cultioris litteraturæ genus, omnino curaturam promiſit; nunc autem inter hoſce tantos atrociſſimi belli tumultus tam proximos, tantaſque imperii curas, nihil animo perturbata, tanquam in media ſecuriſſimæ pacis tranquillitate, exequitur.

353 Dum ejus dimenſionis exitum expectamus habendum brevi, proferam hîc tabellam graduum ad ſuperiores quinque expeditiones pertinentium, quam propoſui etiam in opuſculo 5 Expeditionis Litterariæ: primus eſt Laponicus, detractis tamen hexapedis 16, uti jam paſſim in eo gradu fit ob refractionem 1'' neglectam in ejus arcu cæleſti determinando: ſuccedunt 11 per Galliam definiti, & deſumpti ex Caſſiniano opere *Meridienne Verifiée*, tum noſter in Italia, deinde Africanus Caillii, ac demum Quitenſis, quem aſſumpſi medium inter Bouguerianum, & Condaminianum ſolis 4 hexapedis a ſe invicem diſcrepantes. Ii omnes meridianorum ſunt gradus, quibus adjeci

poſtre-

poſtremo loco gradum paralleli ex eodem decerptum opere Caſſini de Thury. Omnium numeri Pariſienſes hexapedas exprimunt.

	Latitudo	Gradus		Latitudo	Gradus
1	66°. 20'	57422	9	45°. 45'	57050
2	49. 56	57084	10	45. 43	57040
3	49. 23	57074	11	44. 53	57042
4	49. 3	57069	12	43. 31	57048
5	47. 58	57071	13	42. 59	56979
6	47. 41	57057	14	-33. 18	57037
7	46. 51	57055	15	0. 0	56751
8	46. 35	57049	16	43. 32	41618

354 Hanc tabellam vel primo aſpectu intuenti ſtatim patet, hoſce gradus multo minus cum theoria conſentire, quam pendulorum longitudines conſenſerint §. 6 lib. 4; neque enim imminuta latitudine imminuuntur perpetuo & gradus. Mitto nonum octavo longiorem, duodecimum undecimo, hunc decimo, qui & nimis inter ſe proximi ſunt, & paucisſimis hexapedis differunt, intra quas determinatio ab obſervationibus repetita non poteſt eſſe ſatis certa; at decimus quartus, qui in latitudine 10 gradibus minore, deberet eſſe plurimis hexapedis minor; eſt adhuc major hexapedis 58. Tertius decimus, & duodecimus, qui in latitudine fere eadem deberent eſſe fere æquales, differunt hexapedis 69. Id jam exhibet diſſenſum obſervationum a theoria majorem, quam qui ab ipſis obſervationum erroribus timeri poſſit; quas intra 20 ad ſummum hexapedas arbitror ſatis tutas, uti nunc quidem fiunt.

355 Infinitum eſſet in tanto numero omnes binariorum combinationes inire, ut innoteſcat, quantum inter ſe diſcrepent ellipticitates a ſingulis oriundæ, & præterea, uti & de pendulorum longitudinibus diximus num. 253, proximorum combinationes ad rem ineptæ ſunt, creſcente nimium errore datorum in quæſitis. Quamobrem ſeligam tantummodo quinque, quos & in eo opuſculo adhibui, & in diſſertatione, quam inſerui tomo 4 Actorum Academiæ Bononienſis, ex illis 11 Caſſinianis ſelecto illo Piccartiano obſervationibus toties repetitis, & ad trutinam revocatis correcto, qui quidem in tabella eſt tertius; & eadem fere methodo, qua uſi ſumus ad computandas binas tabellas num. 254 pro longitudinibus pendulorum ex num. 252, proponemus binas alias computatas pro gradibus ex num. 348.

Tabula 1 pro gradibus.

Locus Obſervationis	Latitudo ° '	½ ſin. verſ. ad rad. 10000	Gradus	Differẽtia a primo	Differẽtia cõputata	Error
In America	0. 0	0.	56751	0	0	0
Africa	33. 18	2987.	57037	286	240	-46
Italia	42. 59	4648.	56979	228	372	144
Gallia	49. 23	5762.	57074	323	461	138
Lapponia	66. 19	8386.	57422	671	671	0

 Tabul.

Tabula 2 pro ellipticitate

Binarium	Differ. n polo & æqu.	Ellipticitas	Binarium	Differ. n polo & æqu.	Ellipticitas
1, & 5	800	$\frac{1}{215}$	2, & 4	133	$\frac{1}{1282}$
2, 5	713	$\frac{1}{241}$	3, 4	853	$\frac{1}{202}$
3, 5	1185	$\frac{1}{146}$	1, 3	491	$\frac{1}{349}$
4, 5	1327	$\frac{1}{130}$	2, 3	350	$\frac{1}{47}$
1, 4	542	$\frac{1}{516}$	1, 2	957	$\frac{1}{80}$

356 Quod ad primam pertinet ex hiſce tabulis, nihil in ea computanda diverſum occurrit ab eo, quod præſtitum eſt pro priore e binis ad pendula pertinentibus: ex primo, & poſtremo gradu computantur reliquorum differentiæ ex illo theoremate eodem proportionis cum ſinubus verſis latitudinis duplicatæ. Ex eodem itidem computatur eodem prorſus pacto differentia totalis in æquatore, & polo. Hoc unicum habetur diſcrimen, quod ibi ad habendam ellipticitatem dividebatur differentia totalis per totam gravitatem, hic debet dividi triens differentiæ totalis per totum gradum. In opuſculo 5 illo meo, & in diſſertatione inſerta Actis Acad. Bonon. trientem differentiæ diviſi per gradum in æquatore; hìc ad habendam eam, quam ellipticitatem dico, nimirum differentiam ſemidiametri æquatoris, & ſemiaxis diviſam per ſemidiametrum æquatoris, divido juxta num. 350 gradum in æquatore per trientem differentiæ totalis, & quotientem auctum binario aſſumo pro denominatore, exiſtente numeratore 1: eo pacto proveniunt denominatores priores binario aucti, & paullo accuratiores juxta numerum eundem.

357 Conſiderando haſce tabulas, ſtatim patet ingens diſcrimen obſervationum a theoria; ubi enim in priore gravitatis tabula error erat 8 centeſimarum lineæ, hìc error in priore tabula pertingit ad hexapedas 144, qui quidem & reſpectu totius eſt multo major, quam ibi (hìc nimirum reſpectu gradus in æquatore 56751 eſt $\frac{1}{394}$ totius, ibi reſpectu penduli in æquatore centeſimarum 43921 erat tantummodo $\frac{1}{5490}$) & eſt omnino ſenſibilis, cum meo quidem judicio intra 20 hexapedas, & vero etiam intra pauciores, menſura unius gradus definiri poſſit methodis, & inſtrumentis, quæ nunc habemus, contra quam cenſerem, cum primam meam de figura Telluris diſſertationem conſcriberem. Unius enim minuti error in arcu cæleſti, qui habetur dividendo 56751 per 60, inducit errorem hexapedarum 945, & unius ſecundi

error errorem hexapedarum 16, qui error ſi committatur in arcu duorum, vel trium graduum, inducit errorem hexapedarum 8, vel 5 tantummodo in unum gradum; intervalli autem terreſtris menſura obtineri & ipſa poteſt intra limites paucarum admodum hexapedarum; & dum ibi denominatores fractionum exprimentium ellipticitates fere omnes inter ſe intra pauciſſimas unitates conveniebant, hic nulli fere ſunt, qui a ſe invicem non plurimum diſcrepent, cum alius alio ſit & duplo, & triplo, & vero etiam octuplo major; quin immo ex combinatione nona oritur ellipticitas negativa prorſus contraria, nimirum figura producta ad polos, non compreſſa.

358 Quod ſi gradum paralleli adhibere libeat propoſitum poſtremo loco in tabula graduum, & per formulam numerorum 342 & 343 ipſum conferre cum hiſce 5 gradibus meridiani obtinentur, uti propoſui in ipſo fine operis de expeditione litteraria, ellipticitates $\frac{1}{217}$, $\frac{1}{244}$, $\frac{1}{146}$, $\frac{1}{129}$, $\frac{1}{154}$, adhuc inter ſe plurimum diſcrepantes, quod oſtendit figuram illam, cujus gradus determinantur, abludere plurimum non ſolum a curva, quam homogeneitas requirit, in qua bini quique gradus exhiberent ellipticitatem $\frac{1}{231}$ juxta num. 232, ſed etiam a figura quavis elliptica, quam nuclei etiam heterogenei hypotheſis requirit; quin immo etiam a figura quavis regulari, in qua ſeries graduum non incerto ſaltu, ſed continua quadam, & regulari lege debeat procedere.

359 Donec bini tantummodo gradus habebantur Laponienſis, & Gallicus, Gallicis nimirum omnibus pro uno habitis ob locorum viciniam, tota difficultas in eo erat ſita, quod ellipticitas ex iis inventa nec cum homogeneitate conſentiret, nec cum hypotheſi nuclei ſpærici heterogenei. Homogeneitas requirit ellipticitatem $\frac{1}{231}$, vel $\frac{1}{230}$: at aſſumendo gradum Laponicum hexapedarum 57438, ut a Maupertuiſio eſt traditus, & gradum Piccarti primo correctum ab ipſo 56925, prodit gradus in æquatore 56787, differentia totalis 1955, ac inde ellipticitas juxta num. 350 evadit $\frac{1}{89}$; aſſumendo vero gradum Piccarti ſecundo correctum a Maupertuiſio 57183, prodit ellipticitas $\frac{1}{178}$ duplo minor priore, ſed adhuc multo major illa $\frac{1}{230}$. Ex alia parte fractio gravitatis eruta ex longitudine penduli iſochroni Pariſiis, ac in Laponia, quam in quarta combin. tabulæ ſecundæ n. 355 invenimus ex hiſce obſervationibus rite correctis $\frac{1}{203}$, eſt & ipſa major quam $\frac{1}{230}$, dum, ut Clairautius invenit juxta num. 232, debet altera eſſe æque major, ac altera eſt minor; quod ipſum Clairautium impulit ad conſiderandum nucleum ſolidum ellipticum productum, qui inæqualitatem gravitatis conciliaret cum inæqualitate graduum ita, ut figura evaderet magis compreſſa, quam æquilibrium requireret ob ſolidi nuclei ellipticitatem.

360 Ubi gradus Quitenſis eſt definitus, aſſumptis iis tribus, & Gallico gradu primum aſſumpto, uti eum ſecundo Maupertuiſius correxerat, invenit differentias graduum, adhibita paucarum hexapedarum correctione ſingulis, ſatis conſentire cum ratione ſinuum verſorum debita ellipſi, & eandem e tribus binariis poſſe ellipticitatem erui; ſed mutata paullo poſt Gallici gradus magnitudine per novam correctionem, quæ ipſum reduxit iterum ad hexapedas

das

das 57074, vidit cum figura elliptica rem omnino conciliari non poſſe, differentiis graduum non ſequentibus rationem illam ſinuum verſorum, & idcirco tribus binariis prodentibus tres ellipticitates diverſas. Hinc aliam hypotheſim invexit, in qua exceſſus graduum ſequerentur rationem ſinuum verſorum latitudinis duplicatæ duplicatam, non ſimplicem; nimirum rationem quadruplicatam, non duplicatam ſinuum verſorum latitudinis, cum qua hypotheſi ii tres gradus conſentiebant quamproximè, ſed quam nulla ratio phyſica tuebatur, & ex ea hypotheſi derivatam prodidit figuram, ac magnitudinem Telluris.

361 Communïcavit poſt paucos annos Caillius cum Academia ſuum Africanum gradum, qui a Laponico, & Quitenſi non multum recedit, admiſſa etiam elliptica figura, cum ut hìc apparet ex poſtrema tabulæ primæ columna, illis nihil mutatis, ejus error ſit hexapedarum 43, qui per gradus diſtributus exiguum in ſingulis admittit diſcrimen, adeoque ejuſmodi, ut in obſervationes commode refundi poſſit. At is idcirco vel maximè obſtabat Bouguerianæ hypotheſi, cum ſequeretur in exceſſibus rationem ſinuum duplicatam, non quadruplicatam, dum e contrario hypotheſim ellipticam ab eo confirmatam Gallicus gradus everteret.

362 Hinc iterum turbari omnia, quæ, ut conciliarentur, rurſus in ſuſpicionem vocatæ ſunt Gallicæ menſuræ, meo quidem judicio contra omne fas; cum in Gallia ipſa non unicus gradus definitus eſſet, ſed 11 gradus ex totidem intervallis collatis cum obſervationibus aſtronomicis, quos in tabula num. 355 propoſuimus, & hi quidem ea diligentia iis inſtrumentis ab Academicis in obſervandi arte peritiſſimis determinati, ut ſi iis abroganda ſit fides, nihil uſquam in univerſa & Aſtronomia, & Phyſica habeamus, cui fidem adhibere poſſimus; at ii omnes, qui a ſe invicem parum differunt, diſcrepant, uti diximus, plurimum ab hypotheſi elliptica definita per reliquos illos tres gradus. Acceſſit in ejus opem & noſter in Italia gradus, qui utcumque a Gallicis nonnihil diſcrepet, brevior 69 hexapedis illo, qui in eadem fere latitudine eſt definitus in Gallia juxta num. 357; adhuc tamen idcirco etiam magis diſcrepat, quam ipſe ab ellipſi per reliquos tres definita; cumque hæc omnia adhuc non ſatisfacerent hominibus obſtinatis in opinione regularis ellipticæ figuræ, quam æquilibrium videtur requirere; novæ menſuræ ſunt initæ, quæ judicio Academiæ diſcrepantem illum Gallicum gradum confirmarunt; ut jam habeamus, meo quidem judicio, penitus indubitatam graduum ſeriem, quæ cum elliptica forma conciliari nullo modo poſſit.

363 Adhuc tamen fuerunt multi, qui conciliationem quæſierint illata obſervationibus vi, quærendo correctiones diſtribuendas ita per gradus inventos, ut cum hypotheſi homogeneitatis requirente ellipticitatem illam $\frac{1}{231}$, vel $\frac{1}{230}$ vel cum aliqua ſaltem ellipticitate conciliarentur; verum correctiones adhuc occurrunt tam immanes, ut eas in hac tanta Aſtronomiæ luce, in tanta Obſervatorum cura admittere omnino non liceat.

364 Alii meo quidem judicio multo potiore jure dubitarunt de aliqua irregularitate in Telluris figura, de qua Maupertuiſius ipſe etiam ante Caillianum, & noſtrum gradum dubitavit in epiſtola de ſcientiarum progreſſu, ubi illud expreſsè habet latine redditus: *poſt omnes operationes inſtitutas ad æquatorem*

rem in Gallia, & ad polarem circulum, chordæ arcus intercepti Quitum inter, & Pariſios, ac Pariſios inter, & Pellum, poſſent eſſe ad ſe invicem in ratione ita diverſa ab ea, qua ex curvaturis ſunt ſuppoſitæ, ut figura Terræ multum recederet ab illa, quam ea habere creditur. Accedit illud, quod cum nulla menſura in hemiſphærio meridionali ſit capta, dubitari poſſet, id hemiſphærium alteri non eſſe ſimile, Tellure forte compoſita ex duobus hemiſphæriis eidem baſi innixis. Quid pro irregularitatis ſuſpicione inducenda idoneum magis? Ejuſdem autem irregularitatis ſuſpicionem & Condaminius verſus finem operis, quo ſuas Quitenſes obſervationes eſt perſecutus, pluribus egregiè promovet, & confirmat. Quanto potiore jure id ipſum poſt adjectos hoſce duos, Africanum, & Italicum gradum, de eadem irregularitate ſuſpicari licet, cum in poſtremis hiſce binis tabulis tantus conſectariorum diſſenſus per ſeſe incurrat in oculos?

365 At ego quidem jam ab anno 1738 in diſſertatione de Telluris figura ſuſpicionem irregularitatis in graduum obſervandorum ſerie, & figura Telluris, propoſui, cujus ipſius & cauſam, quam potiſſimam arbitror, indicavi, & quam tum ibi, tum in binis aliis diſſertationibus anno 1741, & 1742 perſecutus ſum, deviationes nimirum pendulorum, de quibus egimus poſtremo ſuperioris libri §; in qua quidem diſſertatione cum affirmaſſem, nihil adhuc ſatis certo conſtare de Telluris figura, poſt ipſum Maupertuiſii opuſculum de figura eadem determinata per obſervationes ad circulum polarem habitas, tanquam audaciſſimus, & ineptus traductus ſum. Verum ab eadem imputatione ipſe me demum exitus liberavit, dum ad eandem illam veterem, adeo tum improbatam ſententiam meam nos ipſa tot dimenſionum ſeries neceſſario deducit, & dum illam ipſam tantam compreſſionem, quam in eo opuſculo Maupertuiſius vulgaverat, exceptam illico paſſim per Europam omnem, ut certo jam definitam, is idem in ſuis Elementis Geographiæ aliquanto poſt, correcto Piccarti gradu, dimidiavit, nec eandem ullus jam admittit uſpiam poſt dimenſiones reliquas, quarum nulla prorſus cum eadem conſentit.

366 Cæterum ipſa mea cujuſpiam irregularitatis ſuſpicio noſtræ etiam Italicæ dimenſionis occaſio extitit, ut expoſui opuſculo 1 Expeditionis Litterariæ toties jam nominatæ. Videbam enim, ſi minus regularis eſſet Telluris figura, uti Maupertuiſius de inæqualitate binorum hemiſphæriorum dubitari poſſe affirmaverat, ſic eodem, vel etiam potiore jure dubitari poſſe de receſſu aliquo parallelorum etiam a circulari forma, vi cujus, licet Terra circa proprium axem diurno motu converteretur, adhuc tamen non eſſet ſolidum ortum ejuſdem curvæ converſione circa proprium axem. Cumque in id minus tuto inquiri poſſe arbitrarer per dimenſionem graduum ipſorum parallelorum, quos minus accuratè definiri jam diximus, quam gradus meridianorum, cenſui rem fore opportunam ad ejuſmodi inveſtigationem, ſi meridiani gradum metirer alicubi in eadem latitudine, in qua alius aliquis jam haberetur, & ſatis diverſa longitudine; nam ipſi ejuſmodi gradus æquales inter ſe eſſe debent, vel inæquales, prout meridiani omnes eandem, vel diverſas habent curvas, parallelis circularem habentibus formam, vel ab ea recedentibus; atque eam inveſtigationem, quam nemo alius aggreſſus fuerat, propoſui Sylvio Cardinali Valentio homini de ingenuis artibus, & omni cultioris litteraturæ genere benemerentiſſimo, cujus opera id mihi negotii a

Bene-

Benedicto XIV. P. M. commiſſum eſt, Mairio adjuncto, qui ut mihi *adjun*geretur moleſtiſſimæ expeditionis comes, & ab ipſo Cardinali, & a Summo Pontifice impetravi.

367 Dimenſionis exitus ſuſpicionem confirmavit; nam hic noſter Italicus gradus, uti ſæpius jam monui, in latitudine 42°, 59′ brevior evaſit hexapedis *69* illo, qui reſpondet latitudini 43°, 31′, quo quidem brevior eſſe debuerat ob latitudinum differentiam hexapedis tantummodo $6\frac{1}{2}$. Nam aſſumpto medio inter 10 valores exceſſus totalis tabul. 2 num. 355, habetur *665*, & differentia dimidiorum ſinuum verſorum latitudinum 42°, 59′, & 4° 31′ eſt *98*, ac factis, ut radius 10000 ad 98, ita *665* ad quartum, prodeunt $6\frac{1}{2}$, creſcentibus ibi gradibus per ſingulos latitudinis gradus hexapedis proxime 11, ſi debeant eſſe proportionales illis ſinubus verſis. Accedit autem, quod noſtri gradus menſuram, quam exhibuimus, cenſeam omnino longiorem juſto, uti expreſſi num. 384 opuſculi 4 Expeditionis Litterariæ.

368 Hanc ego horum graduum inæqualitatem repeto ab illa ipſa penduli deviatione, quam hic nominavi, uti jam expoſui in ipſo 1 opuſculo ejuſdem Expeditionis Litterariæ ſub finem. Noſtræ enim obſervationes aſtronomicæ inſtitutæ ſunt Romæ, & Arimini, inter quæ loca aſſurgit perpetuo aſcenſu Italiæ ſolum cum Appenninis montibus, dum ad partes oppoſitas humiles camporum tractus, & mare jacet. Dum in hoc ſolum declinat pendulum ſectoris utrinque, recedunt bina zenith, creſcente intermedio cæleſti arcu, per quem diviſo intervallo terreſtri, gradus obvenit minor. In Gallia autem cum poſtremus ille gradus Pyreneis montibus ſit proximus; ſi quid eorum actio potuit in pendulum extremi propioris, quæ in altero remotiore extremo minor eſſe debuit, admovit utique primum illud zenith huic ſecundo, & arcum cæleſtem imminuit, ac gradum auxit; ſed priori cauſæ arbitror plus tribui debere, cum ſtatim ab ipſis obſervationum aſtronomicarum locis incipiat utrinque ſolum attolli, & aſſurgat perpetuo, ac & noſtrum, & Gallicum ex hac cauſa ſuſpicor breviores juſto.

369 Et quidem admodum exigua penduli deviatio requiritur ad hanc inæqualitatem inducendam. Nam juxta num. 355, uni ſecundo reſpondent hexapedæ 16; adeoque 9 ſecunda ad hanc totam rem abunde ſunt, cum differentia demptis $6\frac{1}{2}$ reducatur ad hexapedas $63\frac{1}{2}$ pro uno gradu, adeoque pro toto noſtro arcu fere 2°, 10′ hexapedas 137, quarum 9″ requirunt 144. Porro conſtat ex num. 280 ſtratum ſolis 10 paſſibus altum, & ad 50 milliaria protenſum deviationem penduli parere, ſi ſit ejuſdem denſitatis, quæ eſt media Terræ denſitas, 2″. 31‴, quæ actio duplicata in binis locis hinc, & inde, evadit 5″, ut idcirco ſtratum paſſuum 20 abunde ſit, cujuſmodi ſtrati actionem pluribus etiam vicibus ſuperare deberet illud perpetuum ſolum tanto altius aſſurgens ad editiſſimos montes, niſi juxta num. *273*, internæ cavitates actionem maxima ex parte eliderent.

370 Et quidem ab hac ipſa cauſa reliquas omnes inæqualitates oriri poſſe, quas exhibent tabulæ num. *355*, facile patet; nam eæ ad 144 hexapedas aſſurgunt in noſtro arcu, ad quas ſolum aſſurgens ad 40 paſſus abunde ſufficit, quæ quidem ipſa quantitas minuitur, ſi extremi quoque gradus, ex quibus prioris tabulæ poſtrema columna computata eſt, partem aliquam habeant deviationis.

371 At-

371 Atque ex his, quæ diximus, jam ſatis patet inæqualitates, quas cernimus in ipſa ſuperficie Telluris, abunde eſſe ad inducendam hanc totam graduum perturbationem ſine ullo Obſervatorum errore, qui ſi tantum admitterent, nimis utique oſcitantes in obſervando extitiſſent. Nam ubique paſſim occurrunt in ipſa ſuperficie Telluris inæqualitates ejuſmodi, quæ multo adhuc majores aberrationes parere poſſint, niſi ex tumore vacuum immane inferius relinquente ſint ortæ. Mons, uti vidimus, qui æquivaleat ſphæræ habenti pro radio dimidium milliare geographicum, 30 ſecundorum in ſingulis obſervationibus deviationem parit; quam multi ſunt ejuſmodi, & vero etiam majores montes? Stratum æquivalens ſtrato ſuperficiebus parallelis orto, & per dimidii milliaris altitudinem elevato, ac per 50 milliaria producto elevationem parere poteſt minutorum primorum duorum. Quam multa etiam multo majora ſtrata occurrunt, ut ad Appennini jugi, ad Alpium, ad Pyrenæorum montium radices, & potiſſimum in meridionali America, ubi non montes tantummodo, ſed ipſa Quitenſis vallis iis concluſa, adeoque omne illud immane continentis ſolum ad duo milliaria aſſurgit, par 8 minutorum deviationem inducendi, niſi obſtet interior materiæ defectus. Multo eſt major utique hæc ipſa Telluris aſperitas, utut tam exigua reſpectu totius diametri, & multis partibus major, quam, quæ totam etiam poſſit quadringentarum hexapedarum inæqualitatem parere, quam inter Quitenſem, & Laponicum gradum obſervationes exhibent; quæ ipſa cum non niſi 25 ſecunda requirat, in ſingulis binorum arcuum comparandorum extremis induci poteſt a deviatione, quæ pariat differentiam ſenum tantummodo ſecundorum reſpondentem gradibus ſingulis, a determinatione, quæ in polita, & lævi Tellure haberetur. Et quidem ſi iis ipſis externis aſperitatibus accedant inæqualitates aliæ quamplurimæ, quæ infra ſuperficiem deliteſcunt, qua hiatus immanes, qua ingentes, ut in marmoribus, & metallis congeſtiones, atque addenſationes materiæ, quas partim ſæpe effodiendo detegimus, partim ex jam detectis, & multo adhuc majores conjicimus; mirari licebit potius, non multo majorem adhuc in obſervatis gradibus irregularitatem occurrere, quæ quidem omnino nonniſi toties memorata illa compenſatione aliqua impeditur.

372 Et hæc quidem de hiſce harum inæqualitatum cauſis ex admodum probabili conjectura; nam inæqualitates ipſas graduum, & quidem ſatis irregulares haberi conſtat ex obſervationibus indubitatis, uti jam toties diximus. Eæ illud omnino evincunt, curvæ terreſtris æquilibrii ſuperficiem inæqualem eſſe, & irregularem, quanquam multo minus, quam hanc phyſicam, & undantem, quam exterius intuemur, & quæ curvaturam per tot anfractus, & valles, per tot colles, & aſperos montes perpetuo ſinuat, & nulla certa lege perpetuo etiam immutat. Atque huc ea cadunt, quæ de triplici figuræ terreſtris, & curvaturæ genere diximus in adnotationibus ad verſum 947, & 997, figura nimirum hac aſpera, quam reipſa habet Tellus, figura æquilibrii, & figura, quæ abraſis aſperitatibus, & Tellure ad polituram quandam continuam redacta haberetur. Primæ illius irregularitatem nemo non videt, hujus tertiæ ideam vagam omnino eſſe, atque incertam, ubi res non craſſa quadam æſtimatione penſanda ſit, ſed ad aliquam præciſionem exigenda, ibidem abunde demonſtravimus. Quid illa ſecunda ſit, expoſui-

poſuimus ſatis dilucide in earum adnotationum poſteriore, in quam quidem figuram unam per graduum dimenſionem inquiritur. Eam ſolidæ Telluris inæqualitates internæ, & exteriores hi procurſus inæquales nihil turbarent in hypotheſi gravitatis ad unicum punctum directæ; at in hac mutuæ gravitatis theoria, quam ſuperiore libro ſtabilitam hic applicamus ad varias Naturæ partes, immutant plurimum. Si inæqualitates internæ multo majores eſſent; poſſet illa tertia Telluris figura vel ad ſphæricam, vel ad ſphæroidalem quamcunque accedere, quantum libet, figura æquilibrii ita ſinuata, ut curvatura, & in immenſum augeretur, & evaneſceret, & in negativam etiam abiret, obverſa internis partibus convexitate; inæqualitates autem externæ, quas cernimus, licet tantam inducere mutationem in curvaturam nequaquam poſſint, poſſunt tamen, uti vidimus, graduum ſeriem perturbare mutationibus multo etiam majoribus, quam huc uſque detectæ ſint.

373 Nec contra hujuſmodi irregularitatem figuræ obeſt illud, quod Maupertuiſius in Elementis Geographiæ propoſuit articulo 15, ubi latine redditus hæc habet. *Omnes obſervationes Aſtronomicæ, & Geographicæ docent oppoſitum. Si ad eaſdem ab æquatore diſtantias lineæ verticales angulos eoſdem non continerent cum axe Terræ; quando quiſpiam diſcedit ab eadem latitudine percurſis in Boream, vel in Auſtrum diſtantiis æqualibus, non eaſdem altitudines poli inveniret. Verum in omnibus Terræ locis, ubi itinera habita ſunt, & obſervationes inſtitutæ, poſt æquales diſtantias percurſas, ſemper hæ altitudines eædem inventæ ſunt.* Hæc ille, quæ nihilo ſane majoris ſunt ponderis in re præſenti, quam Veterum argumenta ex ſuppoſita curvaturæ æqualitate pro ſphæricitate Telluris. Nihil in eo genere ante meam obſervationem habuimus, niſi forte admodum incerto oculorum judicio, & itinerantium æſtimatione, definitum. Nemo diſtantias ab æquatore ad ea loca, in quibus altitudines poli definivit, dimenſus eſt unquam in ſuperficie terreſtri, nec vero potuit. Nemo ab eadem latitudine incipiendo dimenſus eſt in binis longitudinibus intervalla datis poli altitudinibus reſpondentia, cum nullæ habeantur uſpiam, ne craſſiore quidem aliqua geometrica methodo inſtitutæ dimenſiones graduum meridiani in ſatis magna longitudinum differentia, quo in genere eſt omnium prima mei gradus comparatio cum auſtrali Gallico, & ne ipſa quidem pertinens ad latitudinem accurate eandem, ſed intervallo dimidii gradus. Quin immo ne illud quidem mihi uſpiam legenti occurrit, ut quiſpiam certas aliquas communium ſaltem Agrimenſorum dimenſiones in teſtimonium adducens, affirmet non ex vulgari ſuppoſitione, ſed ex determinata aliqua obſervatione conſtare, æqualibus intervallis æqualia proxime altitudinum poli diſcrimina reſpondere; nam ipſis potius altitudinibus poli obſervatis utuntur paſſim Geographi Tellure habita pro ſphærica ad tabulas delineandas, & diſtantias locorum deducendas; vel a diſtantiis itinerariis craſſa æſtimatione ad eandem directionem reductis, in ipſas polarium altitudinum differentias inquirunt.

374 Is addit *ſi dicatur illud, differentias eſſe nimis exiguas, minores nimirum, quam ut a Geographis deprehendi poſſint; is male ratiocinaretur, ſupponendo id, cujus ab experientia nec documentum extat, nec ſuſpicionis fundamentum.* At in primis aliud eſt poſitive affirmare, rem ita ſe habere, aliud profiteri incertum eſſe, an ita ſe habeat. Ad hoc, ut ex binis

ſis gradibus accurata dimenſione inſtitutis non evincatur determinata Telluris magnitudo, & figura, ſatis eſt, ſi regularitas non conſtet poſitive, non eſt neceſſarium, ut irregularitas poſitive affirmetur; & ad ſuſpicionem non requiritur poſitiva obſervatio irregularitati favens, ſatis eſt defectus obſervationum evincentium oppoſitum; quas quidem nullas accuratas pro regularitate extitiſſe diximus, ex minus autem accuratis, ſed adhuc maxima pro eo tempore inſtitutis cura, Snelliano, Fernelliano, Norvoodiano, Ricioliano, Piccartiano, Caſſiniano, tam inter ſe diſcrepantibus indicium potius irregularitatis haberetur; uſque adeo cum ea ſcriberet Maupertuiſius, nulla aderant pro regularitate argumenta ſatis validi ponderis, & obſervationes incertæ oppoſitum potius indicabant. Accedit, quod ſi ad graviorem etiam poſitivam irregularitatis conjecturam obſervationes deerant ſatis certæ; aderat tamen theoria gravitatis mutuæ, cum tot inæqualitatibus aſperitatis, & denſitatis diverſæ, quas in ſuperficie videmus, & prope ipſam; ac aderat Naturæ analogia in tot hiſce corporibus, quæ intuemur, ſive ad animale, ſive ad vegetabile, ſive ad minerale regnum pertineant, in quibus fere nunquam, vel etiam omnino nunquam occurrit figura ita accuratè regularis, ut non plurimas irregularitates contineat. Accedit demum, quod Geographorum ratio in ordinandis locorum poſitionibus non ſolum exiguas haſce figuræ irregularitates (quæ tamen ſolæ omnem etiam inventam graduum inæqualitatem perturbare poſſunt, minorem quam, quæ paucorum ſecundorum diſcrimen requirat) non excludebat, ſed, uti vidimus ſuperiore numero, ne multo quidem majores.

375 Addit is ibidem, deviationem quidem in montes maximos in theoria gravitatis generalis haberi, Newtono definiente deviationem minutorum duorum in montem, cujus baſis ſit milliarium trium, altitudo ſex; favere quoque deviationi obſervationem Bouguerii, & Condaminii in montem Chimboraco, ſed raro admodum ejuſmodi magnitudinis montes occurrere, & facile evitari poſſe in delectu locorum ad inſtituendas obſervationes. Verum ad irregularitatem obſervatorum graduum, & vero etiam ad inæqualitatem totam inducendam, non binorum minutorum, ſed paucorum admodum ſecundorum deviatio abunde eſt, uti vidimus; & colles, & juga, quæ ad ejuſmodi deviationem ſufficiant, ubique paſſim occurrunt: montis autem Chimboraco actionem, utut ingentis, perquam exiguam debuiſſe exiſtere, uti extitit, ſi ulla revera extitit (nam de eo ipſo dubitari poſſe conſtat ex adn. in verſ. 1761 lib. 4) conjici poterat ex eo, quod vulcanus olim extiterit, adeoque internam fere omnem materiam debuerit evomuiſſe jam pridem. Deinde aliud eſt, quod montes evitari poſſint, aliud, quod evitati ſint in locorum delectu: Maupertuiſius ipſe obſervationes ſuas aſtronomicas inſtituit non in vertice montis Kittis, ſed ad ipſas ejus radices. Demum utut evitari poſſint in eo delectu montes, qui extant, & juga altioris ſoli, quod quidem nec ubique poteſt, ut in hoc Italiæ tractu, qui totus ab utroque mari perpetuo aſſurgit; adhuc tamen internæ cavitates, quæ ſub ipſa ſuperficie Telluris deliteſcunt, & aliæ inæqualitates ejuſmodi, nulla ſanè induſtria cognoſci poſſunt, & evitari, ac ex deviationibus inducendis ſunt æque pares.

376 Atque hic quidem abunde mihi videtur ſatisfactum iis omnibus, quæ in eo articulo propoſuit vir doctiſſimus, & de hac terreſtris figuræ perquiſitio-

ne benemerentiſſimus. Miratus ſum ſanè hæc eadem, ad quæ jam dudum maxima ex parte reſponſum fuerat, reſponſione ad reliqua æque facili, & patente, quam hic produxi, iterum ab alio ſummo viro proponi in Pariſienſi Encyclopedia in articulo de figura Telluris, & addi illud, irregularitati obeſſe ipſam dierum ac noctium longitudinem, quæ altitudini poli reſpondet ubique. Longitudo ejuſmodi pendet a refractionibus horizontalibus, quæ intra plura minuta prima incertæ ſunt, & variæ; cum ab iis pendeat ortus, & occaſus Solis, ſi ex immediata obſervatione deprehendi debeant, quæ quidem refractiones id efficiunt, ut re ipſa dierum, ac noctium longitudines, ſi ritè obſerventur, cum altitudinibus poli nequaquam conſentiant. Deinde ſi ortus ipſe æſtimandus eſt ex horizonte phyſico, ab aſpera Telluris ſuperficie definito, hæc ipſa aſperitas obſervationem perturbat, rara enim admodum ea loca ſunt, quæ & Orientem e mari, & Occidentem in mare Solem intueantur. Si vero horizontem definiamus ducto, vel concepto plano ad directionem gravitatis perpendiculari; tum vero deviatio penduli, & irregularitas curvæ æquilibrii utcunque magna, nihil prorſus, nec dierum longitudines, nec ullas alias obſervationes aſtronomicas, immutabit. Cum enim ipſa poli altitudo per eandem gravium directionem definiatur, per quam is horizon; omnia cæleſtia phœnomena, quæ ad horizontem, & meridianam pertinent, ibi habebuntur eodem prorſus pacto, quo Tellure ſphærica haberentur in illo alio puncto ſuperficiei ipſius Terræ, in quo recta illi ſuperficiei perpendicularis parallela eſſet verticali huic directioni gravitatis: nam hæc verticalis recta tendit ad idem punctum cæleſtis ſphæræ, ac illa, exiſtente nullo, reſpectu ingentis diſtantiæ, intervallo locorum, quorum alteri verticalis rectæ directio deberetur ſine ulla deviatione, alteri debetur ob deviationem, & irregularitatem curvæ æquilibrii. Diſtinctio figuræ æquilibrii, a reliquis binis, quas nominavimus num. 372, omnes hujuſmodi difficultates omnino ſummovet.

377 Atque ex iis omnibus patet, quantum poſſit præoccupata, potiſſimum de regularitate opinio, ad perturbandam rectæ inveſtigationis rationem, apud doctiſſimos etiam, & oculatiſſimos viros, ac in metaphyſicis meditationibus verſatiſſimos, quæ ſæpe ad præmatura judicia mentes minus in aliud intentas impellit. Id ipſum accidit ſuperiorum ætatum Aſtronomis, inter quos habentur multi, eorum potiſſimum, qui poſtremis hiſce duobus ſæculis floruerunt, uti Copernicus, Tycho, & vero etiam Riciolius noſter, maxima & ingenii, & eruditionis, ac doctrinæ laude pollentes, & maxima etiam in obſervationibus aſtronomicis inſtituendis, comparandiſque ſolertia præditi, quibus ad Aſtronomiam rite excolendam obſtitit plurimum præoccupata vel de æquabili aſtrorum motu, vel ſaltem de circulari orbium forma, & præjudicata opinio. At & hic quidem notare, & admirari licet humanæ gentis conditionem ubique uniformem, quæ per crebras poſitiones falſas, erroreſque atque errorum correctiones multiplices, poſt erroneas obſervationes, erroneas etiam ratiocinationes multas ægre demum per longam obſervationum, & contrariarum opinionum ſeriem enitatur ad veritatem. Longe adhuc abſumus a vera figura Telluris ſatis tuto definita, & cognita, ad quam non niſi poſt alias obſervationes plurimas, in plurimis Terræ locis inſtitutas deveniemus olim, vel noſtra potius aliquando deveniet poſteritas.

378 Hu-

378 Hujuſmodi autem obſervationes meo quidem judicio eſſe debent dimenſiones quamplurimæ graduum meridianorum plurium, & vero etiam parallelorum, quanta maxima licebit cura, & diligentia inſtitutæ, atque iteratæ. Nam methodum parallaxium Lunarium a Manfredio propoſitam, a Maupertuiſio excultam, ſatis jam conſtat multo minus accuratam eſſe poſſe, quam res exigat, ut oſtendimus §. 1 ſuperioris libri. Nihilo minus laborant itidem aliæ methodi ab aliis productæ, ut inveſtigandi ex editiore monte, ex quo late circum proſpectus in mare pateat, depreſſionem horizontis phyſici circumquaque, quam methodum perturbant penitus vapores horizontales, qui tantam refractionum inæqualitatem inducunt. Methodi itidem, quas Eulerus propoſuit in egregia diſſertatione de Trigonometria ſpheroidica eruta ex principiis maximorum, & minimorum, inſerta Commentariis Academiæ Berolinenſis ad annum 1753, tanto ſane homine digniſſima, minimo obſervationum errore plurimum perturbantur; dum Meridiani gradus intra 15, vel 20 hexapedas ſatis certo definiri poteſt, ut ſuperius oſtendi, & gradus etiam paralleli poteſt itidem intra laxiores aliquanto limites, ſed ſi debita diligentia adhibeatur, & operationes repetantur ſæpe, poteſt intra limites multo minus laxos, quam ea, quæ iis aliis methodis inveſtigantur.

379 Ex magna multorum graduum congerie multo tutius in hac inveſtigatione licebit procedere. Si ex. gr. habeantur nunc bini gradus inter ſe proximi, alter ex intervallo per Moraviam, Auſtriam, Stiriam inter aſperos montes, & potiſſimum initis etiam obſervationibus aſtronomicis in pluribus intermedii tractus poſitionibus, alter in patentibus vicinæ Hungariæ campis; poterunt ii & inter ſe conferri, & cum Galliæ borealis gradu ad eandem latitudinem pertinente. Si ii duo a ſe invicem diſcrepent, & multo magis, ſi multum differant inter ſe gradus ad priorem tractum pertinentes, licebit conjicere, id utique provenire ab ipſa hac aſperitate ſuperficiei terreſtris per expoſitam deviationem; neque enim eſt veroſimile ex generali conſtitutione figuræ terreſtris eam in tanta vicinia inæqualitatem provenire. Quod ſi ii fere æquales inter ſe fuerint omnes; id erit indicio vel mediam denſitatem Telluris eſſe multo majorem denſitate corporum, quæ habemus in ſuperficie, vel infra illos montes, & eorum exemplo etiam infra alios plurimos haberi vacua ſpatia, & cavitates immanes, quæ actionem elidant. Tum vero iis comparatis cum gradu Gallico, poterit ſe prodere diſcrimen aliquod, quod habeatur in gradibus ad æquales latitudines pertinentibus ex generali conſtitutione figuræ terreſtris, ob longitudinum differentiam non ita exiguam: & hæc præter idoneam diſpoſitionem camporum, ac rectiſſimarum etiam, & æquiſſimarum viarum ad baſes, & montium, atque collium ad poligona, eſt illa locorum opportunitas, quam hic num. 352 commemoravi, hæc utilitas illa ſumma, quæ me ad eam potiſſimum dimenſionem deſiderandam, & promovendam permovit, quam tum ipſam & Auguſtiſſimæ Imperatrici, ut rem impetrarem, propoſui, & ſcripto etiam expreſſam apud patronos, & amicos reliqui.

380 Si multas ejuſmodi dimenſiones habuerimus olim, licebit potiore jure aliquid de hac re tota ſtatuere; interea ex hiſce paucis, quas habemus hucuſque, cautius, & ſubdubitanter, ſed tamen mihi videor ſic de re tota conjectare poſſe. Quoniam inæqualitatem graduum invenimus ſatis irregu-

larem, id indicio eſſe poteſt eas provenire non a regulari aliquo progreſſu certæ cujuſpiam, & regularis curvaturæ, ſed ab irregulari aliqua cauſa, uti eſſent deviationes pendulorum, quas expoſuimus in maſſas irregulariter diſpoſitas. Quoniam vero vidimus longitudines pendulorum in tabulis n. 254, multo minus aberrare a ratione debita ellipticæ figuræ, quam in tabulis numeri 255 longitudines graduum, licebit conjicere id non provenire ex inæqualitatibus majoribus alte infra ſuperficiem depreſſis, ſed ex hiſce minoribus ſupra ſuperficiem extantibus, cum n. 281 oſtenſum ſit, haſce multo magis agere in poſitionem pendulorum quieſcentium, quam in longitudinem quieſcentium, contra quam ex illis haberetur. Et quidem globus habens pro radio partem unius milliarii quartam pariens deviationem 15'', in unici gradus dimenſione mutationem pareret hexapedarum proximè 240, nimirum partis $\frac{1}{240}$ totius gradus; & tamen is ipſe infra ſuperficiem depreſſus penduli longitudinem augeret in ratione $\frac{1}{4}$ ad 3438, ſive ad radium Terræ in iis milliariis, nimirum $\frac{1}{13752}$ parte totius, adeoque vix tribus centeſimis lineæ Pariſienſis, quarum 44000 circiter tota continet penduli ad ſecunda horaria oſcilltantis longitudo. Quoniam autem ipſa deviatio multo minorem perturbationem parit in graduum hucuſque inventorum irregularitatem juxta n. 371, quam quæ ab hac prominentium partium inæqualitate, quam cernimus, expectanda eſſet, id indicio erit, vel Terram in intimis viſceribus multis vicibus denſiorem eſſe, quam prope ſuperficiem, vel haſce ſuperficiei inæqualitates debere maximam ſuæ originis partem infernis ignibus, qui dum cruſtam elevant, tantundem vacui ſpatii relinquunt.

381 In illud primum liceret inquirere methodis, quas propoſui poſtremo ſuperioris libri §, potiſſimum inquirendo in deviationem penduli verſus undam advenientis marini æſtus, ubi is eſt ingens, quæ obſervatio non ita difficulter inſtitui poteſt. Hoc poſterius ego arbitror multo veroſimilius, ut & hic, & alibi pluribus in locis ſignificavi; cum certo conſtet plures eo pacto inſulas emerſiſſe e mari, & immanis illius Athlantidis Platonicæ una nocte demerſæ, ſi verum exemplum eſt, indicio ſit, eam inferne vacuam extitiſſe, cavitate relicta, cum ea terreſtris cruſtæ pars in vaſtam inſulam primo aſſurgeret, in quam confracta reciderit; ſed alia minorum inſularum exempla ad eamdem rem confirmandam non deſunt; & inclinata pluribus in locis Terræ ſtrata ſecundum directionem collium, ac montium, & marinæ productiones in editiſſimis locis, ac frequentiores in montanis tantummodo poſitionibus vulcani, quorum tanta eſt in Peruanis, & Chilenſibus montibus editiſſimis multitudo, ac frequentiſſima in inæqualibus Italiæ partibus thermalium aquarum vis, conjecturam ipſam confirmant, quam quidem montanam Italiæ partem arſiſſe olim totam, indicio ſunt innumera, quæ paſſim occurrunt materiæ ſemiuſtæ, & ex pluribus generibus liquatis commixtæ documenta, quæ ubique occurrunt, ut & ipſa Phaetontei caſus fabula, orta ex recenti adhuc, utut nimis corrupta incendiorum ejuſmodi traditione vetuſta apud Italos. Ea ſi eſſet inæqualitatum origo, nullas, vel fere nullas deviationes haberemus ex inæqualitatibus ipſis. Verum, cum & aquarum curſu aſſiduo maxima aſſurgentis materiæ pars devoluta ſit, & per eas ipſas collapſorum collium,

ac

ac montium fragmenta alio aſportata, magna itidem internæ materiæ pars ignium vi eructata in liquidas maſſas, & in cineres ipſos redacta longiſſime ejecta, & ingenti terremotuum concuſſione commutata locorum poſitio, qua novis hiatibus apertis, qua ingentibus immanium maſſarum fragmentis in ingentes cumulos aggeſtis; (nam eam Sorianenſis montis Cimini originem extitiſſe admodum probabili ratione indicavi opuſculo 1 Expedit. Litter. num. 194) deviationes ex hiſce perturbationibus exortæ ſunt, minores utique, quam ipſa inæqualitatum hæc moles omnis externa indicat, ſed tamen aliquæ, quæ hanc graduum perturbationem pepererunt.

382 At ſi ea eſt hujuſce perturbationis cauſa, ex ea ipſa ſpes exoritur fore, ut poſt uberiorem graduum ſeriem, demum aliquid multo certius de figura, & magnitudine hujuſce noſtri globi innoteſcat. Nam in fortuitis ejuſmodi combinationibus, ſi ſatis magno numero habeantur termini, fortuitarum cauſarum effectus ſe mutuo elidunt, & id, quod rei Natura ſine iis exhiberet, ſatis manifeſto ſe prodit, qua de re inferius etiam, ubi de Boreali Aurora agendum erit, occurret ſermo. Accedit, quod & errorculi inter obſervandum admiſſi ejuſdem conditionis ſunt, nimirum pertinentes ad combinationes fortuitas, quæ in magno numero ſe mutuo elidunt. Huc uſque nimis quidem paucos habemus gradus, ſi Gallicos omnes non ita multum a ſe invicem diſſentientes habeamus pro unico, & unicum ex iis ſeligamus, qaod & præſtitimus. Eos tamen interea hìc adhibebimus, dum plures accedant.

383 In primis ex illis decem combinationibus in tab. 2 n. 355 novem exhibent compreſſionem ad polos, & unicus productionem, ac ex quinque combinationibus gradus paralleli cum iis quinque gradibus meridiani (n. 358) omnes exhibent compreſſionem ad polos. Quodſi adhibeantur gradus omnes 15 tabulæ num. 353, qui habent binaria $\frac{15 \times 14}{1 \times 2} = 105$; ſolæ quinque exhibent productionem, cum ſolæ 8ⁱ & 9ⁱ; 10ⁱ & 11ⁱ; 10ⁱ & 12ⁱ; 11ⁱ & 12ⁱ; 13ⁱ & 14ⁱ exhibeant gradum poſteriorem priori majorem, reliquis 100 exhibentibus compreſſionem. Quare ſi omnibus combinationibus eadem adhibenda ſit fides, probabilitas pro compreſſione ad probabilitatem pro productione eſt, ut 14 ad 1, vel ut 20 ad 1, quæ tamen in immenſum creſcit, ſi notetur illud, combinationes, quæ productionem indicant, eſſe graduum nimis proximorum, ſaltem priores quatuor, & differentiam eſſe unius hexapedæ, vel hexapedarum pauciſſimarum. Igitur ſi ſpectentur obſervationes huc uſque inſtitutæ, debet ſine ulla prudenti dubitatione haberi Terra pro compreſſa ad polos.

384 Quantitas compreſſionis multo magis incerta erit: verum ſi ex illis quinque meridiani gradibus, quos habemus in tabulis num. 355, capiamus medium inter 10 combinationes tabulæ 2, habebimus totalem differentiam mediam columnæ ſecundæ 665; gradus in æquatore 56751 diviſus per ejus trientem exhibet 256, cui ſi addatur 2 juxta n. 350, obtinetur denominator ellipticitatis, quæ evadit $\frac{1}{258}$, ejus triens diviſus per gradum in æquatore 56751, exhibet $\frac{1}{256}$, cujus denominatori ſi addatur 2, obtinetur $\frac{1}{258}$; demptis autem tertia, quarta, & nona, quæ a reliquis plus æquo diſcrepant, reliqua-

quarum media erit 648, ex qua ellipticitas $\frac{1}{265}$ paullo minor priore: ea eſt minor quidem $\frac{1}{231}$, quam requirit homogeneitas, ſed adhuc multo major illa $\frac{1}{331}$, quam num. 256 eruimus ex media gravitatum determinatione.

385 Verum ut ipſum medium aſſumatur, non utcumque medium arithmeticum, ſed aliqua lege accuratius ad regulas fortuitarum combinationum, & probabilitatis redactas, utemur hic problemate, quod indicavi ſub finem diſſertationis inſertæ Actis Bononienſibus tomo 4, & cujus non ſolutionem, ſed ſolutionis fructum exhibui ibidem. Eſt autem hujuſmodi: *dato graduum numero invenire correctionem adhibendam ſingulis ita, ut ſerventur hæ tres conditiones; nimirum ut differentiæ ipſorum ſint proportionales differentiis ſinuum verſorum latitudinis duplicatæ, ut ſumma correctionum poſitivarum ſit æqualis ſummæ negativarum, ut ſumma omnium tum poſitivarum, tum negativarum correctionum ſit omnium minima, quæ ſervatis prioribus binis conditionibus haberi poſſit*. Primam requirit lex æquilibrii poſt eam figuram ellipticam; ſecundam requirit æqualis probabilitas pro deviationibus, & erroribus Obſervatorum ad augendos gradus, minuendoſque; tertia requiritur, ut ad obſervationum fidem accedamus, quammaximè licet, potiſſimum, cum deviationes perquam exiguas eſſe ſit admodum probabile juxta num. 381, & ſumma ab Obſervatoribus adhibita inter obſervandum diligentia ſuſpicionem relinquat errorculorum perquam exiguorum.

386 Hoc problema pertinet ad methodos maximorum, & minimorum; ſed communi analytica methodo tractari non poteſt. Nam algebraica expreſſio poſitivas quantitates a negativis non diſtinguit, ſed eodem generali valore exprimit. Valor correctionum, quæ adhibendæ ſunt, ut prima conditio ſervetur, obtinetur admodum facile, denominatis binis quibuſvis altera $= x$, altera $= y$, per quas, & graduum, ac ſinuum verſorum valores invenitur quivis alius gradus correctus, cujus differentia a dato exhibet valorem analyticum correctionis, qui dabitur per x, y, & valores datos, nec niſi ad primum aſſurget gradum. Ad faciendum ſatis conditioni ſecundæ ponenda erit tota ſumma valorum $= o$, quæ unica poſitio efficit ſummam poſitivorum, & negativorum æqualem, & ex ea æquatione deducto valore y per x, ac ſubſtituto, relinquetur ſumma omnium correctionum data per x. Sed hæc ſumma, ut per analyſim exprimitur, conſtabit ſemper poſitivis, ac negativis permixtis, nec erit variabilis, ut alicubi ad maximum deveniat, ſed erit ſemper $= o$. Hinc e poſitione $dx = o$ nihil eruetur, ſed omnis formula evaneſcet, Inveſtigatore ſpe ſua fruſtrato. At ope Geometriæ ſimplicis, Mechanica etiam in ſubſidium vocata, ſic rem facile expedio.

F. 44 387 Referat in fig. 44 AF diametrum circuli, & AE, AD, AC, AB ſinus verſos latitudinum duplicatarum, pertinentium ad gradus obſervatos, ac ex punctis E, D, C, B, ac ſi in ipſo æquatore obſervatus ſit gradus, ut hic, etiam ex puncto A, exeant rectæ EE', DD' &c. perpendiculares ad ipſam AF, indefinitè productæ, quarum ſegmenta Ee, Dd, Cc, Bb, Aa ad eandem plagam accepta referant gradus, ut notentur puncta extrema e, d, c, b, a.

388 Patet primo, ſi ducatur quævis recta, ut $A'H$, quæ occurrat iis rectis

rectis in M, L, K, I, A', per ipſam definiri gradus, qui ſatisfaciant primæ conditioni. Ducta enim $A'F'$ parallela AF, quæ iiſdem occurrat in E', D', C', B', erunt exceſſus graduum ſupra gradum in æquatore $E'M$, $D'L$, $C'K$, $B'I$, zero, proportionales rectis $A'E'$, $A'D'$, $A'C'$, $A'B'$, zero, ſive ſinubus verſis AE, AD, AC, AB, zero. Problema adhuc remanet bis indeterminatum, cum recta duci poſſit in quavis diſtantia, & cum quavis inclinatione. Bini gradus aſſumpti utcumque eam determinant, qua determinata, determinatur per ejus concurſum cum recta e parallelis illis una pertinente ad quamvis latitudinem datam gradus ipſi reſpondens, determinatione conſpirante cum methodo propoſita num. 348; & hæc exhiberet valores illos indicatos num. 386 datos per x, & y.

389 Unum ejus rectæ punctum determinabit ſecunda conditio. Correctiones erunt eM, dL, cK, bI, aA', poſitivæ, vel negativæ, prout puncta e, d, c, b, a jacebunt reſpectu AF citra ipſam $A'H$, vel ultra. Debebit igitur per ſecundam conditionem ſumma jacentium citra æquari ſummæ jacentium ultra. Id habebitur, ſi ea tranſeat per centrum commune gravitatis G punctorum e, d, c, b, a, cum ex notiſſima proprietate centri gravitatis communis ſumma omnium diſtantiarum omnium punctorum jacentium ex parte altera ſecundum directionem quamcumque, ſit æqualis ſummæ omnium ex parte oppoſita. Datis autem illis punctis datur & eorum commune centrum gravitatis G. Datur igitur unum punctum rectæ quæſitæ definitum a ſecunda conditione. Hæc determinatio æquivalet illi valori y inveniendo juxta numer. 386 per æquationem, quæ ponat ſummam correctionum $= o$.

390 Remanet adhuc indeterminatum problema, cum infinitæ poſſint per id punctum duci rectæ, quæ omnes utrique e præcedentibus binis conditionibus ſatisfacient: unicum ipſa gradum determinat, ducta GS perpendiculari ad AF, ubi exprimet ipſa GS eum gradum, & AS ſinum verſum ejus latitudinis, ad quam is pertinet. Ipſam rectam, & per eam reliquos gradus determinaret quivis alius gradus aſſumptus ad arbitrium; ſed ea determinanda eſt per conditionem tertiam, ut nimirum ſumma correctionum jacentium ad plagam utramvis, nam hinc, & inde ſunt ſemper æquales, ſit minima omnium, quæ haberi poſſunt. Ut id præſtetur, concipiamus rectam $A'GH$ diſcedere a poſitione SGT in partem utramlibet; initio quidem, donec angulus cum ipſa fuerit perquam exiguus, omnes correctiones aA, bI, cK, dL, eM erunt immenſæ; tum perpetuo decreſcent; donec ipſa recta appulerit ad aliquod e punctis a, b, c, d, e; ubi vero ea fuerit tranſgreſſa quodcumque ex iis punctis, correctio ei puncto reſpondens mutata in poſitionem contrariam incipiet creſcere, & deinde perpetuo creſcet, reliquis, quæ pertinent ad puncta nondum ſuperata a recta mobili, adhuc decreſcentibus: ſumma autem omnium correctionum ſimul ſumptarum decreſcet, donec ſumma decrementorum fuerit major, quam ſumma incrementorum; & fiet minima, ubi illa deſinet eſſe minor, quam hæc. Ibi vero, ubi fuerit minima ſumma omnium, fiet etiam minima ſumma ſolarum poſitivarum, & ſumma ſolarum negativarum, cum ſingulæ eæ ſummæ debeant eſſe dimidium ſummæ omnium, ob earundem æqualitatem perpetuam inter ſe.

391 Porro ſingularum correctionum mutationes reſpondentes mutationibus poſitionis rectæ mobilis, erunt proportionales diſtantiis AS, BS, CS, DS, ES,

DS, *ES*, ſive eæ ſint incrementa, ſeu decrementa; nam eæ mutationes erunt baſes triangulorum ſimilium habentium verticem in *G*, incluſæ binis poſitionibus rectarum *GA'*, *GI*, *GK*, *GL*, *GM*, adeoque erunt ut hæ rectæ, nimirum ex natura parallelarum, ut illæ *A'S*, *BS*, *CS*, *DS*, *ES*. Quamobrem, ſi notetur, quo ordine recta mobilis appellere debeat ad puncta *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, & eodem ordine addantur in unam ſummam illæ e rectis *AS*, *BS*, *CS*, *DS*, *ES*, quæ ad ea puncta pertinent; donec erit minor hæc ſumma, quam ſemiſumma omnium ſimul earundem rectarum, ſive minor, quam ſumma jacentium ex parte utralibet puncti *S* (nam ſumma jacentium ex parte altera æquatur ſummæ jacentium ex oppoſita); ſumma mutationum pertinentium ad correctiones creſcentes erit adhuc minor, quam ſumma pertinentium ad decreſcentes, & ſumma correctionum adhuc decreſcet, quæ tum demum evadet minima, ubi ſumma rectarum *AS*, *BS*, *CS*, *DS*, *ES* pertinentium ad puncta, ad quæ jam appulit recta mobilis, deſinet eſſe minor, quam ſemiſumma omnium rectarum ejuſmodi, ſive quam ſumma omnium jacentium ex parte utralibet puncti *S*.

392 Nec erit difficile invenire centrum gravitatis *G*, & illum ordinem appulſuum etiam facili numerico calculo. Si colligantur in unam ſummam ſinus verſi *AE*, *AD*, *AC*, *AB*, zero, & ea ſumma dividatur per numerum punctorum; habebitur *AS*; cum diſtantia centri gravitatis a plano quovis *Aa* æquetur ſummæ diſtantiarum punctorum omnium diviſæ per ipſorum ſummam. Eodem pacto ſi ſumma omnium graduum *Ee*, *Dd* &c. dividatur per ipſorum numerum, habebitur *SG*. Quin immo ſatis erit ſummam exceſſuum ſupra primum dividere per ipſorum numerum, & addere primo: ſi enim *af* parallela *AF*, ſecet rectas *EE'*, *DD'*, *CC'*, *SG*, *BB'*, *AA'* in *R*, *Q*, *P*, *N*, *O*, erit *NG* ſumma exceſſuum *Re*, *Qd* &c. diviſa per radium.

393 Ad inventionem autem ſeriei appulſuum concipiatur recta per *G* parallela *AF*, quæ occurrat rectis *FF'*, *EE'*, *DD'*, *CC'*, *BB'*, *AA'* in *Y*, *r*, *q*, *p*, *o*, *X*, & ſtatim innoteſcet, in quo ex angulis *SGY*, *YGT*, *TGX*, *XGS* jaceat quodvis punctum; nam debet jacere citra, vel ultra *SGT*, prout ejus ſinus verſus eſt minor, vel major inventa *AS*, & citra, vel ultra *XGY*, prout ejus gradus eſt minor, vel major invento *SG*. Innoteſcet etiam facile tangens anguli, quem recta tranſiens per quodvis punctum continebit cum *GS*, vel *GT*. Eſt enim pro puncto *e*, ut *re* ad *Gr*, ita radius ad tangentem anguli *reG*, ſive *eTG*, quæ idcirco erit, ut $\frac{rG}{re}$, & eodem pacto in reliquis: angulorum autem minorum minores ſunt tangentes, & ad puncta angulorum minorum prius appellitur in angulis *SGX*, & *YGT*; tum ad puncta angulorum majorum prius in angulis *TGX*, *YGS* ordine ſuo. Cum igitur ſit *Gr* differentia ſinus verſi puncti *e* ab invento valore *AS*, & *re* differentia gradus ipſius ad invento *SG*; habebitur hujuſmodi regula. *Dividatur pro ſingulis punctis differentia ejus ſinus verſi ab invento valore* AS *per differentiam ejus gradus ab invento* SG, *& quoti punctorum pertinentium ad binos angulos ad verticem oppoſitos ſimul conſiderati ordinentur incipiendo a minoribus, tum quoti pertinentes ad reliqua puncta jacentia in reliquis binis ordinentur eodem pacto incipiendo a majoribus, ac ordinem ita inſtitutum ſequetur in appulſibus recta mobilis, ſi abeat initio motus in illos angulos prio-*

priores; *contrarium*, *ſi incipiat moveri in poſterioribus*. Sed etiam ſine calculo plerumque ſola utcunque accurata conſtructio ſeriem appulſuum multo facilius indicabit.

394 Atque hoc pacto jam habetur, quidquid requiritur ad correctiones quæſitas, & etiam ſine ipſis ad eruendam ellipticitatem. Nam is gradus, qui pertinet ad appulſum, remanet ſine correctione, ut patet, adeoque per ipſum, & gradum *SG* jam inventum, inveniuntur juxta num. 348 reliqui gradus omnes, adeoque & inventorum differentia ab obſervatis, ſive correctio, & differentia totalis, ac per ipſam ellipticitas quæſita.

395 Patet autem methodum generalem eſſe pro correctione eorum omnium terminorum, qui datam debeant rationem ſequi, qua ſubſtituta illi rationi ſinuum verſorum, omnia eodem redeunt. Sed hic applicanda eſt methodus ad rem noſtram, ubi dimidios ſinus verſos accipiemus pro integris, ut faciliore calculo numerico, utamur valoribus tabulæ primæ num. 355. Valores *AB*, *AC*, *AD*, *AE* ſunt iidem, qui in columna 3 ejus tabulæ, quorum ſumma diviſa per 5, habetur *AS*, ſive *aN* = 4356. 6: *Ob*, *Pc*, *Qd*, *Re*, ſunt iidem, qui ibi in columna 5, quorum ſumma diviſa per 5, habetur *NG* = 301.6, ex quibus definitur gradus *SG* = 56751 + 301.6 = 57052, 6 pro latitudine, cujus duplæ dimidius ſinus verſus 4356.6 ad radium 10000, ſive pro latit. 41°. 15': ſed id quidem nullius eſt uſus. Diſtantiæ *aN*, *ON*, *PN*, *QN*, *RN* punctorum *a*, *b*, *c*, *d*, *e* a recta *SGT* erunt differentiæ prioris numeri 4356. 6 = *aN* a numeris columnæ 3, adeoque 4356. 6, 1369. 6, — 291. 4, — 1405. 4, — 4029. 4 exiſtente ſumma tum poſitivarum tum negativarum 5726. 2, & diſtantiæ *aX*, *bo*, *cp*, *dq*, *er* a recta *XY* erunt differentiæ poſterioris 301. 6 = *NG* a numeris columnæ 5, adeoque 301. 6, 15. 6, 73. 6, — 21. 4, — 369. 4. Quæ habent ſigna conformia, pertinent ad angulos *SGX*, *TGY*, quæ habent difformia, ad reliquos *TGX*, *SGY*, adeoque priora ſunt *a*, *b*, *d*, *e*, poſterioris generis eſt ſolum *c*. Diviſis autem ſeriei prioris terminis per terminos poſterioris, obveniunt tangentes angulorum cum recta *SGT* 14, 88, 4, 66, 11. Igitur illa quatuor, quæ pertinent ad priores angulos *a*, *b*, *d*, *e*, incipiendo ab angulis minoribus, ſequuntur ordinem 11, 14, 66, 88, ſive *e*, *a*, *d*, *b*, quibus ſi accedat reliquum punctum *c*, appellet recta ad ea puncta ordine *e*, *a*, *d*, *b*, *c*. Prioris *e* prior diſtantia 4029. 4 eſt minor, quam ſumma 5726. 2 binarum poſitivarum, vel trium negativarum, ſed accedente diſtantia ſequentis *a* = 4356. 6, jam habetur 8386, quod illam ſummam excedit. Igitur habetur minimum quæſitum in appulſu rectæ ad *a*, gradu in æquatore *Aa* manente ſine correctione, & cæteris correctis per poſitionem rectæ *aGV*.

396 Si motus rectæ mobilis concipiatur ex parte oppoſita, ordo appulſuum erit contrarius *c*, *b*, *d*, *a*, *e*, & patet ad ſuperandam ſummam 5726.2 requiri quatuor priorum diſtantias ſeriei primæ, nimirum 291. 4, 1369. 6, 1405. 4, 4356. 6, ut idcirco etiam hoc motu idem illud minimum inveniatur in appulſu ad *a*.

397 Inventa hac minimi quæſiti poſitione, ſtatim jam habetur facile ellipticitas. Poſitio enim rectæ hic erit ipſa *aGV*, manente gradu in æqua tore, quod & commodius accidit ad inveniendam ſtatim & differentiam to-

talem, & ellipticitatem. Erit enim ut inventa $aN = 4356.6$ ad inventam $NG = 301.6$, ita tota $af = 10000$, ad differentiam totalem $fV = 692$, per quam diviſo gradu 56751, & addito 2 juxta num. 349, habetur ellipticitas quæſita $\frac{1}{248}$, accedens aliquanto magis ad ellipticitatem homogeneitatis $\frac{1}{231}$, quam ſuperiores duæ $\frac{1}{265}$, & $\frac{1}{258}$, ſed remotior ab illa $\frac{1}{332}$, quam æquilibrium requirit in hypotheſi nuclei ſphærici. Correctiones autem graduum calculo inſtituto pro 5 gradibus a, b, c, d, e prodeunt 0; -79.2; $+92.8$; $+75.9$; -90.5.

398 Si certi eſſemus, nullum adhuc errorem latere ex deviationibus penduli in gradibus, nec ex gravitate utcunque parum imminuta, vel aucta in longitudinibus iſochronorum pendulorum, oporteret vel ad hypotheſim nuclei elliptici recurrere, vel ad aliam aliquam. Verum quinque termini ſunt adhuc nimis exiguus numerus, ut in ſumma irregularitates diſpareant; & de re tota certius aliquid ſtatuetur, ubi multo plures habebuntur, & gradus, & pendulorum iſochronorum longitudines, pro quibus etiam hæc eadem methodus adhiberi poterit, ſi a debita ratione aliquanto magis receſſerint eorum incrementa, quæ cum hic rationem ipſam ſequantur tam proximè, communem aſſumendi medii rationem æquè patiuntur perquam exiguo diſcrimine, ſi hæc adhibeatur. Tum vero, & Galliæ tractu diſtributo in partes duas borealem alteram, alteram auſtralem hinc & inde ab urbe Lutetia poterit aſſumi medium inter priores tres boreales, ac inter poſteriores 8 auſtrales, qui ſunt in tabula num. 353 illi 11 gradus poſt primum, ut habeatur in ipſa auſtrali Gallia gradus pro latitudine aliquantum diverſa a noſtra Italica, ac habebuntur gradus bini, pro latit. $49°, 27' = 57056$, & pro latit. $46°, 7 = 57051$.

399 Sed ſi interea retineamus ellipticitatem, quam obſervationes requirunt, aſſumpto illo medio $\frac{1}{248}$, licebit quærere, an ea tantum differat a pendulis iſochronis, ut cum iis conciliari non poſſit. Si ea dematur a $\frac{2}{231}$, habebitur fractio gravitatis $\frac{1}{216}$. Diviſa longitudine penduli in æquatore 439.21 per 216, habetur differentia totalis 2.03. Hæc quidem eſt minor omnibus 10, quæ habentur in tabula 2 num. 355, & a media inter octo minus difformes, quam num. 355 invenimus 2.48, differt per 45 centeſimas, quæ imminutæ in ratione 2.48 ad 2.06 differentiæ totalis calculo erutæ, a differentia inter longitudines pertinentes ad loca maxime remota, quam immediate exhibent obſervationes in combinatione prima ejuſdem illius ſecundæ tabulæ, reducitur ad centeſimas 36. Ea diviſa bifariam pro ſingulis obſervationibus reducitur ad differentiam 18 centeſimarum, quæ omnino eſt major, quam ut in Obſervatorum oſcitantiam refundi poſſit. Error maximus, qui occurrit in poſtrema columna primæ partis ejuſdem numeri, eſt centeſimarum 8 pluſquam duplo minor, at non eſt tantus, ut inæqualitates, quæ ſub ipſa ſuperficie Telluris occurrant, ipſum facile parere non poſſint. Si enim fiat, ut longitudo penduli proximè centeſimarum 44000 ad 18, ita ſemidiameter Terræ paſſuum 4000000 quamproximè ad quartum, invenitur is proximè 1600, adeoque maſſa æquivalens globo habenti pro radio circiter ſeſquimilliare, quæ in te-

altero loco deſit per hiatum, in altero adſit duplicata per addenſationem; poteſt ejuſmodi diſcrimen inducere, & majores adhuc inæqualitates occurrere infra ſuperficiem Telluris, eſt admodum probabile.

400 Quamobrem plures adhuc pendulorum obſervationes requiruntur ad hoc, ut de eo ipſo prudenter judicari poſſit. Si eæ conſtanter oſtenderint gravitatis fractionem majorem, quam quæ in hypotheſi nuclei ſphærici reſpondeat ellipticitati erutæ e gradibus, adhuc non erit neceſſaria hypotheſis nuclei elliptici, ſed res conciliari poterit per majorem materiæ raritatem verſus æquatorem, a qua, juxta §. 7 l. 4 poteſt oriri pars illa inæqualitatis gravitatis centeſimarum lineæ 36, quæ quidem & imminui poteſt nonnihil ellipticitate nonnihil aucta per ipſam juxta eundem §. 7; licet ſi continua lege ea raritas creſcat a polo ad æquatorem, parum admodum inde perturbari debeant graduum dimenſiones, uti mihi videor demonſtraſſe Expeditionis Litterariæ opuſculo 5 num. 327, cum nimirum in ea hypotheſi exigua mutatio denſitatis fiat in initio, & in fine gradus cujuslibet, adeoque differentia deviationis penduli in materiam redundantem factæ in utroque extremo in eandem plagam debeat eſſe exigua reſpectu deviationis ipſius jam exiguæ; ut nimirum ex ea hypotheſi longitudines pendulorum mutentur per quantitatem analogam infiniteſimis ordinis primi, & dimenſiones graduum, ac ellipticitas inde deducta per analogam infiniteſimis ordini ſecundi, & idcirco inſenſibilem.

401 Accedit, quod, ut ibidem innui, nec mihi omnino indubitatum eſt, gravitatis legem, quæ in diſtantia Planetarum, & fortaſſe etiam Lunæ ſatis fere accurate ſequitur rationem reciprocam duplicatam diſtantiarum, in diſtantia tanto minore particularum Terræ a ſe invicem, jam non recedere nonnihil ab ea ratione, a qua in mea Phyſicæ Generalis theoria in immenſum recedit, cum demum abeat etiam in vim repulſivam. Exiguus ab ea lege receſſus diſcrimen aliquod pareret in mutatione gravitatis, adeoque in illis pendulorum differentiis.

402 Idcirco, donec ea omnia poſt longas obſervationum repetitiones innoteſcant certius, vocatis etiam in ſubſidium iis omnibus, quæ pendent a theoria gravitatis, ac figura, magnitudine, maſſa Terræ, uti eſt præceſſio æquinoctiorum, nutatio axis, Lunaris motus, & ſi qua alia ſunt ejuſmodi, interea hic adhibebo ellipticitatem, quam ex gradibus meridiani poſtremo loco eruimus (gradui enim paralleli, ut ſæpius innui, parum fido) $\frac{1}{248}$ etiam idcirco, quod magis accedat ad eam $\frac{1}{231}$, quam requirit homogeneitas, quam, ut Noſter cenſet, juxta adn. in verſ. 1037, eſt probabile reſpexiſſe ſupremum Naturæ Opificem, nec ab ea multum receſſiſſe, exemplo Architecti, qui licet aliquid & calcis tenacitati tribuat, adhuc tamen in ædificio extruendo non multum debet recedere ab ea figura, quam poſtulat æquilibrium ipſarum partium, quæ diſponuntur.

403 Ea aſſumpta, jam ex gradibus, ex quibus eſt orta, admodum facile definitur magnitudo Telluris methodo expoſita num. 349. Gradus in æquatore eſt hexapedarum 56751, differentia totalis inventa num. 397 eſt 692, fractionibus neglectis, adeoque gradus in polo 57443. Sed ad eruendos axes ellipſeos uſus ſum differentia totali, quæ provenit ex gradu in æquatore hexapeda-

pedarum 56751, ſive pedum 340506, & gradu Laponico correcto per detractionem 90. 5 juxta numerum eundem, qui gradus evadit hexapedarum 57331. 5, ſive pedum 343989, factis nimirum, ut hujus dimidius ſinus verſus 8386 erutus e tab.2 num.355, ad radium 10000, ita eorum graduum differentia, quæ jam evadit pedum 3483, ad differentiam totalem, quæ fit 4153. 35 (quod a priore determinatione differt in ſolis hexapedæ fractionibus, cum reddat hexapedas 692. 22) pedum 344659. 35.

404 Si horum graduum differentiæ triens 1384. 45 addatur gradui in æquatore, tum idem triens ſummæ, habentur gradus circulorum habentium pro radio ſemiaxem, & ſemidiametrum æquatoris 341890. 45, & 343274. 90. Ex iis adhibita prius ratione gradus ad ſemicircumferentiam 1 ad 180, tum ſemicircumferentiæ ad radium 318309886 ad 1000000000, obtinentur is ſemiaxis, & ea ſemidiameter pedum 19588830, & 19668203, quorum differentiæ 79323 triente 26441 dempto a ſemidiametro æquatoris, obtinetur radius ſphæræ æqualis ſphæroidi 19641762. Et hi ſunt valores, quos adhibuimus prioris libri §. 2, & deinde pluribus ſequentibus locis, ubi iis dimenſionibus opus erat; & utemur impoſterum.

§. 6. Ad notam in verſ. 1065.

DE PROGRESSU DENSITATIS IN ATMOSPHÆRA TERRESTRI, ET EJUS DENSITATE.

405 A Verſu 1065 ad 1250 agit Noſter de Atmoſphæra terreſtri, quatenus connectitur cum gravitate, de qua hic agit, & a qua comprimitur: ea in 7 adnotationibus ſe continenter excipientibus propoſuimus, reſervatis huc pluribus de more, quæ Geometriam, vel calculum requirunt: ea illuſtrabimus, quam licebit, contractius, ob limites nimis arctos hiſce ſupplementis conſtitutos, quibus fit, ut quo magis progredimur, eo plura ad argumentum, de quo agimus, pertinentia omittere debeamus.

406 Eorum omnium, quæ prioribus adnotationibus continentur, fundamentum eſt, aerem eſſe gravem, & elaſticum: elaſticitatem autem habere hujuſmodi, ut comprimatur in ratione vis comprimentis. Gravitas aeris experimentis quampluribus demonſtratur, quæ ipſius proprietas, & Veteribus cognita fuit; ut & elaſtica ejus vis omnibus eſt notiſſima, cujus effectus in compreſſione, & dilatatione aeris obſervantur etiam vulgo innumeri, ac utriuſque ſimul conjunctæ effectus eſt etiam elevatio mercurii in barometris, uti jam & certiſſimum, & notiſſimum eſt, ubi mercurius æquilibratur ab æquali pondere atmoſphæræ, quæ aerem imminentem mercurio premens ipſum ſuſtinet. Suſtinetur autem mercurius ad altitudinem digitorum Pariſienſium circiter 28; unde fit, ut pondus atmoſphæræ prementis certam partem ſuperficiei terreſtris æquetur columnæ mercurii habentis baſim illi ſuperficiei æqualem, & altitudinem pollicum 28; cumque mercurii pes cubicus ſit proximè librarum 1064, ſi is numerus augeatur in ratione 12 ad 28, habebitur pondus librarum 2463 premens quemvis quadratum pedem ſuperficiei terreſtris, immo pedem cujuſvis corporis immerſi aeri prope ſuperficiem Terræ

ob

ob preſſionem fluidorum æqualem in omnes partes; unde facile eſt per regulam auream computare preſſionem pro quavis alia ſuperficie. Quod ſi habeatur mutatio altitudinis in barometro ex mutata conſtitutione atmoſphæræ, quæ mutatio eſt alibi digiti 1, alibi 2, alicubi etiam 3, factis, ut 28 ad eam mutationem, ita numerus inventus ad quartum, invenietur differentia preſſionum inde proveniens, quæ eſt ſane ingens.

407 Plurima experimenta circa gravitatem inſtituta ſunt ad inveniendam rationem ponderis aeris, ad pondus aquæ, pari mole, quæ ratio eorum denſitatis rationem exhibet: ea varia inventa eſt ob mutationes, quæ accidunt in ipſo aere. Riciolius in aere proximo ſuperficiei Terræ hanc rationem invenit 1 ad 1000, Boyleus itidem cenſuit 1 ad 1000 poſſe aſſumi pro ratione proxima, & communi, cum inveniſſet prope Londinum 1 ad 938; Merſennus eam cenſuit inter 1 ad 1300, & 1 ad 1600; Galileus contra 1 ad 400: plures accuratiores obſervationes eam in Anglia exhibuerunt 1 ad 840, ad 852, ad 860; unde Newtonus Princ. lib. 3 prop. 41 adhibuit rationem 1 ad 850. Muſchembroekius autem invenit admodum variabilem inter 1 ad 600, & 1 ad 1000.

408 Inter alias methodos eruendi hanc rationem eſt & illa videndi, quantum deſcendat mercurius in barometro elevato ad datam aliquam altitudinem, in qua nimirum denſitas aeris ſit proximè uniformis; erit enim denſitas aeris circa mediam illam altitudinem, ad denſitatem mercurii, ut ille deſcenſus ad illam altitudinem, illo aere intermedio habente pondus æquale mercurio detracto; denſitas autem mercurii ad denſitatem aquæ, ut 14 ad 1. In Caſſiniana ſerie, quam expoſuimus in adn. ad verſ. 1197, reſpondet in ſuperficie ima Terræ altitudini pedum 60 deſcenſus unius lineæ. Inde eruitur denſitas aeris ad denſitatem aquæ 1 ad 617, quæ eſt fere maxima ratio Muſchembroekiana. Ex ratione 1 ad 1000 reſponderet uni lineæ altitudo pedum 97.

409 Derhamus inſtitutis Londini obſervationibus in edita columna invenit deſcenſui $\frac{1}{10}$ unciæ Londinenſis reſpondere pedes Londinenſes 96; unde ratio denſitatis aeris ad denſitatem aquæ, ut 1 ad 823 congruens cum Londinenſibus cæteris. Halleyus obſervatione inſtituta in ſummo monte Snowdon, & ad ejus radices invenit differentiam unciarum $3\frac{1}{10}$, altitudo autem erat pedum Londinenſium 3720; unde infertur pro $\frac{1}{10}$ unciæ altitudo pedum 98, & ratio denſitatis aeris ad denſitatem aquæ 1 ad 839, quæ tamen debetur medii, non imi montis atmoſphæræ. Illa altitudo montis reducitur ad pedes Pariſienſes 3483, vel 3489, prout adhibeatur ratio pedis Londinenſis ad Pariſienſem 1000 ad 1068 vel ad 1066, quæ poſterior eſt accuratior, ſed hic parum refert id exiguum diſcrimen.

410 Elaſticitas debet eſſe æqualis ponderi comprimentis atmoſphæræ; ſi enim hoc pondus eam ſuperaret, comprimeretur aer adhuc magis: ſi id ſuperaretur ab ipſa, aer idem dilataretur. Sed ipſa datæ maſſæ aeris elaſtica vis eſt varia pro varia ejus denſitate, & vario calore. Et quidem, quod ad calorem attinet, Amontonius experimentis inſtitutis tradidit, acceſſionem vis elaſticæ in aere redacto ad calorem aquæ ebullientis eſſe ad ſuam elaſticam

vim

vim, qua pondus atmoſphæræ ſuſtinet, ut 10 ad 35. Quod autem pertinet ad denſitatem, plures Phyſici invenerunt, & experimentis inſtitutis, iteratiſque demonſtrarunt, quod jam olim & Boyleus, & Mariottus tradiderant, aerem comprimi in ratione ponderis comprimentis, ut nimirum, quo majus ſit pondus premens, eo minus in eadem ratione ſit ſpatium, ad quod aer reducitur; & huic proprietati innituntur, quæ Noſter tradit cum Newtono de progreſſu denſitatis per atmoſphæram.

411 Hanc legem non ſervari accuratè Mariottus tradit, ubi denſitas ſit ſatis ingens ita, ut poſteaquam aer ad quadruplo minorem molem redactus eſt, quam eam habeat in ſuperficie Terræ, requirat jam vim majorem, quam pro ratione reciproca ejus ſpatii, ad quod reduci debeat. At ubi dilatari debeat, ad magnas dilatationes extendi ſatis accuratè ejuſmodi legem, conſtat ex plurimis experimentis inſtitutis juſſu Academiæ Pariſienſis, & alibi ab aliis Phyſicis. Sunt, qui cenſeant neceſſario abrumpi debere eam legem in compreſſione; cum ubi particulæ aeris ad contactum devenerint, nulla ulteriori vi, magis comprimi poſſit. At id in mea theoria punctorum ſimplicium, inextenſorum, & a ſe invicem diſtantium, nullam habet vim, in qua nimirum poteſt in quacunque ratione denſitas augeri, imminuta punctorum diſtantia, quantum libet, quæ puncta nunquam poſſunt ad contactum devenire, ſed ſi abſtrahamus animum a vi repulſiva, devenient ad compenetrationem poſt omnes omnium denſitatum gradus.

412 Et quidem ſi ejuſmodi puncta habeant vires repulſivas in ratione reciproca ſimplici diſtantiarum, comprimentur eorum maſſæ in ratione virium comprimentium, uti invenit Newtonus lib. 2 Princ. prop. 23, quæ puncta cum poſſint eam rationem accuratè ſervare in diſtantiis quibuſvis; poſſunt exiſtere maſſæ, quæ illam compreſſionum rationem ſequantur & compreſſæ, & rarefactæ in quacumque ratione utcumque magna.

413 Illud Newtoni theorema ſic facile demonſtratur. Dilatetur maſſa AC cujuſvis figuræ in molem ſimilem $A'C'$, cujus pars ſimilis, & æqualis AC ſit $A'c$; ſint autem ſuperficies homologæ AB, $A'B'$, $A'b$, & diſtantiæ punctorum a ſe invicem in primo, & ſecundo ſtatu ipſæ etiam homologæ ſint d, & D. Erit ob ſimilitudinem moles AC ad $A'C'$ ut d^3 ad D^3. Quare denſitas ad denſitatem ut D^3 ad d^3. Numerus autem punctorum in ſuperficie AB erit idem, ac numerus punctorum in ſuperficie $A'B'$, is autem ad numerum in $A'b$, erit ut ſuperficies $A'B'$ ad ſuperficiem $A'b$, ſive ut D^2 ad d^2, & vis ſingulorum punctorum in AB ad vim in Ab contra æquale obſtaculum comprimens erit, ut D ad d, ob rationem reciprocam diſtantiarum. Igitur ſumma virium in AB ad ſummam in $A'b$, erit ut D^3 ad d^3, nimirum ut denſitas poſterior ad priorem. Q. E. D.

414 Quod ſi vis repulſiva fuerit in quavis ratione reciproca potentiæ m diſtantiæ, & dicatur compreſſio C, vis comprimens V, diſtantia particularum D, eadem prorſus ratione invenitur, fore virium repellentium ſummam, ſive vim comprimentem $V = \frac{1}{D^2} \times \frac{1}{D^m} = \frac{1}{D^{m+2}}$: hinc $D = V^{\frac{-1}{m+2}}$. Eſt autem $C = \frac{1}{D^3}$, adeoque $D = C^{\frac{-1}{3}}$. Igitur $V^{\frac{-1}{m+2}} = C^{\frac{-1}{3}}$, & ideo

$C =$

$C = P^{\frac{3}{m+2}}$. Compreſſio ut dignitas $\frac{3}{m+2}$ vis comprimentis. In ratione vis repulſivæ reciproca ſimplici diſtantiæ eſt $m = 1$, & $\frac{3}{m+2} = \frac{3}{3} = 1$, compreſſio ut vis comprimens. Pro quavis alia ratione reciproca vel directa ſatis eſt ponere pro m ſuum valorem, & obtinetur ex ea formula valor dignitatis, qui tamen evadit infinitus, ſi vis repulſiva ſit in ratione directa duplicata diſtantiæ, facto $m = -2$. Sed hæc innuiſſe ſit ſatis.

415 Verum in Natura ea lex virium non poterit extendi ad omnes diſtantias. Nam in receſſu deveniri debet ad vim attractivam gravitatis, quæ agit in magnis diſtantiis, & in acceſſu, ſaltem in aere, devenietur itidem ad vires etiam attractivas, & alternatas; nam conſtat ex pluribus obſervationibus in primis Haleſii in Statica vegetabilium, poſſe aerem reduci ad fixitatem, quod indicat, licet non neceſſario evincat, amitti ibi elaſticitatem, vi repulſiva verſa in attractivam; & omnino non eſt veroſimile puncta aeris eſſe in mea theoria in ultimo arcu repulſivo aſymptotico, nec vero is ultimus arcus in mea curva exhibet accuratè rationem reciprocam diſtantiarum. Sed ea patebunt magis poſt meam theoriam explicatam tomo 4.

416 Adhuc tamen poſſunt puncta aeris eſſe ſub arcu repulſivo ſervante illam rationem reciprocam diſtantiarum quam libuerit proximè, cujus arcus amplitudo ad reliquum intervallum uſque ad diſtantiam zero ſit major in quacumque ratione utcumque magna, & eo caſu dilatatio, & contractio ſequerentur legem compreſſionis reciprocæ vi comprimenti per intervalla utcunque magna, & utcunque parva in quacunque ratione. Halleyus cenſuerat aerem comprimi non poſſe ultra rationem 800 ad 1; ſed Haleſius ipſum compreſſit in ratione 1838 ad 1, & juxta expoſitam theoriam nulla eſt ratio, ad quam in compreſſione deveniri non poſſit; verum ubi ad ingentem rationem deventum fuerit, molis ita imminutæ menſura iniri non poterit, ut cum vi comprimente comparetur. Dilatationem aeris immanem ſanè ipſa etiam experimenta docent, & Meuſchembroekius cenſuit, aerem in quibuſdam craſſioribus experimentis dilatatum fuiſſe in ratione 4000 ad 1, Boyleus autem ſola ſua expenſiva vi dilatatum in ratione 13679 ad 1, quem tamen cenſuit eſſe ultimum terminum dilatationis ita, ut ad eum ſtatum redigi debeat in vacuo nulla vi compreſſum. At id quidem nullis experimentis conſtare poteſt; nam aer ad ingentem raritatem redactus ſenſum effugit. Newtonus ſane loco citato num. 407 cenſuit in immenſum rareſieri, & quidem ſervata eadem lege, ac unum noſtri aeris digitum delatum ad diſtantiam ſemidiametri terreſtris debere ita rareſcere, ut ſit par implendo toti circumquaque ſpatio a Sole ultra Saturnum, & cenſet ultra eam altitudinem unius ſemidiametri terreſtris aerem adhuc rareſcere in immenſum magis, qua de re hic aliquid inferius.

417 Pendet autem Newtoni calculus a theorematis propoſitis in adn. ad verſ. 1097, pertinentibus ad progreſſionem, qua aer attenuari debet aſcendendo a ſuperficie Terræ. Eas progreſſiones Newtonus definivit in propoſitionibus 21, & 22 lib. 2, ac earum ſcholio. Rem aliquanto generalius hic evolvemus analyſi, & conſtructione geometrica.

418 Sit CA in fig. 46 ſemidiameter Terræ producta indefinitè in G. Ordinatæ DH ad curvam FHM exprimant vim gravitatis debitam cuivis diſtan- F. 46

tiæ

tiæ *CD* a centro, & ordinatæ *DE* ad curvam *BEK* pariter indefinitam exprimant denſitates atmoſphæræ pro altitudinibus *AD*, quarum curvarum ſint ordinatæ etiam *AF*, *AB*; & ſi ſint aliæ ordinatæ *edh* infinitè proximæ prioribus *EDH*, ac *eI* parallela *Dd* abſcindat *EI* differentiam ordinatarum *DE*, *de*; pondera atmoſphæræ *DG*, *dG* poterunt exprimi per denſitates *DE*, *de* ipſis proportionales; adeoque & differentia ponderum per *EI*. Erit autem ea differentia æqualis ponderi altitudinis *Dd*, ubi maſſam exprimet ſpatium ductum in denſitatem, ſive $Dd \times DE$; cumque vim ſingulorum punctorum exprimat *DH*, erit pondus, ut $DH \times Dd \times DE$, adeoque erit *EI*, ut $DH \times Dd \times DE$, & $\frac{EI}{DE}$, ut $DH \times Dd$, ſive ut areola *HDdh*.

419 Sit jam quævis logiſtica *PpR* accedens ad axem *CT* perpendicularem *AC*, & ad eandem plagam curva *ALN* quadratrix areæ *DAFH* ita, ut ejus ordinata *DL* æquetur ei areæ applicatæ ad rectam datam quamcumque *Ct*; ducanturque *LQ*, *lq* parallelæ *DC*, quæ occurrant axi *CT* in *Q*, *q*, logiſticæ in *P*, *p*, ac earum poſterior rectæ *EL* in *O*, & ſit *pV* parallela, & æqualis *qQ*, ac chordula *Pp* occurrat axi in *S*, ubi *QS* haberi poterit pro conſtanti ſubtangente logiſticæ.

420 Ob triangula *PVp*, *PQS* ſimilia erit $\frac{pV}{PQ}$, ut $\frac{Vp}{QS}$, nimirum ob *QS* conſtantem, ut *Vp*, ſive ut *LO*, quæ cum æquetur areolæ *DHhd* ductæ in *Ct*, erit ut ipſa, ſive ut $\frac{EI}{ED}$, ut oportebat, & decreſcente *DE* cum pondere, decreſcet ſimul *QP*. Si igitur logiſtica fuerit ejuſmodi, ut aſſumpta alicubi differentia altitudinum *Dd*, & definitis per ipſam, & per quadratricem curvæ gravitatis binis *QP*, *qp* exprimentibus rationem denſitatum *DE*, *de*, ſit ibi *DE* æqualis *QP*; erit ea ubique deinceps ipſi æqualis; & quævis aliæ binæ ordinatæ ad eam logiſticam ita determinatæ exprimenr deinde binas denſitates debitas iis binis altitudinibus. Hinc facilius logiſtica determinabitur, & ſolvetur problema ſequenti pacto.

421 Deſcripta quadratrice *ALN*, & obſervatis binis denſitatibus in binis altitudinibus *AD*, *Ad* quibuſvis utcunque a ſe invicem differentibus, ductis *DL*, *dl* parallelis *CT*; axe ipſo *CT* conſtruatur logiſtica *PR* per punctum quodvis *a* ad arbitrium aſſumptum, ad cujus ſubtangentem ſit *LO* differentia ordinatarum *DL*, *dl*, ut eſt logarithmus rationis inventæ denſitatum aſſumptus in quavis logiſtica ad arbitrium ubivis deſcripta ad ſubtangentem ejuſdem logiſticæ; & mutato utcunque puncto *D* fiat ſemper *DE* æqualis *QP*, ac habebitur curva *BEK* denſitatum quæſita.

422 Inde autem patet illud *ſi aſſumantur differentiæ arearum* ADHF, *ſive ordinatarum* DL, *debere haberi ſeriem denſitatum conſtituentem progreſſionem geometricam*. Sumptis enim continuo æqualibus ſegmentis *Qq* magnitudinis cujuſcunque in axe logiſticæ habetur ſeries ordinatarum in progreſſione geometrica ex ipſa logiſticæ notione; *& ſi ſumantur binæ altitudinum differentiæ, quibus reſpondeant ſegmenta ejus areæ æqualia, vel æquales differentiæ ejus ordinatæ; utcunque eæ differentiæ altitudinum inter ſe diſtent, habebuntur quatuor denſitates geometricè proportionales*, quod conſtat ex eadem logiſticæ natura.

423 Sit

423 Sit jam vis gravitatis conſtans, & curva *FHM* fig. 46 abibit in fig. 47 F. 47
in rectam parallelam *CAG*, facta *DH* conſtanter æquali *AF*. Hinc *DL*, quæ eſt, ut area *AFHD*, erit, ut *AD*, adeoque differentiis æqualibus rectæ *AD* reſpondebunt differentiæ æquales rectæ *DL*, & idcirco per num. 422 iiſdem æqualibus differentiis rectæ *AD* reſpondebunt ordinatæ *PQ*, ſive *DE* in progreſſione geometrica. Inde autem patet ipſam quoque *BEK* in eo caſu fore logiſticam, quæ idcirco ſine quadratrice, & logiſtica *PR* immediatè deſcribi poterit. Habebitur autem hujuſmodi theorema: *denſitates atmoſphæræ decreſcunt in progreſſione geometrica diſtantiis a centro, vel ſuperficie Terræ creſcentibus in progreſſione arithmetica*, quod eſt primum theorema propoſitum in adn. ad verſ. 1097: erunt autem præterea ex eodem numero geometrice proportionales denſitates reſpondentes binis æqualibus altitudinum differentiis quibuſcumque.

424 Hæc quidem theoremata expeditius ſic demonſtrantur. Exprimant in
fig. 46 ordinatæ *DE* ad curvam *BEK* denſitates, & concipiatur ſeries conti- F. 46
nua earum ordinatarum, quæ a ſe invicem diſtent per differentias æquales *Dd* infiniteſimas altitudinum: erunt denſitatum differentiæ *EI*, ut *EDde* differentiæ arearum, quæ in ea hypotheſi exprimunt pondera pendentia a ſolis maſſis. Quare erunt *EI*, ut $ED \times Dd$, ſive ob *Dd* conſtantes, ut *DE*. Nimirum differentiæ denſitatum, ut denſitates totæ, quæ eſt elementaris proprietas progreſſionis geometricæ. Quamobrem erunt illæ denſitates in continua progreſſione geometrica, in qua ſi ſumantur termini utcumque a ſe invicem remoti, ſed æquidiſtantes, in eadem erunt geometrica ratione. Sed hìc libuit generalem conſtructionem exhibere, & ex ea hunc etiam caſum derivare.

425 Quod ſi fuerit gravitas in aliqua ratione reciproca diſtantiarum, nempe *DH*, ut CD^{-m}, erit *FHM* ex genere hyperbolarum; & quotieſcumque fuerit *m* pluſquam 1, erit ex harum hyperbolarum natura area *GDHM* ad rectangulum $CD \times DH$, ut eſt 1 ad $m - 1$. Capiatur in ea ratione illa arbitraria *Ct* ad *AC*, & erit $Ct \times AF$ ad $CA \times AF$, ut 1 ad $m - 1$, ut area *GAFM* ad idem rectangulum $CA \times AF$; adeoque $Ct \times AF$ erit æquale toti areæ *GAFM*. Per punctum *F* ducatur *ZFY* parallela *CAG*, & occurrens *CT* in *Z*, *EH* in *X*; & cum ſit etiam $Ct \times DL = ADHF$, erit $Ct \times LX = GDHM$, quæ area cum ſit, ut $CD \times DH$, & *Ct* ſit conſtans, erit & *XL*, ut $CD \times CH$, ſive ut $CD \times CD^{-m}$, vel ut CD^{-m+1}, nimirum ut abſciſſa ZX^{-m+1}. Eſt igitur etiam *ALN* ex natura hyperbolarum uno gradu inferior habens centrum in *Z*, & res inde generaliter traduci poteſt ad valores *m* quoſcumque.

426 Sed ſi gravitas ſit in ratione reciproca ſimplici diſtantiarum, evadit $m = 1$, ac eo unico caſu formula fallit, evadente $-m + 1 = 0$; ſed determinatio evadit facilior, & elegans. Tum enim *FHM* evadit hyperbola conica, & ejus quadratrix *ALN* logiſtica etiam ipſa. Hinc æqualibus partibus axis *CT* reſpondet progreſſio geometrica tam ordinatarum *QL*, quam *QP*, ſive tam diſtantiarum *CD* a centro, quam denſitatum *DE*. Hinc habetur hujuſmodi theorema: *Si gravitas decreſcat in ratione reciproca diſtantiarum ſimplici, acceptis diſtantiis a centro in progreſſione geometrica, erunt & denſi-*

denſitates itidem in geometrica progreſſione. Hoc eſt theorema Newtoni prop. 21.

427 Si gravitas decreſcat in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, evadit $m = 2$, & proinde XL, ut ZX^{-1}: nimirum evadit ALN hyperbola conica. Sit in fig. 48 ALN eadem hyperbola, cujus tres ordinatæ XL, BF, HI habeant æquales differentias LP, FM ordinatarum: & cum ſit $LX . FB :: ZB . ZX$, erit dividendo $LP . FB :: BX . ZX$; eodem pacto erit & $FM . FB :: BH . ZH$. Igitur ob $LN = FM$ erit $BX . ZX :: BH . ZH$, & alternando $BX . BH :: ZX . ZH$, nimirum rectæ ZX, ZB, ZH, ſive AD, AE, AG, harmonicè proportionales. Quoniam autem LP, FM, ſunt differentiæ ordinatarum etiam DL, EF, GI quadratricis ejus curvæ, quæ exprimit legem gravitatis, ac ſunt inter ſe æquales, reſpondebunt (n. 422) diſtantiis CD, CE, CG denſitates in continua proportione geometrica. Habetur igitur hujuſmodi theorema: *Denſitates atmoſphæræ decreſcunt in progreſſione geometrica, diſtantiis a centro creſcentibus in progreſſione harmonica*, quod eſt ſecundum theorema expreſſum in adn. ad verſ. 1097.

428 Notandum autem illud, in caſu gravitatis conſtantis denſitatem decreſcere in infinitum auctis in infinitum diſtantiis, cum ipſa BEK ſit logiſtica in infinitum accedens ad axem CG, & in fig. 47 aucta AD in infinitum augeatur DL, adeoque CQ, & decreſcat QP pariter in infinitum. Idem demonſtratur facile etiam de caſu num. 426. At in caſu gravitatis decreſcentis in quavis ratione reciproca diſtantiarum majore, quam ſimplici accedit in infinitum denſitas ad certam quandam denſitatem, quam nunquam tranſgreditur. Eam determinat FZ, ubi occurrit logiſticæ in f, exprimitur enim a Zf. Quare tenuitas non augetur in infinitum in theoria gravitatis Newtonianæ. In omnibus autem hypotheſibus gravitatis theoria locum habere poteſt, licet atmoſphæra in infinitum non aſſurgat, ſi nimirum ubi deſinit, comprimatur vi extranea, quæ reſpondeat illi altitudini, expreſſa per ordinatam ei debitam in curva BEK.

429 Hæc pertinent ad compreſſionem proportionalem ponderi comprimenti in ratione ſimplici directa; quod ſi pondus ſit, ut aliqua dignitas compreſſionis, erit in fig. 46 pondus ut DE^{n}; differentia ponderis, ut $DE^{n-1} \times EI$, neglectis minoribus infiniteſimis, quæ cum ſit, ut $DE \times Dd \times DH$, erit $DE^{n-2} \times EI$, ut $Dd \times DH$, quarum ſummæ cum ſint, ut DE^{n-1}, & area $ADHF$, ſive & ordinata DL, abeunte autem D in A, area quidem evaneſcat cum ordinata DL, & DE^{n-1} abeat in AB^{n-1}, tum illa creſcat, hæc decreſcat, erit $AB^{n-1} - DE^{n-1}$, ut ordinata DL; unde facilis eruitur ratio rem expediendi etiam in eo caſu.

430 Sed eo omiſſo ſiſtendum eſt in hypotheſi compreſſionis priore, & in binis hypotheſibus gravitatis conſtantis, ac decreſcentis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, de quibus ſolis agit Noſter, & primo loco demonſtrandum illud, quod diximus in adn. ad verſum 1097, initio exiguum eſſe earum diſcrimen, quod deinde ſit ingens. Patet utrumque; quia donec in fig. 48 AK eſt exigua, ratio CK ad CD eſt proxime ratio æqualitatis, adeoque & KE, ED ſunt proximè æquales; adeoque denſitates geometricè propor-

portionales reſpondent intervallis fere æqualibus. Secus ubi *AK* ſit ingens, *AD* exigua. Poteſt intervallum *EK* habere ad *ED* quancunque rationem, utcunque magnam. Et quidem vidimus earum hypotheſium determinationes a ſe invicem diſcrepare in immenſum, cum in altera in immenſum attenuari debeat atmoſphæra, in altera habeatur attenuationis ultimus limes. Is limes admodum facile, & eleganter in ea hypotheſi definitur: eſt nimirum denſitas tertia continue proportionalis poſt eam, quæ habetur in ſuperficie Terræ, & eam, quæ habetur in diſtantia unius ſemidiametri terreſtris. Cum enim ſit alternando *CD* . *DE* : : *CK* . *KE*; ubi *DE* ſiat æqualis *DC*, ea ratio ſit ratio æqualitatis, & punctum *K* abit in infinitum.

431 Hinc illud quod Newtonus affirmavit, juxta num. 416, ultra diſtantiam ſemidiametri terreſtris a ſuperficie augeri tenuitatem in immenſum, non habet locum in hac hypotheſi, ſi nomine in immenſum intelligi debeat abſolute in infinitum, vel in quavis ratione, atque id, tum quia noſtra atmoſphæra demum debet confundi cum ſolari, deſinentibus ibi hiſce progreſſionibus juxta adnot. ad verſum 1197; tum etiam ex eo, quod gravitas non ſit conſtans, & in hypotheſi gravitatis decreſcentis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum habetur ille limes tertius proportionalis hic definitus: in majoribus diſtantiis turbatur lex etiam a gravitate in Solem. Hujus autem atmoſphæra aliam fortaſſe compreſſionis legem ſequitur non proportionalem ponderi comprimenti; ut idcirco fortaſſe multo minus in ipſa propoſitæ progreſſiones locum habere poſſint.

432 Jam vero attenuatio debita cuivis altitudini, & altitudo debita cuivis attenuationi facile invenitur in utravis hypotheſi ex iis, quæ poſuimus n. 408. Cum enim logarithmi rationum earundem in diverſis logiſticis ſiat iidem, poſſumus adhibere tabulas logarithmorum jam computatas, & pro hypotheſi gravitatis conſtantis, in qua ipſæ altitudinum differentiæ ſunt differentiæ logarithmorum reſpondentes rationibus denſitatum, habebitur hujuſmodi theorema. *Ut differentia altitudinum locorum debitarum binis obſervationibus denſitatum, ad altitudinem quamvis a ſuperficie Terræ, ita logarithmus rationis denſitatum obſervatæ, ad logarithmum quæſitæ pro illa alia altitudine*; ex quo theoremate, & directum, & inverſum problema facile ſolvitur.

433 Ponam exemplum in inverſo, ad illuſtrandum illud, quod occurrit in adn. ad verſ. 1139 altitudini milliariorum 7 reſpondere denſitatem quadruplo minorem. Quæratur nimirum altitudo, in qua denſitas ſit duplo minor. Ex obſervatione Caſſini (num. 408) uni lineæ reſpondent pedes 60 in ſuperficie Terræ, eſt autem media altitudo mercurii pollicum 28, ſive lin. $28 \times 12 = 336$. Quare ratio denſitatum eſt $\frac{336}{335}$, cujus logarithmus æqualis differentiæ logarithmorum eorum numerorum eſt 12945 in canone decimalium ſeptem notarum; logar. rationis $\frac{2}{1} = 3010300$. Factis 12945 . 3010300 : : 60 . 13953, hæc erit in pedibus altitudo debita illi rationi duplæ, quæ altitudo eſt paſſuum 2771, & ejus duplum 5542 minus adhuc 6 milliariis exhibet rationem quadruplam. Ex determinatione Derhami tribuentis pedes Londinenſes 96 uni decimæ unciæ eruitur altitudo pro ratione dupla pedum Pariſ. 18697, ſive paſſuum 3739; nam altitudo media barometri eſt unciarum Londinen-

ſium 30, adeoque ratio eſt $\frac{300}{299}$ pro una decima unciæ, & 96 pedes Londinenſes ſunt proxime 90 Pariſienſes, ex quibus datis inſtituitur calculus eodem prorſus pacto. Quare pro quadrupla paſſus 7478. Demum ex Halleyana obſervatione, cum unciæ $3\frac{8}{10}$ ſint $\frac{38}{10}$, ratio erit $\frac{300}{262}$ pro pedibus Pariſienſibus 3483; unde pro ratione dupla prodeunt pedes 17824, ſive paſſus 3765, ac pro ratione quadrupla paſſus 7530. Prima ex hiſce tribus determinationibus exhibet multo minus quam 7 milliaria, reliquæ duæ paullo plus, & determinatio media inter ipſas exhibet paſſus 6850, ſive milliaria fere 7, quod oſtendit jure a Noſtro aſſumptam eſſe rationem quadruplam pro 7 milliariis, ut in adn. ad verſ. 1139: in altitudine vero ita exigua reſpectu ſemidiametri terreſtris ea ratio poteſt aſſumi etiam pro gravitate decreſcente in ratione reciproca duplicata diſtantiarum.

434 Ex ratione denſitatis aeris ad denſitatem aquæ poteſt itidem facilis erui generalis formula ad idem inveniendum. Sit 1 ad r ratio denſitatis aeris ad denſitatem aquæ, & erit ad denſitatem mercurii 1 ad $14r$. Igitur pro altitudine pedum 100, deprimetur mercurius per digitos $\frac{1200}{14r}=\frac{600}{7r}$. Ratio igitur denſitatum erit 28 ad $28-\frac{600}{7r}=\frac{196r}{196r-600}$. Sit quævis ratio denſitatum p ad 1, & altitudo, cui ea convenit, dicatur $100x$: erit $\log. 196+\log. r-\log.(196r-600):\log. p::100:100x::1:x$. Quare habebitur $x=\frac{\log. p}{\log. 196+\log. r-\log.(196r-600)}$. Hinc pro quavis ratione r dato p datur x, & viceverſa. Aſſumpta eſt altitudo $=100x$, non $=x$ ad commodiorem calculum numericum, ne nimirum nimis exiguæ fiant differentiæ logarithmorum adhibendæ. Si aſſumatur ratio denſitatis aeris ad denſitatem aquæ 1 ad 800 illa media Muſchembroekiana, & quæratur altitudo $100x$ pro ratione quadrupla, erit $r=800$, $p=4$, & facta ſubſtitutione evadit $x=361.57$, adeoque altitudo $100x$ pedum 36157, ſive paſſuum 7231; nimirum milliariorum proxime 7, quæ accurate exhiberentur a ratione denſitatis aeris paullo majore illa media 1 ad 800.

435 In adnotatione ad verſ. 1147 duo occurrunt illuſtranda; primo quidem duplicatio granuli per vices 64, quæ ſummam efficit, cui avehendæ pares naves nuſquam habeantur: tum in hypotheſi gravitatis conſtantis poſt 210 milliaria deveniri ad numerum conſtantem 19 notis. Hoc ſecundum ibidem ſatis evincitur; ſed facile ope logarithmorum ſic demonſtratur ſine actuali calculo ingenti numerico. Eſt $\frac{210}{7}=30$, Igitur deveniri debet ad numerum trigeſimum poſt primum progreſſionis 1, 4, 16, 64 &c. Patet eum fore poteſtatem trigeſimam num. 4, & proinde ejus logarithmum $=30\log. 4=30\times 0.6020600=18.0618000$. Cum ejus logarithmi carateriſtica ſit 18, oportet ipſum conſtare notis 19.

436 Ad illud primum oſtendendum in progreſſione 1, 2, 4 &c. habebitur ſexageſimo quarto loco 2 elevatum ad potentiam 63. Summa autem in hujuſmodi progreſſione terminorum omnium, addita unitate, æquatur duplo poſtremo; ut facile perſpicitur, & admodum facile ex ipſa progreſſionum natura

tura demonſtratur. Quare tota ſeries addita unica unitate eſt $(2)^{64}$, & ejus log. eſt 64 log. 2 $=$ 64 $\times$ 0, 3010300 $=$ 19. 2659200, qui numerus conſtabit notis 20, ac ex ipſis tabulis per numeros poſt carateriſticam ſtatim primæ notæ innoteſcunt. Eſt nimirum numerus major quam 1844 cum 16 cyphris zero, adeoque multo major 18 trilionibus.

437 Jam vero navis oneraria ingens ſit, oportet, ut poſſit deferre 3000 illarum menſurarum tritici, quas dicimus *rubbia*, & ſingulæ continent 600 libras. Quare ingens eſt oneraria, quæ ferat tritici libras 2000000. Una uncia continet grana 480, quæ ab ipſis frumenti granis nomen acceperunt; ſed plerumque continet plurium granorum frumenti pondus, & grana ipſa non omnia ſunt ejuſdem aut molis aut ponderis. Ego in una uncia, parte duodecima ejuſdem illius libræ, inveni grana mediocris ſpeciei frumenti plurium generum 568, 608, 600, 568; quod a pluribus aliorum determinationibus non multum abludit. Medium eſt 586, ſed ponamus adhuc plus, nimirum 600. Continebit una libra 7200, adeoque ſatis ingens oneraria deferet ægre 14400000000 grana. Si per hunc numerum dividatur ille 1844 cum 16 cyphris, obveniet plus quam 1 cum 9 cyphris, ſive plus quam mille milliones earum navium requirentur. Nimirum requirerentur pluſquam mille nationes, quarum ſingulæ haberent pluſquam mille urbes maritimas ejus commercii, ut ſingulæ haberent mille naves ejus magnitudinis, ad ſuperandam unitatem cum 9 cyphris. Is numerus nuſquam eſt ſane in Orbe univerſo.

438 In adnot. ad verſ. 1188 comparantur inter ſe binæ gravitatum theoriæ, & affirmatur gravitate conſtanti poſt milliaria 840 haberi numerum majorem, quam 7 cum 72 cyphris; gravitate autem decreſcente in ratione reciproca duplicata diſtantiarum ſuperari notas 60. Primum patet ex eo, quod cum ſit 840 $=$ 4 $\times$ 210, oportebit adhuc multiplicare per 4 logarithmum 18. 0618000 inventum pro 210, & habebitur 72. 2472000, cujus numerus continet notas 73, & eſt major quam 1 cum cyphris 72.

439 Secundum pendet a ſolutione hujus problematis. *Datis binis terminis progreſſionis harmonicæ invenire, quot ejus termini haberi debeant poſt primum uſque ad datam quandam quantitatem*. Id facile ſolvitur ope theorematis prorſus elementaris, quod occurrit etiam in meis elementis tomo 1, ubi de progreſſionibus ſub finem: nimirum ſi per terminos progreſſionis harmonicæ dividatur quantitas eadem quæcunque, obveniunt termini progreſſionis arithmeticæ. Sint igitur bini termini a, b, & illa magnitudo, ad quam deveniri debet, c: dividatur $\frac{1}{c} - \frac{1}{a}$ per $\frac{1}{b} - \frac{1}{a}$, & habebitur numerus quæſitus $= \frac{(c-a) \times ab}{(b-a) \times ac} = \frac{b}{c} \times \frac{c-a}{b-a}$. Nam is numerus exhibet, quoties in progreſſione arithmetica diſtantia terminorum replicanda ſit, ut deveniatur ad terminum $\frac{1}{c}$.

440 In caſu noſtro a eſt ſemidiameter Terræ milliariorum quamproxime 4000, igitur $b = 4007$, $c = 4840$. Iis valoribus ſubſtitutis habetur $\frac{4007 \times 840}{4840 \times 7} = 100$ quamproximè, & totidem erunt termini poſt primum

pro-

progreſſionis harmonicæ diſtantiarum a centro, totidem progreſſionis geometricæ 1, 4, 16 &c. attenuationum. Ii in hypotheſi gravitatis conſtantis erant 120; unde ſtatim patet diſcrimen ingens. Ad habendam rationem denſitatis pro ea diſtantia oportebit logarithmum 4 $=$ 0. 6020600 ducere in 100, & habebitur 60. 2060000, cui reſpondent notæ 61.

441 Quod ſi quæratur, quot termini futuri ſint uſque ad altitudinem ſemidiametri terreſtris, erit $a = 400$, $b = 4007$, $c = 8000$, adeoque $\frac{4007 \times 4000}{8000 \times 7} = \frac{4007}{14} = 286$, dum in gravitate conſtanti habetur $\frac{8000}{7} = 1143$ diſcrimine ſane enormi, cum hìc ſit triplus illius, adeoque numerum notarum poſt primam triplicet, quod in numeris adeo ingentibus, quo evadat, vix imaginando utcunque concipiamus, & fere ne vix quidem. Ducendo 0. 6020600 in 286 habetur 172. 1891600. Quare ratio denſitatum exprimitur per n. 173 notarum, ſane enormem: numerus autem qui ultimum in hac hypotheſi rarefactionis terminum exprimeret, haberet (n. 430) duplum logarithmum, adeoque contineret notas 345: eſſet quidem immanis, ſed longiſſimè diſtaret ab infinito, reſpectu cujus eſſet merum nihil.

442 Numerus illam rarefactionem exprimens adhuc eſt ita immanis, ut comparatio a Newtono inſtituta ſit, fere dixerim, in immenſum debilior juſto. Semidiameter Terræ continet pedes minus, quam 20000000 (numer. 404), adeoque minus, quam pollices $24 \times (10)^7$. Diſtantia Terræ a Sole eſt proxime 20000 ſemidiametrorum terreſtrium, & Saturni diſtantia media minus, quam decupla. Hinc ea continet ſemidiametros terreſtres minus, quam $2 \times (10)^5$, & proinde digitos minus, quam $48 \times (10)^{14}$, ſive minus, quam $5 \times (10)^{15}$. Quare cubus ejus lateris continet pollices cubicos minus quam $125\ (10)^{45}$, & cum ſphæra ſit proxime quadrupla cubi radii, totum ſpatium circumquaque uſque ad Saturnum continet pollices cubicos minus, quam $5 \times (10)^{47}$; adeoque per eam imaginem non devenimus niſi ad 5 cum cyphris 47. Digitus igitur aeris noſtri ad eam raritatem redactus impleret non unicum id ſpatium, ſed tot ejuſmodi globos, quot exprimit numerus major, quam 2 cum cyphris $172 - 47 = 125$. Is ipſe ita adhuc immanis eſt, ut cubus lateris, quod ad pollicem habeat rationem, quam is pollex habet ad totam Saturni diſtantiam, debeat ſufficere ad implendum adhuc immenſum numerum globorum, quorum ſinguli ſpatium uſque ad Saturnum tantundem contineant, quia aſſumpta illa minima molecula aeris, & hoc immani globo non devenimus, niſi ad cyphras 142, remanentibus pro horum globorum numero cyphris 30.

443 Patet inde, quam imparem Newtonus imaginem ibi elegerit ad illam ſuam tenuitatem exprimendam, cum aſſumpſit ſpatium uſque ad Saturnum, quod præteriri debeat a pollice redacto ad eam tenuitatem, quam ejus progreſſiones requirunt in diſtantia unius ſemidiametri Terræ a ſuperficie; etiam aſſumpta ſecunda progreſſione, quanquam, ut facile colligitur ex loco Opticæ analogo huic, ipſe primam reſpexerit, quæ adhuc fere in immenſum rem auget. Cum 800 milliaria notas 60 exhibuerint, ſatis erat 600 circiter milliariorum altitudo, quæ per adeo humilem imaginem exprimeretur.

444 Verum tam immanem attenuationem debere haberi eſt omnino inveroſimile; nam ad id requiritur, ut compreſſio ſit ſemper proportionalis vi com-

comprimenti, nimirum ut vis repulſiva pergat perpetuo eſſe aliqua in ea ratione diſtantiarum reciproca, & fluidum nulla alia vi urgeatur, quam gravitate in illud centrum, quæ conditiones non habentur in Natura; & cum nobis nec innoteſcat, nec poſſit, ut arbitror, innoteſcere, quorſum vis repulſiva extendatur, & in qua ratione agat, ubi diſtantiæ punctorum paullo majores evaſerint; quid poſt ſatis ingentem dilatationem accidat, ignoramus.

445 Compreſſionem in dilatationibus multo majoribus, quam quæ in montium ſummorum altitudinibus poſſit occurrere, eſſe ſatis accurate proportionalem vi comprimenti deprehenſum eſt plurimis, & accuratiſſimis experimentis inſtitutis juſſu Academiæ Pariſienſis potiſſimum, ubi innotuit depreſſionem mercurii in aſcenſu in montes non procedere juxta hujuſmodi progreſſiones; invenerat enim Caſſinus illam, quam expoſuimus in adnot. in verſ. 1197. Ea progreſſio plurimum diſcedit ab utraque propoſita. Ejus lex ſic ad formulam facile reducitur. Sit depreſſio mercurii infra altitudinem debitam ſuperficiei maris linearum n, habebuntur pedes $60n$, & præterea n termini progreſſionis numerorum naturalium incipiendo a zero; nimirum $60n + \frac{n \times n-1}{2} = \frac{nn + 119n}{2}$. Formula pro gravitate conſtanti habetur num. 434, in qua cum p ſit ratio denſitatis in ſuperficie Terræ ad denſitatem propoſitam, erit $p \frac{28 \times 12}{28 \times 12 - n} = \frac{336}{336-n}$, & altitudo eſt $100x$. Quare formula pro altitudine evadit $\frac{100 \log. 336 - 100 \log. (336-n)}{\log. 196 + \log. r - \log. (196r - 600)}$, ubi ex prima Caſſiniana linea eſt (num. 408) $r = 617$, & formula eſt generalis pro quavis ſuppoſita aeris tenuitate r in ſuperficie terreſtri. Simplicior pro data altitudine depreſſionis primæ lineæ invenitur formula, ſi illa altitudo dicatur b, & fiat $\log. \frac{336}{335} : \log. \frac{336}{336-n} :: b . b \times \frac{\log. 336 - \log. (336-n)}{\log. 336 - \log. 335}$.

446 Hæ poſteriores formulæ locum habent in theoria gravitatis conſtantis, quæ in exiguis montium altitudinibus aſſumi poteſt pro theoria gravitatis decreſcentis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum; pro qua tamen facile admodum erueretur ſua formula ex hujuſmodi poſitione: dicatur ſemidiameter Terræ a, una linea b, altitudo quæſita x, & erunt tres termini harmonici a, $a+b$, $a+x$, adeoque arithmetici $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{a+b}$, $\frac{1}{a+x}$. Quare erit $\log. \frac{336}{335} : \log. \frac{336}{336-n} :: \frac{1}{a} - \frac{1}{a+b} . \frac{1}{a} - \frac{1}{a+x} :: \frac{b}{a+b} . \frac{x}{a+x}$; ubi donec $a+b$ haberi poteſt pro æquali $a+x$, redit formula ſuperior; pro quavis autem altitudine obtinetur formula ex valore x, quem ſtatim exhibet æquatio eruta ex ea proportione.

447 Si ponatur $n = 60$, nimirum depreſſio pollicum quinque, & fiat $b = 60$ juxta Caſſini determinationem; habebitur $\frac{nn + 119n}{2} = 5370$, & $b \times \frac{\log. 336 - \log. (336-n)}{\log. 336 - \log. 335} = 60 \times \frac{854302}{12945} = 3960$, quæ ſecunda

 alti-

altitudo eſt tanto minor, quam illa Caſſiniana; ut idcirco in ſerie a Caſſino obſervata ſerius habeantur eædem attenuationes, quam poſtulet theoria. Diſſenſum ejuſmodi obſervationum a theoria tribuebant multi initio compreſſioni non proportionali viribus comprimentibus; ſed poſteaquam inventum eſt plurimis, uti diximus, experimentis, extra limites ingentis compreſſionis eam legem ſatis accurate ſervari, ad alia impedimenta eſt itum. In adn. ad verſ. 1197 propoſitæ ſunt plures cauſæ, ſed potiſſima eſt ſane illa diverſi caloris. Nimirum experimenta, quæ exhibent compreſſionem aëris proportionalem ponderi comprimenti, fiunt circa maſſam aëris eodem gradu caloris dilatatam; ſi mutetur is calor, mutatur etiam pondus ad eandem compreſſionem neceſſarium. Porro aër propior Terræ non habet eundem gradum caloris, quem editus aër in montibus. Igitur illius, & hujus denſitates non debent eſſe proportionales ponderibus comprimentibus. Si innoteſceret ratio caloris, poſſet reformari formula, ubi ſatis exploratum eſſet, in qua ratione diverſus calor intendat elaſticitatem aëris. At ea & incerta ſunt, & pro varia conſtitutione locorum, ac atmoſphæræ diverſa.

448 Hinc irritos ego quidem arbitror Recentiorum conatus, qui extiterunt plurimi ad hanc rem accuratius determinandam, cum qua connectitur, & refractionum ratio, & methodus determinandi altitudines montium ope barometri; nec enim ſatis eſt notare gradum caloris in ſuperficie Terræ, ſed oporteret noſſe totam ſeriem caloris per totam altitudinem verticalem, de qua agitur, & prope ipſam. Hinc refractiones multo melius determinantur per obſervationes aſtronomicas, quam ex theoria addenſationis atmoſphæræ, & ratio determinandi altitudines montium per barometrum eſt merito ſuſpecta. Caſſiniana illa ſeries pluribus poſterioribus obſervationibus inventa eſt contraria, ut in eadem adnot. diximus. Idem accidit aliis methodis, quæ ſi alicubi aliquando utcunque conſenſerunt, ſæpe alibi diſſentient.

449 Prolata eſt nuper in Actis Berolinenſibus ad an. 1753 formula eo pertinens eruta ex hypotheſi, quod aëris compreſſio non ſit accurate proportionalis ponderi comprimenti, ſed cuidam ejus potentiæ, cujus exponens e quibuſdam obſervationibus determinatus eſt, & inventus unitati ſatis proximus. Etiam ſi eam legem ſequatur compreſſio, quod recedit nonnihil ab aliis determinationibus plurium Obſervatorum; adhuc tamen ob expoſitas difficultates etiam iſta formula ab obſervationibus omnino diſſentiet. Sed relicta jam terreſtri atmoſphæra, aſſurgendum eſt ad ſolarem.

§. 7. Ad not. in verſ. 1250 &c.

DE SOLIS ATMOSPHÆRA, ET AURORA BOREALI.

450 QUoniam nimis arcti limites nobis conſtituti pro hiſce ſupplementis cogunt omnia jam contrahere, conjungemus hæc duo argumenta, & illa tantummodo exponemus, quæ ad intelligendum, vel comprobandum id, quod Noſter proponit, neceſſaria ſunt, quæ quidem Noſter etiam conjunxit a verſu 1250 ad 1614.

451 Pri-

451 Primo loco in adn. ad verſ. 1250. probatur, atmoſphæram ſolarem exiſtere tribus rationibus. Prima petitur a maculis ſolaribus, quas eſſe quaſdam veluti nubes atmoſphæræ ſolaris, jam eſt fere communis opinio. Neque enim Sectatores habuit hypotheſis Philippi De la Hire concipientis maſſam informem, ſolidam, nigram, demerſam intra fluidum lucidum ſolaris ſubſtantiæ, quæ identidem emergat exigua ſui parte; quæ quidem hypotheſis & arbitraria eſt prorſus, & nulli analogiæ innixa, & contraria etiam phœnomeno frequenti macularum ſibi e diametro oppoſitarum, cujus phœnomeni oppoſitum ipſe aſſumpſerat pro fundamento quodam ſuæ hypotheſeos: phœnomena vero macularum, quæ augentur, decreſcunt, ſcinduntur in plures, e pluribus conjunctis coaleſcunt, evertunt funditus ſententiam eorum, qui hasce etiam maculas, ut rariſſimas illas Mercurii, & Veneris ſub Sole, cenſuerunt oriri ex interpoſitione Planetarum inconſpicuorum extra diſcum Solis, ob nimiam viciniam: analogia autem petita a nubibus, ipſa illa ſciſſio, & coaleſcentia, ac exigua craſſitudo, qua fit, ut ubi in limbo obliquè ſpectantur, tenuiſſimæ appareant, ſententiam hic propoſitam confirmant.

452 Secunda ratio petitur a lumine circa Solem in Eclipſibus. Obſervatur quidem in iis, ubi etiam totales ſunt, anulus quidam arctiſſimus lucidior, qui unde proveniat, dicemus fortaſſe, ubi de Lunari atmoſphæra: at ſpectatur & amplius aliud ſpatium lucidum, quod Lunari atmoſphæræ non poſſe tribui, patebit, ubi Lunam carere atmoſphæra ad id apta oſtenderimus, uti oſtendimus in diſſertatione de atmoſphæra Lunari. Pronum eſt autem id tribuere atmoſphæræ Solari, cui & Keplerus, qui id lumen obſervaverat in totali eclipſi, tribuendum jam olim cenſuit. Is in Epit. Aſtron. Cop. lib. 6 ſic habet: *ſubſtantia craſſa circa Solem non hic in noſtro aere, ſed in ipſa ſede Solis interdum circumfuſa, quæ reſplendet radiis Solis, apparetque etiam tecto Sole, ut flamma circulariter emicans, tantumque luminis proferens, ut mera nox eſſe nequeat*; quam ſententiam confirmant mirum in modum plures obſervationes eclipſium, in quibus id lumen apparuit oblongum ab Oriente in Occidentem, quas obſervationes Mairanius congerit in ſuis *Eclairciſſemens ſur l' Aurore Boreale* §. 4. Nam ea ipſa eſt directio æquatoris Solaris, ſecundum quam ipſa atmoſphæra Solaris debet nonnihil produci, ut producitur & lumen zodiacale, a quo tertium argumentum Noſter deſumit.

453 Hoc lumen viſum etiam ab antiquioribus, & cujus veſtigia inveniuntur etiam apud Veteres, diligentius obſervari cœpit a Caſſino jam ab anno 1683, qui plurimas circa ipſum obſervationes iniit, ut & Mairanius deinde plurimas, & ex omnibus ſatis conſtat, id ipſum debere repeti ab atmoſpæra Solari. Ejus forma diſtenditur hinc & inde a Sole ſub zodiaco in formam cujuſdam ingentis veluti rhombi, nec ob luminis tenuitatem ſub oculos cadit, niſi ante matutinum, vel poſt veſpertinum crepuſculum aliqua non exigua ſui parte ſatis extet ſupra horizontem. De ea videnda, quæ fuſe Mairanius operis ſui de Aurora Boreali ſectione 1.

454 Ut ea poſſit ſatis extare ſupra horizontem, requiruntur duo, ut reipſa protendatur multum a Sole, & ut pars illa zodiaci, per quam protenditur, mergat ab horizonte in angulo ſatis magno; ſecus enim confunditur cum horizontis vaporibus. Porro hæc ſecunda conditio pendet a poſitione ſphæ-

ræ, & ſi ſphæra armillaris collocetur ad altitudinem poli debitam, ſtatim apparebit pro zona temperata boreali circa æquinoctium vernum elevari zodiacum Soli proximum veſpere ſupra horizontem in magno angulo, mane inclinari in exiguo; contra circa autumnale æquinoctium, elevari autem ſemper in magno angulo pro zona torrida; contrarium accidere in zona temperata auſtrali. Id provenit ex eo, quod ecliptica inclinatur in angulo graduum $23\frac{1}{2}$ ad æquatorem, & poſito principio Arietis in occidentali parte horizontis, jacet hic apud nos ecliptica ipſa inter æquatorem, & zenith, eodem poſito ex parte orientali, jacet inter æquatorem, & horizontem; ipſe autem æquator ſub æquatore eſt ad horizontem perpendicularis, ſub zona torrida ubique maxime erectus, ut idcirco ibi illa declinatio eclipticæ graduum $23\frac{1}{2}$ non admoveat zodiacum horizonti plus æquo.

455 Accedit etiam declinatio æquatoris ſolaris ab ipſa ecliptica, quæ eſt proximè graduum $7\frac{1}{2}$, cujus poſitionem ſequitur lumen zodiacale: eam æquatoris ſolaris poſitionem Mairanius conſiderat ſect. 4. cap. 5. & 6. & evolutis iis, quæ inde conſequuntur, invenit augeri inde adhuc aliquot gradibus differentiam inclinationis matutinæ, & veſpertinæ ad horizontem in æquinoctiis, ut & illud, quod eſt obſervationibus conforme, facilius videri debere circa æquinoctium vernum veſpere, quam circa autumnale mane.

456 Inde patet, quæ anni tempora ſint aptiſſima ad obſervandum id lumen, quod quidem in hac temperata zona plerumque, ubi apparet, cernitur veſpere verno tempore, & mane autumnali: raro autem admodum videri poteſt eadem nocte, & veſpere, & mane, nimirum ubi multum protendatur a Sole, quod Caſſino contigit nocte inter 4 & 5 Decembris anni 1687; quo tempore invenit utramque cuſpidem a Sole diſtantem gradibus 70 cum latitudine gr. 20. At aliis annis ea cuſpis viſa eſt multo propior Soli uſque ad gr. 60, & 50, quæ erat diſtantia frequentior circa annum 1683, immo & ad 45 devenit; aliquando vero eſt multo remotior, ut circa annum 1686 uſque ad gradus 90, 95, 100 & vero etiam 103 pervenerit obſervante Caſſino. Mairanius autem breviſſimo etiam intervallo temporis paucorum dierum ingentes mutationes invenit in ea diſtantia; uti exponit ſect. 1. cap. 8.

457 Porro & figura oblonga luminis zodiacalis confirmat id ipſum, quod id lumen ſit ipſa atmoſphæra Solaris: nam conſtans motus macularum circa eundem axem oſtendit, Solem cum tota ſua atmoſphæra converti circa proprium axem, in qua converſione patet concipi vim centrifugam, quæ æquilibrium tollat, quod reſtitui non poſſit, niſi fluidum componatur in ſphæroidem compreſſam ad polos, uti vidimus §. 6 lib. 4. Et quidem huc transferri deberet ſolutio problematis propoſiti n. 205, quo quæritur figura fluidi, cujus ſingulæ partes gravitent in datum centrum. Nam ob ingentem ipſius atmoſphæræ Solaris tenuitatem, vis, quæ oritur ex mutua actione partium ipſius, eſt fere nulla reſpectu vis in Solem, quæ agit in ratione reciproca duplicata diſtantiarum.

458 Sed in hiſce hypotheſibus vis reciprocæ ſimplicis vel plus quam ſimplicis diſtantiarum, peculiares difficultates occurrunt, & aliis reductionibus eſt opus. Nam curva *DQ* habet *CE* pro aſymptoto, & area *QPCE* eſt infinita. Oritur autem peculiaris difficultas ex tanta compreſſione figuræ, in quam com-

componi debet atmoſphæra Solaris, ut lumen zodiacale exhibeat. Cum enim juxta num.456 viſa ſit diſtantia inter duas cuſpides graduum 140, & latitudo 20, erit axis longior ad breviorem, ut 7 ad 1; vel quoniam ea latitudo non erat ipſe axis minor, ſed chordi ſegmenti viſi, quæ debuit verſus axem creſcere nonnihil, debuit eſſe ratio axium 6, vel ad ſummum 5 ad 1. At ſi fluidum ſit homogeneum, invenio in hypotheſi gravitatis decreſcentis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, maximam compreſſionem haberi, ubi vis centrifuga in æquatore jam æquetur gravitati (nam ſi ea ſit major, partes avolant), eamque eſſe exiſtentibus axibus, ut 3 ad 2. Quam ob rem recurrendum eſt ad elaſticitatem, ad variam denſitatem fluidi, & ad alias cauſas extraneas ipſi æquilibrio, quæ materiam verſus æquatorem ſolarem compellant, & congerant, ibique adhuc magis elevent; ſed hæc perſequi hic non vacat, ubi nimis arctis limitibus coercemur.

459 Quoniam atmoſphæra ſolaris obvertit æquatorem ſuum, vel accurate, vel proximè Terram verſus, inde facile ex diſtantia cuſpidis extremæ a Sole in gradibus obſervata eruitur ejus diſtantia rectilinea a Sole ipſo. Sit in figura 49 Sol in S, Terra in T, & ſit primo atmoſphæra ſolaris BAC radio SB minore, quam ST. Cuſpis apparebit ſecundum tangentem TA, eritque ST ad SA, ut radius ad ſinum elongationis STA, qui angulus quotieſcunque fuerit acutus, erit SA, vel SB minor, quam ST, & atmoſphæra ad Terram non pertinget: exiſtente autem eo angulo graduum 80, 70, 60, 50, 45, & ST partium 1000 erit SB partium 985, 940, 866, 766, 707, citra quos limites cum aliquando contineatur lumen zodiacale, & nuſquam appareat; oportet ipſam aliquando non pertingere ad Venerem, cujus diſtantia a Sole eſt 723 in iis partibus juxta num.92. Quod ſi diſtantia angularis fuerit graduum 90, terminabitur ad tangentem TD, exiſtente angulo STD recto, adeoque pertinget ad ipſam Terram T, eritque TIE. Si autem ſuperet quadrantem aliquot gradibus, tunc protenditur ultra Terram in F, ſed parum admodum. Tunc enim in exigua altitudine TF ſenſum effugiet ob tenuitatem, ut & nebula exiguo intervallo non diſcernitur; at TD ordinata ad circulum FDG media inter TF exiguam, & TG immanem, adhuc poterit eſſe ſatis longa, ut ſatis ſenſibilem exhibeat candorem luminis ab ea reflexi, & erunt aliæ TH in angulis cum ipſa exiguis adhuc ſatis longæ, quæ in angulis aliquanto majoribus ſtatim exiguæ evaneſcent. F.49

460 Et eam quidem ob cauſam etiam in poſitione graduum 100 oportebit, tranſcendat nonnihil diſtantiam ST, ut recta TD pars aliqua non ita exigua intra ipſam immergatur; & diſtantia SB in caſu graduum 80, 70 &c. erit tantillo major, quam quæ ſuperius eſt definita, ut nimirum tangentis TA pars non ita exigua immergatur intra atmoſphæram, & eam conſpicuam reddat. Quod ſi TF tranſcurſus ultra Terram ſit major, tum totum Cælum apparebit per totam noctem albeſcens ejuſmodi perpetuo lumine, quod certum terminum habebit nullum, cujuſmodi noctes plures obſervavit Mairanius, & ego ipſe Romæ pluribus annis, ſed potiſſimum ſuperiore Julio hujuſce anni 1759 non ſemel.

461 Et ex hac jam majore, jam minore extenſione atmoſphæræ ſolaris debuit provenire, ut quibuſdam annorum ſeriebus nullum ejus indicium vel ſatis tenue habitum ſit, aliis frequentiſſimè ſit viſum zodiacale lumen ſuis tempori-

poribus, cujuſmodi viciſſitudines nonnullas perſequitur Mairanius ſect. 4 cap. 8, & earum nexum ibidem exhibet cum viciſſitudine ſimili iiſdem temporibus obſervata in reditu, ac defectu Auroræ Borealis; quod ipſum jam indicat inde ortum ducere Auroram ipſam Borealem; ad quam faciemus gradum. Sed interea notandum ex iis, quæ huc uſque ſunt dicta, patere, quæcunque continentur in adn. ad verſ. 1250, 1304.

462 In adn. ad verſ. 1354 habetur illud, atmoſphæram ſolarem debere dividi in duas partes, quarum inferior lumen reflectat, quam hucuſque conſideravimus, ſuperior autem ultra illam protendatur prorſus inconſpicua, quod luminis reflectendi ſit incapax. Hanc ulteriorem materiam indicant caudæ Cometarum, quæ ut ibi diximus, & iterum dicemus inferius, ſunt vapores a Cometa emiſſi, & ſurſum protruſi ab ipſa atmoſphæra ſolari in partes oppoſitas Soli, ut noſtri fumi ſurſum protruduntur in partem oppoſitam Terræ a noſtro aere. Caudas Cometarum aſcendere etiam in ea regione, ad quam atmoſphæra lumen reflectens non pertingit, obſervatum eſt in Cometis pluribus, quæ caudas habuerunt, & quidem ſatis longas etiam orbem Telluris transgreſſæ plurimum eo tempore, quo nullum erat indicium atmoſphæræ ſolaris Terram ambientis, & longe ultra ipſam protenſæ; noctibus nimirum obſcuriſſimis. Id patuit in primis in Cometa anni 1680, cujus longiſſima extitit cauda, & in poſtremo hujuſce anni Cometa vidimus, ubi is jam ſupra orbem Terræ ſe longe eduxerat procedente Majo menſe, licet ipſa ejus cauda tenue lumen emitteret.

463 Nec vero in eo difficultas eſt ulla, quod Cometici fumi lumen reflectant, ubi atmoſphæra ſolaris ipſos protrudens ſurſum, adeoque ipſis denſior non emittat. Sic noſtri fumi truduntur ſurſum ab aere ipſis utique longe graviore, & interea ingenti luce albicant, ipſo ad ſenſum prorſus pellucido, & nubes tam alte ſuſpenſæ intercipiunt lumen, quod aer non intercipit; nam non a denſitate pendet opacitas, ſed ab inæquali particularum denſitate, uti conſtabit tomo 3.

464 Exemplo hujuſce duplicis atmoſphæræ ſolaris etiam terreſtrem duplicem atmoſphæram propoſuimus in adn. ad verſ. 1346, quarum altera contineat vapores, & exhalationes aptas ad reflectendum ſolare lumen, altera longe elevatior, & adhuc ad Terram pertinens, ac cum ipſa circumacta motu diurno, ſit penitus diaphana, ad quam terreſtres exhalationes, & vapores luci reflectendæ idonei aſcendere nequaquam poſſint. Ea duplicis atmoſphæræ terreſtris diſtinctio eſt quædam veluti baſis Mairanianæ theoriæ de Aurora Boreali; alterius enim nimia humilitas excludit omnes cauſas ab aliis adductas, alterius elevatio ſupra hanc relinquit locum ſuſpenſioni, vel retardationi partium craſſiorum atmoſphæræ ſolaris, quæ ſi Telluri occurrant, dum in eam decidunt gravitate ob viciniam ſuperante jam gravitatem in Solem, in ſuprema hujus ſublimioris terreſtris atmoſphæræ parte collidantur, & addenſentur, ac dum ad polos defluunt, Auroræ Borealis phœnomena exhibeant.

465 Ad demonſtrandam humilitatem atmoſphæræ terreſtris, quæ lumini reflectendo ſit par, argumento, quod innuimus in adn. ad verſ. 1346, ſit in F. 50 fig. 50 *T* centrum Terræ, cujus *DCK* ſit ſectio plani tranſeuntis per ipſum centrum, per locum *C*, & per Solem in fine crepuſculi veſpertini, vel initio matutini. Sit autem *HBL* in eodem plano atmoſphæra lumini reflectendo

par,

par, quam ſecet in *B* recta *ABC* tangens Terram in *C*, & exhibens ipſius loci *C* horizontem: tanget in *D* ipſam Tellurem radius *SDB* tum delatus a Sole, ſi ille extremus crepuſculi limes ſit per unicam reflexionem, & radiorum via concipiatur rectilinea. Jam vero ille limes crepuſculi habetur ex obſervationibus plurimis, Solis centro depreſſo infra horizontem per gradus circiter 18: tendit autem *SB* a limbo ſuperiore Solis, qui poſtremum radium emittit ad punctum extremum *B* reſpondentem horizonti loci *B*; quare angulus *ABS*, dempta a gradibus 18 ſemidiametro Solis 16', erit 17°. 44'. Is erit æqualis angulo *DTC*; nam in quadrilineo *DTCB* ob duos angulos rectos ad *D*, & *C*, erunt æquales duobus rectis & anguli *DTC*, *DBC*, quibus & anguli *SBA*, *DBC* æquantur, adeoque dempto communi *DBC*, erit *SBA* = *DTC*.

466 Facile autem perſpicitur angulum *BTC* fore dimidium *DTC*, adeoque 8°, 52'. Quare ſi ipſa *BT* occurrat arcui *DEC* in *T*, erit ut radius 10000000, ad exceſſum ſecantis 8°, 52' ſupra radium = 120948, ita ſemidiameter Terræ pedum 19641762 (n. 404), ad altitudinem atmoſphæræ *BE*, quæ evadit pedum 237562, ſive paſſuum 47512, quæ altitudo eſt paullo minor milliariis 48. At ſi conſideretur præterea refractio, multo minor altitudo requiritur. Refractio radii horizontalis *ABC* eſt circiter minutorum 34, eſt enim aliquando 32, & aliquando etiam 36, ac 37. Triplicatur autem ejus effectus in intervallis *HD*, *DB*, *BC*. Quare demptis adhuc 3 × 34' = 1°, 42, angulus *ABS* haberi poterit pro 16°. 2'; & angulus *BTC* pro 8°, 1', cujus exceſſus ſecantis ſupra radium eſt 98689; & inde altitudo *EB* pedum 193842, ſive paſſuum 38768, adeoque minus quam milliariorum 40, ut in ea adnotatione eſt dictum pro unica reflexione.

467 Quod ſi in recta horizontali *CA* in ipſo crepuſculi limite non devenit ad *B* radius directus *SDB*, ſed devenit ad *F* radius reflexus ex *I* per *IEF*, tum facile patet, æquales fore angulos *DTI*, *ITB*, *BTF*, *FTC*, adeoque angulus *FTC* erit prioris dimidius, unde altitudo *GF* atmoſphæræ invenietur proxime ſubquadrupla prioris, ut patebit ineunti calculum, & altitudo pro radiis directis minor milliariis 12, pro reflexis minor 10, ut ibidem eſt dictum.

468 Jam vero Auroræ Borealis altitudo debet eſſe longiſſime altior, argumento, quod attigimus in adn. ad verſ. 1395. Quid ea ſit, & quæ ſint præcipua ejus phœnomena, abunde expoſitum eſt in adn. ad verſ. 1360. Porro ipſa, & idem ejus limbus, ut lucidus ille circulus, vel arcus obſcuri limes per Europam univerſam aliquando apparet ſimul, & vero ubique ad eandem Cœli plagam. Si ſit aliquod objectum in *B*, id videri non poteſt, niſi per arcum terreſtrem *DEC* graduum 18, atque id ita, ut ſi in *D* ſpectetur ad meridiem, in *C* ſpectari debeat ad Boream: quod ſi ad eandem plagam videri debeat, oportet ſpatium ſit minus arcu *DE* graduum 9, & objectum *F* minus quam per arcum graduum 4; quibus arcubus eſt tanto major univerſæ Europæ tractus.

469 Sed accuratius res definitur obſervata arcus lucidi altitudine eodem tempore in binis locis. Sint in fig. 36 bina loca *A*, & *B*, phœnomenum *f* autem obſervatum in *f*. Data elevatione ſupra horizontem, dantur & diſtantiæ a zenith *EBf*, *DAf*; adeoque dantur & anguli *CBf*, *CAf*. Datis F. 36

locis

locis A, B, datur arcus circuli Terræ maximi AB, adeoque angulus ACB, quem is metitur, & proinde anguli CAB, CBA dimidii ipſius complementi ad duos rectos. Si prior cum CAf auferatur a 4 rectis, & poſterior a CBf, relinquuntur anguli BAf, ABf, ex quibus, & diſtantia AB eruitur Af, adeoque datis jam CA, Af, & angulo CAf, datur Cf, qua ablata a radio CA. habetur altitudo phœnomeni ſupra ſuperficiem Terræ.

470 Porro hac methodo applicata pluribus obſervationibus, invenit Mairanius ſect 2 cap.3 elevationes leucarum Gallicarum (quarum 25 continentur in gradu circuli maximi, & proinde continent ſatis proxime milliaria Gallica ſingulæ $2\frac{3}{4}$) 266, & 250; ego autem methodo haud multum abſimili inveni elevationem adhuc etiam majorem in mea diſſertatione de Aurora Boreali, in qua, & in adnotationibus ad carmen P Noceti de hoc argumento exhibui conſtructionem geometricam facilem problematis alterius, quod Mayerus propoſuit, & per algebram ſolvit, inveſtigandæ ejuſmodi elevationis ex aliis datis, obſervata nimirum ſola amplitudine horizontali arcus lucidi, & ejus elevatione maxima in medio, & oſtendi, quo pacto eodem uti liceat definito loco, cui reſpondet ejus circuli centrum; ac eandem methodum extendi etiam ad caſum, quo obſervetur amplitudo arcus lucidi in aliquo plano ad horizontem inclinato, quæ prodiit in *Theſibus ex uni. Phil* P. Lunardi editis anno 1755; ut itidem in ipſis meis diſſertationibus propoſui plura præcepta, quæ ſi ſerventur in obſervandis Auroris Borealibus, multo tutius, & exactius earum altitudo definiri poſſit.

471 Sed hiſce omnibus hic omiſſis, concludemus argumentum contra omnes ſententias expoſitas in adnotatione ad verſ. 1395: nimirum nullam earum veram eſſe poſſe, cum ejus ſedem conſtituat in atmoſphæra terreſtri reflectente radios, quæ eſt adeo humilis, dum Auroræ Borealis ſedes eſt e contrario ita elevata. Sunt contra earum ſingulas & alia argumenta, ut contra eam, quæ repetit hoc phœnomenum a radiis Solis incidentibus in nives polo proximas, tum inde in nubes, & inde iterum in nives, atque ita porro, valet plurimum ingens numerus ejuſmodi reflexionum, qui requireretur Sole uſque adeo depreſſo per hyemem ſub horizonte verſus mediam noctem, & nubibus ita parum elevatis ſupra ſuperficiem Terræ; ſed hæc & alia multa huc pertinentia omittenda neceſſario ſunt ob limites nimis arctos, uti diximus, hiſce ſupplementis conſtitutos.

472 Mairaniana cauſa, quam Noſter amplectitur, & veram ipſe etiam eſſe cenſeo, repetita ab atmoſphæra ſolari decidente verſus Terram exponitur in adn. ad verſ. 1395: videndum hic, quantum extendi debeat atmoſphæra ſolaris illa, quæ continet materiam lumini reflectendo parem, ut in Terram poſſit decidere. Si ſpectentur ſolæ binæ gravitates, limes, in quo gravitas in Terram incipiat eſſe major gravitate in Solem, ſic facile invenitur. Sit diſtantia media Solis a Terra $= D$, diſtantia Lunæ a centro communi gravitatis Terræ, & Lunæ $= d$, tempus periodicum Solis $= T$, Terræ $= t$, diſtantia limitis quæſiti a Terra $= x$; vis Terræ in Solem ſit $= u$. Erit (num. 265 tom.1) ut $\frac{D}{TT}$ ad $\frac{d}{tt}$, ita u ad vim Lunæ in Terram $= \frac{duTT}{Dtt}$. Eſt autem ut $(D-x)^2$ ad D^2 ita vis Terræ u ad vim in Solem in eo limite,

quæ

quæ evadit $\frac{D^2u}{(D-x)^2}$; & ut x^2 ad d^2 ita vis Lunæ $\frac{duTT}{D.tt}$ in Terram ad vim in eandem in eodem limite, quæ evadit $= \frac{d^3uTT}{Dttx^2}$. Cum ea debeat eſſe æqualis priori, obtinetur æquatio $D^3ttx^2 = d^3TT \times (D-x)^2$, ex cujus reſolutione obtinetur x. Verum ob x exiguam reſpectu D, ſi libeat aſſumere $\frac{D^2}{(D-x)^2}$ pro $= 1$, evadit $x^2 = \frac{d^3}{D} \times \frac{T^2}{t^2}$. Eſt ex parallaxi 10'' $\frac{1}{2}$ diſtantia D media Solis a Terra ſemidiametrorum terreſtrium 20000 quamproximè, diſtantia Lunæ $d = 60$, Tempus periodicum T dierum 365 $\frac{1}{4}$; tempus Lunæ t dierum 27 $\frac{1}{3}$ proximè, quibus valoribus ſubſtitutis habetur proximè diſtantia ſemidiametrorum terreſtrium 42.

473 Sed diſtantia adhuc major ſufficiet ad virium limitem, quæ determinari poſſet, ſi accuratè innoteſceret ratio vis centrifugæ ortæ ex converſione atmoſphæræ ſolaris circa ejus axem; nam ea gravitatem in Solem minuit, pendet autem a progreſſu velocitatis per diſtantias ignoto. At ſi ea vis centrifuga minuit diſtantiam neceſſariam ad hoc, ut vis in Terram prævaleat, velocitas tangentialis minuit diſtantiam neceſſariam, ut fluidum inde deveniat ad Terram; nam ea velocitate abrepta illa materia, deflectet quidem motum nonnihil Terram verſus, ſed ſimul tranſvolabit; & ad hoc ut ad eam deveniat, neceſſaria erit extenſio ipſius atmoſphæræ ſolaris quamproximè æqualis diſtantiæ Terræ a Sole.

474 Inde conſtabit, cur non ſemper Auroras Boreales habeamus. Verum nec ſi atmoſphæra ſolaris ad Terram perveniat, & ultra ipſam abeat, continuo habebuntur Boreales Auroræ. Ad eas requiri arbitror, ut occurrat Telluri aliqua pars ipſius atmoſphæræ craſſior, & aptior ad fermentandum cum atmoſphæra terreſtri, & ad inflammationem. Ut enim noſtra atmoſphæra non ſemper æque eſt onuſta exhalationibus, quæ fatuos ignes, & cadentes ſtellas exhibeant; ſic idem in atmoſphæra ſolari contingere cenſendum eſt; atque ita & explicatur, cur etiam ubi lumen zodiacale protenditur ultra 90 gradus, non habeamus perpetuo Boreales Auroras, & ratio redditur ignitorum quorundam globorum, qui aliquando ſunt viſi altiores, quam poſcat terreſtris atmoſphæræ humilitas illa; quin immo id ipſum confirmant ſcintillationes quædam, quas aliquando majoribus teleſcopiis in atmoſphæra ſolari & Caſſinus, & Mairanius deprehendere ſibi ſunt viſi.

475 Explicatio phænomenorum propoſita in adn. ad verſ. 1453 eſt per ſe prona, & facilis. Quod ad coronam pertinet, de qua in adn. ad verſ. 1491, id ſequenti ſchemate facile illuſtrabitur. Sint in fig. 51 AB, CD bini ductus F. 51
materiæ zodiacalis orti juxta eam adnotationem ex productione maſſæ, cujus imæ partes A, C denſiores inferius deſcendant, quæ habebunt directionem inter ſe ad ſenſum parallelam, horizonti perpendicularem, vel nonnihil obliquam, prout vel atmoſphæra ipſa, vel materia zodiacalis ibi caruerit motu tranſverſali, vel ipſum habuerit. Oculus conſtitutus in O prope ſuperficiem Terræ ipſos referet ad ſuperficiem ſphæræ EIG ſibi concentricæ per rectas viſuales OAE, OBF, ODH, OCG, qui ductus omnes apparebunt inclinati verſus punctum I, ad quod tendit recta OI ipſis parallela, quod

in

in primo caſu erit zenith loci *O*, in ſecundo ab eo diſtabit magis, vel minus, prout inclinatio ductuum *AB*, *CD* fuerit major vel minor. Igitur omnes ductus apparebunt inclinati in arcubus *EF*, *HG*, & convergentes ad illud punctum *I*, ac quiſque Spectator videbit quandam veluti coronam radiis verſus ſuum zenith convergentibus, vel prope ipſum.

476 In adn. ad verſ. 1507 nihil occurrit hic illuſtrandum. In adnot. ad verſ. 1515 habetur conſenſus viciſſitudinum inter regreſſum frequentiæ hujus phœnomeni, & luminis zodiacalis, quod ad utriuſque hiſtoriam pertinet, videndam apud Mairanium ſect. 4 cap. 9, uti diximus num. 461. Tria anni tempora phœnomeno maximè faventia ſuccedunt in adn. ad verſ. 1542, de quibus hic agendum.

477 In primis cum orbita Terræ ſit elliptica, Terra ipſa jam eſt propior Soli, jam ab eo remotior, & patet plures debere accidere Auroras Boreales cæteris paribus in primo caſu, quam in ſecundo, cum in primo ſæpius debeat ad ipſam pertingere atmoſphæra ſolaris, quam in ſecundo. Porro Terra eſt in Perihelio in ipſo fine Junii, & in Aphelio in fine Decembris. Quamobrem hæc ex eo capite ſunt duo anni puncta, maximè favens, & minimè favens Auroræ Boreali.

478 Deinde cum Lens illa materiæ zodiacalis ſit obliqua ad eclipticam juxta num. 455, patet conferre ad formationem Auroræ Borealis etiam diverſam poſitionem Terræ ad nodos æquatoris ſolaris, vel ipſius lentis. Referat in fig. 52 *ABCD* planum eclipticæ, cujus *SP* ſemiaxis, & *AFCE* planum æquatoris ſolaris, cujus nodus aſcendens *C*, limes Borealis *E*, nodus deſcendens *A*, limes Auſtralis *F*. Cæteris paribus exiſtente Terra in *C*, & in *A*, ſi atmoſphæra ſolaris pertingit ad ejus orbem, pertinget ad ipſam; & ſi eam tranſgrediatur, ipſa erit immerſa in media ejus craſſitudine in ejus æquatore: & exiſtente Terra in *D*, & *B*, poteſt atmoſphæra ſolaris pertingere ad orbitam Terræ, & eam tranſgredi, quin ad Terram pertingat; erit enim ob obliquitatem ejus æquator in *E*, & *B*, nec ad Terram ea atmoſphæra pertinget, niſi uſque adeo tranſgrediatur orbitam Terræ, ut ob ſuam craſſitudinem, eandem involvat, quo tamen caſu, erit propior margini extimo, quam ſi eſſet in *A*, & *C*, adeoque erit immerſa intra atmoſphæræ partem minus denſam.

F. 52

479 Id quidem efficiet, ut cæteris paribus circa *A*, & *C* plures debeant eſſe Auroræ Boreales, quam circa *D*, & *B*. Appellit autem Terra ad *C* circa finem Novembris, nam *C* eſt in gradu 8 Geminorum, & ad *A* circa finem Maii; in *D* autem, & *B* eſt circa finem Februarii, & Auguſti. Hanc comparationem omiſit Noſter & nos omiſimus in ea adnotatione, Mairanius autem eam exponit; ſed ſect. 6 cap. 9, oſtendit, cur adhuc non debeat inveniri inter obſervationes, quas habemus, major numerus circa nodos *A*, & *C*, quam circa limites *D*, & *B*. Eſt autem alia comparatio inter limitem *D*, & *B*, quam nos attigimus, quod nimirum in *D* noſter polus borealis obvertatur ſolari atmoſphæræ, vel illius parti denſiori; in *B* vero polus auſtralis; adeoque in primo caſu circa finem Februarii frequentiores Auroræ eſſe debent, quam in *B* circa finem Auguſti: accedit autem præterea in *D* major proximitas reſpectu perihelii, quod habetur in fine Decembris, quam in *B* proximiore aphelio: hanc comparationem apud Mairanium non invenio.

483 De-

480 Demum ſi conſideretur directio motus annui Terræ, habebitur alia comparatio inſtituenda. Referat in eadem figura, ad hunc alium uſum jam deſtinata *CEAF* æquatorem, *CDAB* eclipticam, & ſit *C* principium Arietis, ac ſint *Eb*, *Fd* arcus æquales, & oppoſiti *ED*, *FB*. Motus annuus Terræ per eclipticam *CDAB* poteſt concipi, ut reſolutus in duos, ſecundum æquatorem *CEAF*, qui motus motum diurnum ex altera parte æquatoris terreſtris accelerat, ex altera retardat nonnihil, & in motum per *bED*, *dFB* perpendicularem ipſi æquatori, quorum poſteriore a ſolſtitio æſtivo *B* traducto per æquinoctium autumnale *C* ad ſolſtitium hybernum *D* (nam exiſtente Terra in Ariete in *C*, Sol eſt in Libra reſpectu ipſius) præcedit ut prora quædam noſter borealis polus; priore contra conſequitur ut puppis a ſolſtitio hyemali ad æſtivum, & hic motus eſt velociſſimus, ubi maxime mutatur declinatio, nimirum circa æquinoctia *C*, & *A*.

481 Jam vero, ut hæc cum obſervationibus comparari poſſint, Mairanius perſequitur in ſuis *Eclairciſſemens* in omnes Auroræ Borealis obſervationes, quæ extant, ut ingentes maſſas colligat digeſtas per anni menſes, ex quibus unicam demum conficit continentem Auroras Boreales 1441, ubi fortuitorum caſuum combinationes debent eo magis evaneſcere, & ſe mutuo elidere, quo major eſt ſumma, prævalentibus iis, quæ ad rei naturam pertinent; ac plurimas combinationes init, & inter ſe comparat tota dilucidatione 21. Nos hic ſolam omnium ſummam poſtremam proferemus, & combinationes ex ea inibimus.

482 Inveniuntur Auroræ Boreales Januario 113, Febr. 141, Mar. 202, Apr. 124, Mai. 45, Jun. 22, Jul. 22, Aug. 84, Sept. 172, Oct. 212, Nov. 153, Dec. 151. Comparando 6 menſes nimirum ternos hinc & inde circa perihelium, quod habetur in fine Decembris, cum reliquis 6 menſibus, habentur 972, & 469, comparando quatuor, ſive binos hinc & inde, inveniuntur 558, & 173, comparando duos, ſive ſingulos hinc, & inde inveniuntur 264, & 44. Prima ratio eſt 2.07 ad 1, ſecunda 3.23 ad 1, tertia 6 ad 1; ubi patet, quo magis acceditur ad punctum maxime favens, eo majorem fieri rationem in hac cauſa, quæ omnium maxime conferre debet, ad ipſius Auroræ formationem, cum hæc ſit ipſa diſtantia Terræ a Solo, & proinde cæteris paribus ab atmoſphæra ſolari. Eaſdem autem rationes quamproxime invenit in aliis 4 maſſis ſatis ingentibus alio modo collectis.

483 Quod ſi adhibeatur noſtra comparatio num. 479, circa limitem borealem reſpondentem poſtremis diebus Februarii, & aſſumantur menſes 6, habentur Auroræ 798, & 643; ſi aſſumantur quatuor, habentur 602, & 468; ſi duo, 343, & 256: rationes ſunt 1.24 ad 1, 1.28 ad 1, 1.34 ad 1, ubi ſemper ratio eſt majoris inæqualitatis, exigua quidem in cauſa utique minus efficaci, ſed ſemper creſcens in acceſſu ad maximum.

484 Demum ſi adhibeatur poſtrema comparatio circa æquinoctium autumnale; ſeni menſes circa ipſum æquinoctium autumnale, & circa vernum, incipiendo a Julio, exhibent 794, & 647; quaterni, 622, & 512: bini 384, & 343; ubi quanquam ratio non ſemper creſcat; adhuc tamen ſemper eſt pro eo tempore, quod prævalere debet juxta theoriam, qui tantus conſenſus non eſt utique fortuitus. Idem autem conſenſus in maſſa majore deprehendetur olim, ut mihi omnino perſuaſum eſt, multo major.

488 Quæ

485 Quæ in adnotationibus ad verſum 1589, & 1614 continentur, illuſtratione non indigent.

§. 8. In not. ad verſ. 1624.

DE SONI PROPAGATIONE.

486 IN hac adnotatione promiſimus dicturos aliquid de ſoni propagatione. Totum argumentum de ſono illuſtrationem ampliorem mereretur, at id argumentum Noſter hic vix attigit, quod connectatur utcumque, ſed parum admodum cum gravitate generali, de qua hic agit: ex ea digreſſus eſt ad argumentum de conſtitutione atmoſphæræ terreſtris ab ea magis dependens, & inde ſoni propagationem innuit, quæ pendet ab elaſticitate, & denſitate ipſius atmoſphæræ; ſed & nimis anguſti ſupplementorum limites cogunt jam vela contrahere, & poſtremo tomo occurret fortaſſe locus opportunus magis evolvendis iis, quæ ad ſonum pertinent. Quamobrem hic indicabo tantummodo ea, quæ ad propagationem ſoni pertinentia vel ipſi analoga habet Newtonus Princ. lib. 2 ſect. 8, demonſtrationibus omiſſis.

487 Is primum prop. 41 demonſtrat preſſionem fluidi non propagari per lineam rectam, niſi ipſius fluidi particulæ in directum jaceant, quod cum nuſquam habeatur, patet preſſionem perpetuo divergere in omnes plagas: tum prop. 42 oſtendit motum undarum in ſuperficie fluidi gravis, & pulſuum fluidi elaſtici, ac motum quemvis fluidi divergere in omnes plagas immotas ita, ut ſi trans foramen aliquod tranſeat, deinde divergat ab eodem foramine: prop. 43 oſtendit corpus tremulum in medio elaſtico debere propagare motum pulſuum undique in directum, in medio autem non elaſtico ſolum circularem motum a loco, ex quo pellitur, ad locum, quod vacuum relinqueretur ſine eo motu. Ex his autem in ſcholio poſt prop. 50 eruit illud; cum lux propagetur per rectas lineas, & a foramine, per quod tranſit, non divergat, divergat autem ſonus in omnes plagas, lucem non eſſe motum in fluido propagatum, ſed effluvium progrediens, ſonum autem conſiſtere in pulſibus, quos corpus tremulum excitat in medio elaſtico, uti eſt aer, quod confirmat tremoribus, quos graviores, fortioreſque ſoni, ut tympanorum, excitant in objectis corporibus.

488 Hiſce præmiſſis inquirit primo quidem in undas, quas ſublato æquilibrio excitat in ſuperficie aquæ gravitas, & in pulſus iis undis ſimiles, quos in medio elaſtico excitat ipſa elaſticitas æquilibrio itidem ſublato; & quod ad primum caput pertinet prop. 44 ſatis accuratè demonſtrat, aquam in canali ubique æquè craſſo deſinente in duo crura verticalia debere oſcillationes ſuas exiguas peragere eo tempore, quo pendulum radii æqualis dimidiæ longitudini canalis oſcillationes peragit ſuas, adeoque ſi longitudo aquæ totius oſcillantis ſit pedum Pariſienſium $6\frac{1}{18}$, oſcillationem fore unius ſecundi, oſcillationum autem ad reliquas longitudines pertinentium tempora fore in ratione ſubduplicata longitudinum, uti ſunt in pendulis; quam theoriam applicans ad undas in ſuperficie aquæ excitatas, quæ nimirum fiunt aquæ aſcenſu, & deſcenſu, conjuncto idcirco etiam cum motu proximè ſimili motui

aquæ

aquæ oſcillantis in canali, deducit prop. 45 undarum velocitates fore in ratione ſubduplicata latitudinum, ac prop. 46 progreſſum undæ per ſpatium æquale ſuæ latitudini, ſive diſtantiæ inter binos binarum undarum proximarum vertices imos, vel ima puncta hinc, & inde ab eodem vertice ſummo, fieri eo tempore, quo pendulum ſimplex longitudinem habens ei latitudini æqualem peragit ſuas oſcillationes; unde infert undas, quarum latitudo ſit pedum Pariſienſium $3\frac{1}{18}$ procurrere per 11000 pedes quamproximè ſpatio unius horæ; undas vero alias celeritate, quæ ſit in ratione ſubduplicata latitudinum.

489 Tum facto gradu ad propagationem pulſuum fluidi elaſtici, prop. 47 proponit illud, pulſibus per fluidum propagatis particulas ſingulas motu breviſſimo euntes, & redeuntes accelerari ſemper, & retardari pro lege oſcillantis penduli; in cujus tamen demonſtratione ad ſummum evincit illud tantummodo, ſi eæ particulæ ita accelerentur, & retardentur, earum dilatationes, & vires, quæ inde conſequuntur, eſſe eas ipſas, quæ ad eum motum requiruntur; non autem eam eſſe unicam rationem celeritatum, qua omnia inter ſe apte cohæreant, vel ſi ſint plures ad id idoneæ rationes, eam ipſam eſſe, quam inter cæteras ſelectam Natura requirit, & adhibet. Deducit autem ex ſua theoria, & illud, numerum pulſuum propagatorum eſſe eundem, ac numerum vibrationum corporis tremuli, quibus ceſſantibus ceſſent & illæ: deinde prop. 48 habet illud: ſi condenſationi fluidi ſit proportionalis vis elaſtica, velocitatem propagationis pulſuum fore in ratione directa ſubduplicata vis elaſticæ, & ſubduplicata inverſa denſitatis conjunctim; ac demum in prop. 49, & corollario 1 ipſam celeritatem ſic determinat. Concipiatur medium ejuſdem denſitatis cum fluido, in quo pulſus excitantur, ac ejus altitudinis, ut adæquet pondus, quo id fluidum comprimitur, & velocitas pulſuum propagatorum erit ea, quam gravia acquirerent cadendo motu uniformiter accelerato per dimidiam ejuſmodi altitudinem.

490 Propoſitio 50 determinat diſtantias pulſuum; tum in ſcholio ex poſtremo theoremate definitur ipſa ſoni celeritas, quam invenit pro uno minuto ſecundo pedum Londinenſium 979, multo utique minorem, quam obſervationes exhibeant; nam ii pedes adhibita ratione 1000 ad 1066 reducuntur ad Pariſienſes 919 (ipſe adhibet ubique rationem 1000 ad 1068, quæ exhibet adhuc minus nempe 915); at ex obſervationibus plurimis multo majus provenit intervallum: Gaſſendus quidem definiverat pedes 1473, Academici Florentini 1185, Caſſinus, Hugenius, & Roemerus 1172; Flamſtedius vero & Halleyus Londinenſes 1148, adeoque Pariſienſes 1077, Caſſinus junior in Comment. Academiæ Pariſ. ad an. 1738 exhibet 1038; atque aliæ aliorum determinationes habentur diverſæ, etiam poſt accuratiorem in obſervationibus ſummam, ob diverſam potiſſimum ipſius atmoſphæræ conſtitutionem. Sed omnes ejus generis determinationes excedunt pedes Pariſienſes 1000.

491 Adhibet Newtonus rationem denſitatis aeris ad denſitatem aquæ, pro eo tempore, quo mercurius eſt ſuſpenſus ad altitudinem Londinenſium digitorum 30, ut 1 ad 870, rationem hujus ad denſitatem mercurii, ut 1 ad $13\frac{2}{3}$, unde provenit altitudo fluidi æque denſi, ac eſt aer, digitorum

$30 \times 870 \times 13\frac{2}{3}$, pedum Anglicanorum 29725. Ii redacti ad Pariſienſes exhibent 27942, cujus dimidium 13942 eſt illa altitudo, ex qua grave libere cadendo acquireret quæſitam velocitatem. Ex numer. 633 tomi 1, tempore unius ſecundi gravia cadunt Pariſiis per pedes Pariſ. 15 lin. $14\frac{62}{100}$, ſive per pedes 15.0101, & (num. 422 to. 1) quadratum celeritatis exprimitur per $4amu$, ubi pro noſtris gravibus u eſt ipſa gravitas $= 1$, m eſt ſpatium ipſum pedum 15.0101 caſus liberi per 1'', & a eſt altitudo data 13942, quibus valoribus ſubſtitutis, & extracta radice, obtinentur pedes 915.

492 Si pro tenuitate aeris 870 adhibeatur etiam 1000, & pro denſitate mercurii $13\frac{2}{3}$, adhibeatur 14, creſcit celeritas quæſita in ratione ſubduplicata $870 \times 13\frac{2}{3}$, ad 1000×14, ſive 11890 ad 14000, & obtinetur celeritas 993 adhuc multo minor inventa; ſed ratio illa 1 ad 1000 pro ea barometri altitudine eſt nimis exigua, nec ea theoria cum obſervationibus immediate conciliari poteſt ſine alio aliquo ſubſidio. Recurrit Newtonus ad ſolidas aeris particulas, per quas motus propagetur in inſtanti, quarum diametros ad intervalla aſſumit ex leviſſima ſane conjectura, immo potius ex arbitraria hypotheſi, ut 1 ad 9, vel 10; tum addit vapores intermixtos, qui longe minorem elaſticitatem habeant, quam aqua, & inde extendit celeritatem ſoni ad pedes Pariſienſes 1070, quod ait conſentire cum obſervationibus; addit autem aucta per æſtatem elaſticitate a vi caloris, & imminuta per hyemem in ratione majore, quam ſit ea, in qua mutatur denſitas, fore celeritatem in primo caſu aliquanto majorem, in ſecundo minorem; nam ubi mutantur in eadem ratione, ut in aſcenſu in montes, celeritas remanet eadem, quæ itidem non mutatur juxta eandem theoriam ab intenſitate ſoni, quod cum obſervationibus congruit, & a vento conſpirante, vel oppoſito debet accelerari, vel retardari, quantum aeris maſſa, in qua pulſus fiunt, progreditur, vel regreditur, qui tamen aeris motus etiam in ventis validiſſimis minor eſt pedibus 40.

493 Diverſa vaporum elaſticitas, & craſſitudo particularum poſſunt celeritatem ſoni augere, licet ipſæ particulæ non ſint duræ, nec per eas in inſtanti propagetur motus, quod nuſquam in Natura cenſeo contingere; ſed ipſa theoria correctionem aliquam poteſt admittere, in quam plures Geometræ inquiſiverunt. Verum de his iterum fortaſſe occurret ſermo tomo 4.

§. 9. Ad not. in verſ. 1692.

DE MOLE, MASSA, DENSITATE, ET CENTRO COMMUNI GRAVITATIS PLANETARUM, AC COMETARUM.

494 Illuſtrabimus hic ea, quæ ad hoc argumentum pertinentia illuſtratione indigent ab hac adnot. uſque ad adnot. in verſ. 1874, ubi ad Lunarem theoriam ſit tranſitus.

495 Primo loco, quod pertinet ad moles Planetarum, earum ratio habe-

be-

betur, ſi habeatur ratio diametrorum verarum, cum ſint globi in ratione triplicata diametrorum; ratio autem diametrorum verarum habetur, habita ratione diſtantiarum & diametrorum apparentium; cum ex num. 61 ſit diameter vera in ratione directa diametri apparentis, & diſtantiæ. Ratio diametrorum apparentium habetur ex obſervatione, & ratio diſtantiarum partim ex obſervatione, partim ex theoria juxta ea, de quibus fuſe egimus §. 1 lib. 4, & diſtantia Cometarum juxta ea, de quibus egimus §. 3 ejuſdem. Notandum illud tantummodo diametrum apparentem nuclei nunquam haberi in Cometis, cum is involutus lateat nebula denſiſſima; ſed habetur utcumque diameter apparens ipſius denſioris nebulæ cingentis nucleum, & diameter apparens totius capitis tenuiori etiam vapore terminati; & quidem etiam in Planetis habemus diametros apparentes globi, & atmoſphæræ ſimul, ſed earum atmoſphæra debet eſſe parum elevata, quod deduci poteſt tum exemplo atmoſphæræ terreſtris, tum ex ipſa luminis vi: nam Cometæ ob ingentem illam altitudinem atmoſphæræ radios intercipientis in itu, & reditu, uſque adeo languidum habent lumen, ut plerumque videri deſinant multo ante, quam ad Jovis regionem deveniant. Cometa hujus anni videri deſiit, cum vix diſtantiam Martis a Sole ſuperaſſet.

496 Quod pertinet ad comparationem molis tam Planetarum, quam Cometarum, eorum moles inter ſe multo certius comparamus, quam cum Tellure. Nam diſtantiæ eorum ad ſe invicem innoteſcunt in partibus diſtantiæ mediæ Telluris a Sole, ad quas & diametros veras eorum referre poſſumus, adeoque & omnes reliquas ad unam earum quamvis; at nondum ſatis certo innoteſcit diſtantia media Telluris a Sole in ſemidiametris Terræ, licet ex parallaxi horizontali Solis, quæ jam cenſetur $10\frac{1}{2}$ juxta num. 70, colligatur eſſe ſemidiametrorum Terræ 19644; atque inde etiam ſemidiameter Solis obtinetur in ſemidiametris Terræ, dividendo juxta num. 62 ejus ſemidiametrum apparentem 16'. 2'' per hanc parallaxim horizontalem, quo pacto obtinetur $\frac{1924}{21} = 91.619$, ac eadem eſt ratio diametrorum.

497 Pro reliquis, quæ hic quærimus, determinandis ponemus in ſequenti tabella primo loco diametros apparentes, qui habentur ſpectati e diſtantia æquali ſingulorum diſtantiæ mediæ a Sole, & diametrum apparentem Solis ſpectati in diſtantia media a Terra. Diametri veræ ſunt, ut diſtantiæ, & diametri apparentes conjunctim juxta num. 61. Quare poſita diametro Terræ 1, habebitur diameter vera cujuſvis Planetæ, ſi fiat, ut diſtantia Terræ a Sole ducta in ſuam apparentem diametrum ad diſtantiam Planetæ ductam in ſuam, ita 1 ad diametrum ipſam veram quæſitam; diſtantias autem medias a Sole eruemus ex tabula numeri 23. Diametros ſic inventas ponemus ſecundo loco, retinendo diametrum Solis, quam ſuperiore numero invenimus e fractione $\frac{1924}{21} = 91.619$. Succedent loco tertio, & quarto ſuperficies, & moles, quæ poſita ſuperficie, & mole Telluris $= 1$, habentur, conſiderata omnium figura pro ſphærica, quadrando, & cubando numeros inventos diametrorum verarum, ſive duplicando, vel triplicando eorum logarithmos; nam hic logarithmorum jam inventorum ad logarithmos eorum, quæ conſequuntur deducendos, uſus eſt expeditiſſimus, cum alia ex aliis pendeant.

498 Quinto loco habebuntur maſſæ, quarum ratio haberi non poteſt, niſi in Sole, Jove, Saturno, & Terra juxta adnot. in verſ. 1701, & 1756. Ea autem habetur ex Planetis circa ipſos gyrantibus. Nam ſi maſſa Planetæ, circa quem fit converſio, dicatur Q, diſtantia ab eo D, radius orbitæ R, tempus periodicum T; erit vis ex theoria gravitatis juxta num. 172, ut $\frac{Q}{DD}$, & eadem ex theoria virium centralium (num. 265. tom. 1) ut $\frac{R}{TT}$. Quare maſſa Q, ut $\frac{RDD}{TT}$, adeoque ſi logarithmus ejus valoris pertinens ad Terram auferatur a logarithmo pertinente ad alium ex iis Planetis, habetur logarithmus numeri exprimentis maſſam.

499 Et quidem in Luna gyrante circa Terram R, & D ſunt nonnihil diverſi valoris juxta num. 123, cum ſint, ut maſſa Terræ ad ſummam maſſarum, quæ ratio ponitur a Newtono 40 ad 41, a Bernoullio 70 ad 71, a D'Alamberto 80 ad 81; ſed id quidem parum mutat calculi productum, & hic adhibebimus Bernoullianam erutam methodo, quam ſequenti libro videbimus, ubi de Maris æſtu, $R = \frac{70}{71} D$; adeoque pro Tellure erit expreſſio maſſæ $\frac{70}{71} \times \frac{D^3}{T^2}$, pro reliquis D, & R ad ſenſum æquantur, & formula eſt $\frac{D^3}{T^2}$. Negligemus autem etiam actionem Solis, quæ gravitatem Lunæ in Terram turbat, ſed parum admodum, ut & in reliquis ejuſmodi perturbationes negliguntur. Tempora periodica Terræ circa Solem, Lunæ circa Terram, ſatellitum a Jove, & Saturno eruemus e § 1 lib. 4, adhibendo ſatellitem Jovis extimum, & Saturni quartum ab Hugenio detectum ante alios, magis conſpicuum, ac diligentius obſervatum. Diſtantiæ D pro Luna, & ſatellitibus reducentur ad ſcalam communem, ſi ducantur maximæ elongationes heliocentricæ debitæ diſtantiis mediis a Sole in diſtantias ipſas ab eo; nam ſi ſit in
F. 12 fig. 12 S Planeta Primarius, ac C poſitio maximæ elongationis; eſt, ut radius ad ſinum anguli STC, ita TS ad SC; adeoque SC ut diſtantia ST ducta in eum ſinum, ſive, ubi angulus eſt exiguus, quemadmodum in ejuſmodi elongationibus, ducta in arcum, qui eum metitur. Elongationem quarti ſatellitis Saturni, & extimi Jovis ponemus (juxta n. 29) 3', 0'', ac 8', 45''; elongationem Terræ habebimus ducta diſtantia Lunæ a Terra, quam ex num. 123 ponemus ſemidiametrorum Terreſtrium 60. 26 reſpondentem rationi maſſarum 70 ad 1, in 10'' $\frac{1}{2}$ parallaxim horizontalem Solis reſpondentem ſemidiametro Terræ viſæ e Sole, unde proveniet proximè 10'. 33''. Diſtantia autem Terræ a Sole reducetur ad eandem menſuram, ſi fiat, ut ſinus 10'. 33'' ad radium, ita valor D adhibitus pro Luna gyrante circa Terram, ad valorem adhibendum pro diſtantia Terræ gyrantis circa Solem.

500 Maſſæ diviſæ per moles exhibent denſitates (num. 84 tomi 1), quæ habebuntur loco ſexto, ac eædem diviſæ per quadrata ſemidiametrorum exhibent (num. 172) gravitatis vires in ſuperficie, quæ habebuntur poſtremo loco. Hinc jam patet, quo pacto ſequens tabella computata ſit. Notandum tantummodo illud, ulteriores fractiones ubique omitti de more, ſed longe infra limites fractionum aſſumptarum incerta eſſe omnia, cum pendeant pleraque a ſemidiametris apparentibus, quæ ſunt adeo exiguæ, & quarum

mini-

minimus error duorum, vel trium ſecundorum omnia mutat plurimum. Deinde, cum aſſumpta ſit unitas pro Tellure, omnes numeri propoſiti pendent a parallaxi horizontali Solis, cujus dupla eſt diameter apparens Terræ præter denſitates, in quibus ratio diametri Terræ occurrit, ſpectatis omnibus, triplicata, & directa, & reciproca. Cæterum ſi ea parallaxis mutetur, mutantur diametri veræ reliquorum Planetarum hic expreſſæ in ejus ratione reciproca ſimplici, ſuperficies in duplicata, moles in triplicata itidem reciproca, maſſæ in ratione triplicata reciproca, vires in ſuperficie in ratione reciproca ſimplici. Et idcirco, ut etiam ob aliquod diſcrimen in aliis calculi elementis hi numeri diſcrepabunt ab iis, qui apud alios Auctores occurrent, ut & ab iis, qui habentur apud Newtonum, apud quem in diverſis editionibus ipſo vivente factis diverſi ſunt.

Planetæ	Sol	Saturnus	Jupiter	Mars	Terra	Venus	Merc.
Diam. appar.	32′. 4″	16″	37″	12″	21″	29″	21″
Diam. veræ	91.619	7.161	9.158	0.869	1	0.999	0.387
Superficies	8394.06	52.724	83.876	0.755	1	0.998	0.150
Moles	679056.	382.833	768.833	0.656	1	.997	0.058
Maſſæ	199244.	60.318	221.004		1		
Denſitates	0.259	0.158	0.288		1		
Vires in ſuperf.	23.736	1.144	2.635		1		

501 Ex his patent, quæ occurrunt in adnot. ad verſ. 1702, & 1746. Numeri hic propoſiti diſſerunt nonnihil ab iis, qui habentur in adn. ad verſ. 1734, & 1736, qui deſumpti ſunt ex aliis elementis; & plerumque accedunt ad eos, quos Newtonus adhibuit, qui & a noſtris, ut diximus, & inter ſe diſſentiunt. Et quidem ubi comparatio inſtituitur cum Tellure, diſcrimen provenit etiam a parallaxi Solis horizontali, quæ nobis cum Caillio eſt 10″ $\frac{1}{2}$, Newtono & Caſſino 10″. Maximum diſcrimen apud Noſtrum eſt in ratione maſſæ Jovis ad maſſam Solis, quæ illi eſt 1 ad 1200, nobis evadit 1 ad 902, Graveſandio in poſtrema editione 1 ad 1077, Newtono in editione Amſtelodamenſi anni 1714 eſt 1 ad 1037, in Londinenſi anni 1726 eſt 1 ad 1067. At apud ipſum Newtonum in Saturno diſſenſus eſt major: habet pro eo in priore editione 1 ad 2411, in poſteriore 1 ad 3021: ea Graveſandio evadit 1 ad 3078, nobis hic 1 ad 3304: tantum poteſt hoc in genere non ita magnum diſcrimen in elementis.

502 Ubique tamen denſitas Telluris eſt multis partibus major denſitate reliquorum omnium. Denſitas quidem in remotioribus eſt minor, ſed non in eadem ratione, nec in ulla ratione molis, cum Terra minima ſit denſiſſima, & Saturnus Jove minor ſit eodem rarior. Sol autem tanto major Saturno & Jove, denſior illo, hoc rarior. Nulla ſane occurrit certa ratio inter moles, maſſas, denſitates, diſtantias.

503 In adn. ad verſ. 1756 habetur illud, maſſas horum 4 Planetarum eſſe exiguas reſpectu maſſæ *Solis*. Id patet; nam eorum ſumma ad maſſam Solis eſt in ratione minore, quam 283 ad 199244, ſive minore, quam ſit 1 ad

ad 703. Reliquorum Planetarum maſſæ debent utique eſſe adhuc perquam exiguæ ob exiguam molem. Si omnes cenſeantur ejuſdem denſitatis cum Terra denſiſſima reſpectu priorum trium, eorum maſſæ exprimentur per numeros, qui moles exprimunt. Iis adiectis, vix omnium 6 maſſarum ſumma pertingit ad 285, & ratio vix evadit 1 ad 700.

504 In adn. ad verſ. 1779 diximus, datis maſſis, & poſitionibus Planetarum, centrum commune gravitatis facile inveniri accurate. Quo pacto id fieri poſſit, patet ex adn. ad verſ. 1626, & 1632 lib. 3, & prioris adnotationis methodo facile eruitur illud, quod ibidem diximus; ſi omnes etiam Planetæ jaceant ad eandem plagam in directum, centrum commune gravitatis omnium debere diſtare a centro Solis minus, quam per unam Solis diametrum. Ea methodus huc reducitur pro globis. *Aſſumatur planum quodcumque jacens ultra omnes maſſas, & ſingulorum globorum maſſa ducantur in ſuorum centrorum diſtantias ab eodem plano: tum horum productorum ſumma dividatur per ſummam maſſarum omnium; & habebitur diſtantia centri gravitatis communis ab eodem plano.* Licebit autem pro plano ulteriore aſſumere planum tranſiens per extremi globi centrum, ut hic per centrum Solis, ac habere pro $=0$ hujus diſtantiam, & productum ad ipſum pertinens, ac obveniet diſtantia centri communis gravitatis a centro ejus globi.

505 Quamobrem in caſu propoſito ſatis erit maſſas Saturni, Jovis, Terræ, & moles Martis, Veneris, Mercurii ducere in eorum diſtantias maximas a Sole, quo pacto obtinetur ſumma proximè minor quam 181410000; ſumma autem omnium maſſarum erit proximè major, quam 199529, per quam ſi dividatur illa ſumma, provenit diſtantia proximè minor, quam 910. Quod ſi fiat ut radius ad ſinum ſemidiametri apparentis Solis 16'. 2'', ita (num. 61) diſtantia media Solis a Terra earundem partium 10000 ad ſemidiametrum veram Solis; ea prodit proximè major, quam 466, adeoque diameter proximè major, quam 932, nimirum proxima illi diſtantiæ centri gravitatis 910, ſed adhuc major; Luna autem, & ſatellites, quorum moles eſt perquam exigua reſpectu ſuorum Primariorum, nihil hunc calculum turbant, minores nimirum ſunt, quam quantitates in calculo neglectæ.

506 Hæc diſtantia eſt motus maximus, quem durante hac orbium forma, & apheliis etiam in eandem directionem olim coeuntibus habere poteſt centrum Solis circa centrum commune gravitatis omnium Planetarum hinc, & inde. Caſus hic extremus vix unquam, vel potius omnino nunquam adveniet; at quoniam reſpectu maſſarum Jovis, & Saturni cæteræ ſunt perquam exiguæ, & propiores, ac horum eccentricitates exiguæ ſunt reſpectu totius; ubi ii ſingulis vicenis annis coniunguntur, debet Solis centrum a centro communi gravitatis recedere in plagam oppoſitam per ſpatium paullo minus una ſolari diametro. Id quidem ſpatium eſt perquam exiguum reſpectu diſtantiæ Fixarum, reſpectu cujus tota diſtantia Terræ a Sole eſt ad ſenſum nihil. At reſpectu noſtræ diſtantiæ non eſt ita exiguum; nam diameter ſolaris apparens eſt utique non ſolum ſenſibilis, ſed dimidio gradu major. Et quidem inde nobis obveniret in loco Solis viſo aberratio fere dimidii gradus pro varia poſitione Jovis, & Saturni; ſed illud commodum accidit, quod eadem Jovis, & Saturni actione nos quoque hunc ipſum Solis motum comitamur ita, ut ſen-

ſentiamus effectum ſolius differentiæ actionum, qui effectus ad ſecunda minuta deprimitur. Major effectus ejus inæqualitatis debet eſſe in ſuperioribus Planetis; ut & perturbatio in motibus Planetarum nobis viſis inde oritur ſenſibilis; & ea eſt, cujus mentionem fecimus in eadem adnotatione ad verſ. 1779, & 1827.

507 Reliqua, quæ ad actiones pertinent Cometarum, & Fixarum ſe mutuo elidentes in adnot. ad verſ. 1795, & 1808 ſatis patent; & quod in adn. ad verſ. 1827 pertinet ad immobilitatem centri communis gravitatis Planetarum, neglectis actionibus Fixarum, & Cometarum ſe compenſantibus, atque elidentibus, patent ex adnot. in verſ. 1715 lib. 3; ut & quæ pertinent ad problema trium corporum, ac multo magis 17, quot ſunt omnia nobis nota corpora Planetarii ſyſtematis, ſatis eſt attigiſſe in adn. ad verſ. 1854. Quamobrem ad Lunares inæqualitates tranſeundum eſt, quod eſt poſtremum hujuſce libri argumentum.

§. 9. In notam ad verſ. 1874.

DE INÆQUALITATIBUS LUNARIBUS, ET EARUM CAUSIS MECHANICIS.

508 SI totam Lunæ theoriam oporteret excolere, juſtæ molis libellus requireretur, & methodi ſublimiores, quam ſint eæ, quas in hiſce ſupplementis ad communiorem uſum adhibendas cenſuimus: difficultatem argumenti propoſuimus in adn. ad verſ. 1878. Quamobrem ea perſequemur tantummodo, quæ Noſter propoſuit, determinando vires, ex quibus præcipuæ inæqualitates proficiſcuntur, ac generalem quandam ejuſmodi motuum ideam.

509 Sint in fig. 51 binæ maſſæ in A, & a, ut Terra, & Luna, ac earum F.51
centrum commune gravitatis C in recta Aa, quam debet dividere in ratione reciproca maſſarum: ac proiiciantur per rectas AB, ab parallelas, ſed in plagas oppoſitas, velocitatibus, quæ ſint itidem reciprocè, ut maſſæ, nimirum directè, ut ipſæ CA, Ca. Ductis CB, Cb erunt ſimilia triangula CAB, cab ob latera circa angulos æquales alternos proportionalia. Quare erunt æquales etiam anguli ad C, & BC producta abibit in Cb, eritque & CB ad Cb in eadem ratione CA ad Ca. Sint AE, ae effectus vis mutuæ, & completis parallelogrammis $ABDE$, $abde$ abibunt eæ maſſæ viribus compoſitis in D, & d. Erunt autem ipſæ AE, ae, adeoque & BD, bd (num. 172) reciprocæ maſſis, adeoque itidem, ut CA, Ca, ſive ut CB, cb. Igitur eodem argumento etiam puncta DCd jacent in directum, & idem punctum C dividit rectam Dd in ratione reciproca maſſarum, adeoque eſt centrum commune gravitatis in nova poſitione maſſarum earundem. Cumque eadem demonſtratio redeat poſt quotcunque tempuſcula; patet centrum commune gravitatis in eo caſu debere quieſcere, maſſas autem illas debere circa ipſum immotum moveri legibus, quas requirunt vires directæ ad centrum immobile C. Curvæ autem ADF, adf deſcriptæ erunt, ut ſatis conſtat, & videre licet, in tomo 3 meorum Elementorum, ſimiles, & ſimiliter poſitæ circa punctum C ob ratio-

nem conſtantem CD ad Cd; latera vero homologa erunt reciprocè, ut maſſæ.

510 Cum autem vis gravitatis mutuæ decreſcat in ratione reciproca duplicata diſtantiarum Dd, decreſcet itidem in ratione reciproca duplicata diſtantiarum CD, Cd, adeoque (num. 135) curvæ deſcriptæ erunt ſectiones conicæ, cum iis omnibus diverſis caſibus, quos expoſuimus a num. 139, inter quos continetur & caſus circuli deſcribendi ab utraque maſſa, ſi directiones AB, ab fuerint perpendiculares rectæ ACa, & velocitates eæ, quæ aquirerentur motu uniformiter accelerato viribus, quas habent in A, a per dimidiam diſtantiam CA, Ca.

511 Quod ſi ducatur ſemper Ad' parallela Dd, donec occurrat rectæ ad productæ in d', erit $ADdd'$ parallelogrammum; nam AD, add' ſunt itidem parallelæ ob angulos alternos ad A, a æquales in triangulis CAD, Cad ſimilibus. Erit igitur Ad' parallela, & æqualis Dd; adeoque maſſa A delata ad D ſpectabit maſſam a delatam ad d, tanquam ſi illa manſiſſet immota in A, & hæc abiiſſet ad d'. Punctum autem d' erit ſemper ad aliam curvam $ad'f'$, quæ ob rationem ad' ad ad conſtanter æqualem rationi Aa ad aC, erit ſimilis priori Aaf, & habebit latera ſua ad latera homologa ipſius prioris in ratione ſummæ maſſarum ad maſſam A. Hoc pacto Spectator conſtitutus in A, & ſuum motum non ſentiens tribuet motum utriuſque ſoli maſſæ a, quæ ipſi videbitur converti circa ſe in orbita ſimili ei, quam revera deſcribit, ſed majore ita, ut hujus latera ad latera homologa illius ſint in ratione ſummæ maſſarum ad maſſam, in qua ipſe conſiſtit.

512 Quod ſi etiam libeat conferre inter ſe tempora, & vires horum motuum, facile eruentur hæc theoremata. *Motus maſſæ ſecundæ in orbita vera fiet eodem modo, quo fieret, ſi in centro gravitatis adeſſet alia maſſa immota quarta continue proportionalis poſt ſummam maſſarum, & maſſam primam.* Nam vis in ejuſmodi maſſam ad vim in maſſam A eſſet (num. 172) directe, ut ea maſſa ad maſſam primam, & reciproce, ut quadratum aC ad quadratum aA: quæ ratio poſterior cum ſit reciproca duplicata maſſæ A ad ſummam maſſarum, erit reciproca ſimplex maſſæ novæ ad maſſam A, & elidet eandem rationem directam, factis æqualibus iis viribus. *Vis, qua maſſa ſecunda gravitat in primam, & deſcribit orbitam veram, ad vim, qua poſſit circa maſſam primam immotam deſcribi eodem tempore orbita apparens, & celeritas, quæ habetur in illa, ad celeritatem, quæ haberetur in hac, eſt, ut maſſa prima ad ſummam maſſarum.* Si enim ducatur $d'b'$ parallela db, vis, & celeritas requiſita ad deſcribendum arcum ad' eo tempore, quo deſcribitur ad, erit, ut $d'b'$, & ab' ad db, & ab, nimirum ut $d'a$ ad da, ſive Aa ad Ca, vel ſumma maſſarum ad maſſam A. *Tempus, quo arcus quivis curvæ apparentis deſcribitur, ad tempus, quo eadem vi deſcriberetur circa maſſam primam verè immobilem, eſt in ratione ſubduplicata maſſæ primæ ad ſummam maſſarum, & celeritas in ſingulis punctis in eadem ratione reciproca.* Nam eadem curva deſcribitur (num. 257 tomi 1), ſi vires eadem lege variatæ ſint in ratione duplicata primarum velocitatum, & in eo motu velocitates ubivis ſunt, ut primæ velocitates; adeoque tempuſcula in iiſdem arcubus, & ſummæ tempuſculorum, ſive tempora tota in eadem ratione reciproca. Hic autem vis, quæ haberetur in orbita apparente, ſi eſſet realis, & deſcriberetur

tem-

tempore, quo nunc deſcribitur, ad vim, quæ reipſa habetur, eſt, ut ſumma maſſarum ad maſſam primam ex præcedente theoremate. Quare celeritas huic vi reſpondens ad celeritatem reſpondentem illi alteri vi eſſe debet in ratione ſubduplicata ſummæ maſſarum ad maſſam primam, & tempus ad tempus in ratione ſubduplicata maſſæ primæ ad ſummam maſſarum.

513 Accedat jam maſſis *A*, *a* in fig. 52 præter motus *AD*, *ad* motus alii F. 52 per rectas *AG*, *ag* parallelas, & æquales; & motu compoſito erunt maſſæ in punctis oppoſitis F, *f* parallelogrammorum *DAGF*, *dagf*. Cum vero ſit *DF* parallela, & æqualis *AG*, adeoque & *ag*, ſive *df*, erunt & *Ff*, *Dd* parallelæ, & æquales. Quare maſſa prima ex *F* ſpectabit maſſam ſecundam in *f* in eadem directione, & diſtantia, in qua ex *D* ſpectaret ipſam poſitam in *d*; unde generaliter conſtat quovis motu parallelo, & æquali impreſſo utrique maſſæ, nihil turbari motum reſpectivum ipſarum maſſarum. Si autem ſit *H* interſectio rectarum *Ff*, *Gg*, quæ cum ob *GF*, *gf* parallelas jaceant in eodem plano, debent ſe alicubi ſecare; ſatis patet, fore æqualia triangula *DAC*, *FGH* ob latera *AD*, *GF* æqualia, & æquales omnes angulos laterum parallelorum. Erit igitur & *DC* æqualis *FH*, adeoque *H* centrum gravitatis commune maſſarum delatarum ad F, & *f*, cujus motus fiet per *CH* æqualem, & parallelam rectæ *DF*, adeoque parallelam motibus maſſarum parallelis *AG*, *ag*. Gyrabit igitur in hoc caſu ſyſtema binarum maſſarum eodem modo circa centrum commune gravitatis promotum æquabiliter in directum velocitate, quæ ſyſtematis partibus impreſſa eſt, quo gyraret circa idem immotum.

514 Concipiatur jam, binas maſſas *A*, & *a* projici utcunque directionibus quibuſcumque etiam non in eodem plano poſitis, & velocitatibus quibuſcumque *AF*, *af*. Juncta *Ff* & diviſa tam ipſa in *H*, quam *Aa* in *C* in ratione reciproca maſſarum, ducatur *CH*, tum ipſi parallelæ, & æquales ducantur binæ *AG*, *ag*, & compleantur parallelogrammata *AGFD*, *agfd*. Quoniam *AG*, *CH*, *ag* ſunt æquales, & parallelæ rectis *AG*, *ag* inter ſe æqualibus, & parallelis, adeoque & inter ſe æquales ſunt, & parallelæ, erunt & *GH*, *Hg* parallelæ & æquales rectis *AC*, *Ca*, & *GHg* erit unica recta, ut *ACa*: eodem pacto ob *FD*, *HC*, *fd* æquales, & parallelas inter ſe, erunt & *DC*, *Cd* æquales & parallelæ rectis *FH*, *Hf*, & *DCd* unica recta. Hinc in triangulis *ACD*, *aCd* erunt anguli ad *C* ad verticem oppoſiti æquales, cumque ſit *CD* ad *Cd*, ut *FH* ad *Hf*, ſive per conſtructionem, ut *AC* ad *Ca*; erunt ea triangula ſimilia, adeoque *AD* parallela *ad*, & ad illam, ut *CA* ad *Ca*, in ratione maſſarum reciproca. Movebitur igitur centrum gravitatis per rectam *CH*, qui motus erit uniformis ex natura centri gravitatis demonſtrata in adn. ad verſ. 1646 lib. 3, & per eandem nihil ejus ſtatus turbabitur a viribus mutuis, quæ accedunt præterea, & quarum actione maſſæ *A*, *a* habebunt, ut num. præcedenti, circa ipſum mobile eoſdem reſpectivos motus, quos haberent projectæ per *AD*, *ad* contrarias, & parallelas, ac reciprocas maſſis, circa centrum immobile *C* num. 510.

515 Atque hoc pacto remanent accuratiſſime demonſtrata, quæ propoſita ſunt in adnot. ad verſ. 1920, 1955, 1967. Sint jam in fig. 53 puncta F. 53 *A*, *a*, *C*, *H* eadem, ac in fig. 52, & adſit præterea juxta adnot. in verſum 1973 tertia maſſa *S*, ut Sol, ingens, & ita remota, ut diſtantia *Aa* reſpectu

ejus

ejus diſtantiæ ſit exigua;& ſi *R* ſit centrum commune gravitatis omnium trium, ac habeat *S* projectionem per *Sb* contrariam, & parallelam *CH*, ad quam ea ſit, ut ſumma maſſarum *A*, *a* ad maſſam *S*, gyrabit circa centrum commune gravitatis *R* hinc maſſa *S*, inde illud ſyſtema maſſarum *A*, & *a*, quod interea peraget ſuos motus circa centrum *C* ipſorum duorum corporum, & linea *ACa* convertetur ita, ut jam corpus *A*, jam corpus *a* jaceat verſus *S*, & jam abeat ad dexteram, jam ad lævam; ac ob viciniam, quam habent corpora *A*, & *a* inter ſe, & cum centro *C*, ſi totum ſyſtema habeatur pro unico puncto, deſcribet hinc *S*, inde ipſum ſyſtema ſectionem conicam, & punctum *A* apparebit ex *S* in directione proxima directioni *SC*. Et quidem cum centrum *C* diſtet a terra minus, quam una ſemidiametro, & ſaltem omnino minus, quam una diametro terreſtri, ut facile deducitur ex ratione maſſarum *A*, *a*, & diſtantia Lunæ a Terra, angulus *ASC* erit paucorum ſecundorum, quo angulo aberrabit Tellus ſpectata e Sole menſtrua aberrationum periodo hinc, & inde a poſitione *SC*. Sol autem *S* apparebit exiſtenti in *A* tanquam tranſlatus circa ipſum *A* immotum in ellipſi contraria ei, quam deſcribit *C* cum aberratione contraria reſpondente angulo *ASC*; ex quo patent, quæ dicta ſunt in adn. ad verſ. 1973.

516 Si vires maſſarum *A*, *a* dirigerentur ſemper per rectas parallelas, & eſſent inter ſe æquales, earum motus reſpectivus nihil omnino turbaretur juxta num. 513, ſed circa ſuum centrum commune gravitatis tranſlatæ deſcriberent accuratè ſuas ſectiones conicas; & ſi ea directio eſſet parallela rectæ *CS*, ac ipſa vis mutaretur accurate in ratione reciproca duplicata diſtantiæ, ipſius *CS* punctum *C*, & maſſa *S* deſcriberent ſectiones conicas itidem accuratas. Sed cum eæ conditiones non ſint accuratæ; oritur aberratio aliqua, & in illo reſpectivo motu corporum *A*, & *a*, & in motu punctorum *C*, & *S*; ſed ob exiguum receſſum ab iis conditionibus, quem inducit propinquitas punctorum *A*, *a*, aberrationes ejuſmodi erunt perquam exiguæ, reſpectu diſtantiæ *CS*, inveniuntur autem ſatis ſenſibiles reſpectu diſtantiæ *Aa*, ut idcirco nullæ inde aberrationes ſenſibiles oriantur in motu apparenti Solis *S* ſpectati e Terra *A*, qui fiet tanquam ſi punctum *C* revera moveretur in accurata ellipſi, cum legibus ipſi debitis, & *A*, *a* moverentur in veris ellipſibus; immo & ſubſtituto ellipſi deſcriptæ a Terra *A* circulo, & habito motu pro æquabili, nulla ſenſibilis aberratio in Sole oritur ex ejuſmodi poſitionis differentia a motu elliptico turbato.

517 Et quidem illud adhuc multo magis commodum accidit, quod aberratio motus puncti *C* a vera ellipſi erit adhuc multo minor, quam ſit aberratio, quæ haberi debet in *A*, & *a*, etiam reſpectu diſtantiæ *SC*. Sint enim *AI*, *ai* vires punctorum *A*, & *a* in *S*, & ducta SC, quæ rectam *iK* parallelam *aA* ſecet in *L*, ducatur *Lc* parallela *Sa*, quæ ſecabit *iI* in *c* in ratione *iL* ad *LK*, ſive *aC* ad *CA*, nimirum maſſæ *A* ad maſſam *a*; adeoque, ſi maſſæ iis viribus obtemperantes deſcenderent ad *I*, & *i*, centrum gravitatis *C* abiret in *C*; & idcirco *Cc* exprimit directionem, & magnitudinem vis, qua urgetur centrum *C*; ac ſi aſſumatur *CM* verſus *S*, quæ ad *ai* ſit, ut quadratum *Sa* ad quadratum *SC*, ac vis *Cc* reſolvatur in duas *CM*, *Mc*, prima ducet punctum *C* in ellipſi accurata, & ſecunda ſola *Mc* perturbabit motum. Porro ipſa eſt exigua etiam reſpectu differentiæ virium *AI*, *ai*, & deviatio directionis *Cc* a directione *CS* erit exigua etiam reſpectu anguli *ASC*.

518 Ac-

518 Accipiantur enim AP , AQ mediæ geometricæ inter AI, AK ; & cum ſit AI ad ai, ut eſt SA^2 ad Sa^2 , ſive ut ia^2 ad KA^2, erit AI ad AK, ut ai^3 ad AK^3. Eſt autem AI ad iK , ut AQ^3 ad AK^3 . Igitur ai , & AQ æquantur , & eſt AI ad AQ, ut aS^2 ad AS^2 , adeoque AI ad AP ut aS ad AS, nimirum proxime in ratione æqualitatis, in qua eadem ratione cum debeant eſſe ex natura progreſſionis geometricæ terminorum differentiæ IP , PQ, QK, erit IQ differentia virium aI , AI quamproxime $\frac{2}{3}$ rectæ IK. Eodem pacto erit & differentia virium ai , CM quamproxime $\frac{2}{3}$ ML . Quare erit IK ad LM, ut differentia virium ai , AI ad differentiam virium ai, CM, ſive proxime ut differentia quadratorum SA , Sa ad differentiam quadratorum SC , Sa, quæ in quadratis parum differentibus ſunt quamproxime, ut differentiæ ipſarum SA , Sa , & SC, Sa , adeoque ſi arcus circuli radio SA occurrat rectis SC , Sa in O , N, ut aN , CO , nimirum habito arcu AON pro rectilineo , & CO , aN pro parallelis , ut aA , CA , ſive ut iK, iL , vel demum ut eadem illa prima IK ad Lc. Hinc Lc , LM ſunt proxime æquales ; & proinde ob angulum cLM perquam exiguum æqualem angulo ASC paucorum ſecundorum , erit cM proxime perpendicularis CS, & erit ad LC minorem K , ſive minorem $\frac{2}{3}$ differentiæ virium maſſarum A , & a , ut ſinus perquam exigui anguli ASC ad radium ; nimirum ea vis erit perquam exigua reſpectu illius ipſius differentiæ. Quoniam autem e ſuperioribus facile paret, etiam cL eſſe exiguam reſpectu Cc , patet itidem , deviationem cCL eſſe exiguam reſpectu anguli cLC , ſive anguli ASC .

519 Patet præterea vim cM eſſe proportionalem differentiæ virium A , & a , & ſinui anguli ASC conjunctim . Porro differentia virium eſt proxime , ut differentia quadratorum SA , SN , quæ eſt proxime , ut aN , ſive habito arcu AN pro perpendiculari ad aN , ut ſinus anguli aAN , nimirum coſinus anguli aAS diſtantiæ angularis Lunæ a Sole : ſinus vero anguli ASC erit , ut AO , ſive ut ſinus anguli ACO , vel proxime ipſius CAS ob CS , AS proxime parallelas . Erit igitur ea vis , ut factum ex ſinu , & coſinu diſtantiæ Lunæ a Sole , nimirum , cum in Trigonometria facillime demonſtretur eſſe radium ad coſinum , ut duplum ſinum ad ſinum arcus dupli , erit ea vis , ut ſinus duplæ diſtantiæ Lunæ a Sole . Is ſinus , ubi dupla diſtantia evadit ſemicirculus , evaneſcit , & mutat directionem . Igitur ea vis in quadraturis , & ſyzygiis eſt nulla , in tranſitu autem per quadraturam utramvis , & ſyzygiam mutat directionem . Cum ea ſit tota ad ſenſum perpendicularis rectæ CS , nihil aliud præſtabit , niſi accelerare deſcriptionem æqualium arearum in primo , & tertio quadrante , retardare in ſecundo , & quarto , & is effectus poſt integras converſiones compenſabitur , ac elidetur .

520 Hinc jam , & ob tantam ejuſmodi vis exiguitatem nullius eſt uſus perquiſitio ejus magnitudinis abſolutæ in aliquo ſitu , ex qua erueretur magnitudo pro quovis alia , & effectus ipſe computari poſſet . At id ipſum ſi libeat facile præſtari poteſt . Nam differentia virium AI, ai , quæ ad gravitatem Terræ A in Solem eſt , ut differentia quadratorum SA , Sa ad quadratum Sa , facile definitur , & definietur paullo inferius : ejus $\frac{2}{3}$ eſt IK , quæ ad Lc eſt , ut Ki ad iL , ſive Aa ad ac , vel ſumma maſſarum ad maſſam A ; ac

demum

demum Lc ad cM eſt, ut radius ad ſinum anguli ASc, qui angulus admodum facile definitur data poſitione Lunæ, & ratione maſſarum.

521 Ut autem determinemus aberrationes, quas in motu reſpectivo Lunæ circa Terram inducit inæqualitas illa & convergentia virium utriuſque in So-
F. 54 lem; ſit in fig. 54 Sol in S, Terra in T, orbita Lunaris circa Terram $HFKE$, in qua Luna in L. Sit autem centro S arcus circuli HTK occurrens rectæ SL productæ, ſi opus eſt, in C, capianturque SD, SB continuè proportionales poſt SL, SC; & cum ſit vis T in S ad vim L, ut SL^2 ad $ST^2 = SC^2$, ſive ut SC, vel ST ad SB; ſi TS exprimat vim Terræ T in Solem S, exprimet BS vim Lunæ L in ipſum Solem. Ducta BA parallela LT, ea vis reſolvi poterit in duas BA & AS; ſecunda autem AT in duas AT, & TS. Vis TS parallela, & æqualis vi, quæ urget Terram in Solem, nihil turbabit ſtatum reſpectivum Lunæ, ac Terræ: binæ vires BA & AT ſunt illæ, quæ ſtatum reſpectivum perturbant. Quare conſiderandi ſunt ſoli effectus harum virium conjuncti cum motu in ellipſi circulo proxima, quem determinat velocitas tangentialis, & vis Lunæ in Terram. Quin immo, ut conſideremus orbitam ipſam apparentem circa Terram, conſiderabimus in Luna in L juxta theor. 1 num. 512, vim, quæ ad ſuam vim in Terram ſit, ut ſumma maſſarum ad maſſam Terræ, qua vi ipſa orbita NLK deſcriberetur circa Terram immotam eodem tempore; quod erit transferre in Lunam etiam motum, quo movetur Terra, & vim, qua ipſa urgetur in Lunam; ac jam habebimus motum apparentem eundem, qui haberetur, ſi Luna moveretur in orbe elliptico proxime circulari circa Terram immotam vi, quæ ad vim, quam habet in Terram, ſit, ut eſt ſumma maſſarum ad maſſam Terræ, ac interea perturbaretur illis binis viribus BA, AT, quæ remanent conſiderandæ, ut computentur earum effectus.

522 Hæc reſolutio vis lunaris in partes tres, quarum TS motum reſpectivum non turbat, eſt illa, quæ proponitur in adn. ad verſ. 2020, & hoc eſt illud ſchema, quod ibi inſpiciendum proponitur. Binæ vires perturbatrices ibi propoſitæ ſunt vis BA, & vis AT. Additur ibi, rectam BA, quæ exprimit primam vim, eſſe ad ſenſum æqualem diſtantiæ LT, & urgere Lunam in Terram, ac augere gravitatem in ipſam, rectam vero AT eſſe ad ſenſum æqualem triplo exceſſui, vel defectui diſtantiæ SL Lunæ a Sole ſupra diſtantiam ST Terræ ab eodem.

523 Prima pars patebit melius poſt hanc ſecundam. In primis SL erit minor, vel major, quam ST, prout Luna jacuerit citra arcum HTK in L, vel ultra in L', & in primo caſu AT jacebit ultra, in ſecundo $A'T$ circa T, ac in utroque dirigetur reſpectu L ad partes oppoſitas plano perpendiculari ad ST ducto per T. Nimirum in primo caſu a vi AS majore ob minorem diſtantiam demenda erit vis TS æqualis, & parallela vi Terræ, ut habeatur reſidua perturbatrix, & in ſecundo vi SA' minori ob majorem diſtantiam addenda erit vis TA' ad obtinendam æqualitatem, & paralleliſmum cum vi Telluris, tum alia $A'T$ ipſi contraria, & æqualis, quæ ipſam elidat, & rem reducat ad verum ſtatum. Idem enim eſt habere vim $A'S$, ac habere vires TS, $A'T$, & effectus illius ſolius erit idem, ac harum duarum. Harum prior ſtatum reſpectivum non turbat, turbat poſterior. Hinc hujuſmodi vis perturbatrix & in arcu citeriore HFK, & in ſuperiore KEH diſtrahit Lunam a

plano

plano perpendiculari ad ST tranſeunte per T, & in novilunio in F, ac in plenilunio in E directè ipſam diſtrahit a Terra.

524 Ut demonſtretur ipſam AT eſſe proximè æqualem triplæ illi differentiæ diſtantiarum SL, ST nimirum triplæ TC, ſatis eſt notare ipſam eſſe proxime æqualem LB. Eſt enim ad ipſam, ut ST ad SL, quæ eſt proximè ratio æqualitatis. Nam differentia ipſarum ST, SL, nunquam eſt major, quam TL, diſtantia Lunæ a Terra, quæ nunquam pertingit ad ſemidiametros Terreſtres 65, dum ST (num. 496) eſt ſemidiametrorum proximè 19644, adeoque differentia eſt minor, quam $\frac{1}{3000}$ totius, ubi eſt maxima circa ſyzygias in apogeo, quæ adhuc minuitur in acceſſu L ad quadraturas H, K, & in acceſſu ad Solem. Inde autem conſequitur etiam illud fore AT proxime triplam LC. Sunt enim LC, CD, DB differentiæ terminorum SL, SC, SD, SB progreſſionis geometricæ, ut SL, SC, proximè in ratione æqualitatis, adeoque LB proximè tripla LC, & idcirco etiam AT proximè tripla ipſius.

525 Hinc jam patet & prima pars; nam eſt BA ad LT, ut SB ad SL, quæ ſunt proximè æquales inter ſe, cum earum differentia LB proximè tripla LC debeat eſſe minor, quam $\frac{1}{1000}$ totius, & inde habetur illuſtratio eorum omnium, quæ dicta ſunt in adn. ad verſ. 2058, cum HLK referat ſuperficiem ſphæricam ibi expreſſam, ut & quæ dicta ſunt in adn. ad verſ. 2085.

526 Utraque vis perturbatrix erit aliquanto major in arcu HLK, minor in arcu KEH, quam pro ea data menſura; quæ tamen differentiæ aſſumpto illo medio pro tota periodo lunari ſe compenſabunt. Facile autem definitur differentia ipſa virium pro novilunio F, & plenilunio E, in diſtantia Lunæ data, ut in media. Ibi diſtantia Lunæ eſt proxime ſemidiametrorum 60, ſive eſt diſtantiæ TS ſemidiametrorum 19644 pars $\frac{1}{355}$ totius, adeoque LD $\frac{3}{355} = \frac{1}{118}$ totius, & proinde eam differentiam duplicando, erit per $\frac{6}{355}$ ſui, ſive per $\frac{1}{59}$ vis prima SA major in novilunio, quam in plenilunio. At TA erit per $\frac{1}{355}$ ſui partem in novilunio major, quam LB: erit autem CD quamproxime triens ipſius LB, pro qua ſumitur CL, quæ ab ipſa differt per $\frac{1}{355}$, adeoque BL ſuperat triplam CL per $\frac{1}{355}$ ſui partem, & AT evadit major per $\frac{2}{355}$ ſui, quam tripla LC, nimirum eadem per $\frac{4}{355}$, vel $\frac{1}{89}$ ſui major in novilunio, quam in plenilunio: cumque illa urgeat in Terram, hæc diſtrahat, ſed hæc ſit tripla illius, vis tota perturbans, & adhuc diſtrahens in novilunio erit major, quam in plenilunio per $\frac{12\cdot6}{355} = \frac{6}{345}$ vis primæ urgentis; nimirum per $\frac{2}{355} = \frac{1}{118}$ vis compoſitæ ex ea, & tripla diſtrahente, quæ eſt tota vis agens, & diſtrahens in utroque caſu; & id quidem aliquem parit exceſſum perturbationis in novilunio ſupra perturbationem in plenilunio, ſed non ita magnum.

527 Si in fig. 55, 56 ſit orbita $ELFL'$ eadem, ac in fig. 54 cum eadem recta ETF, ſit autem HTK perpendicularis ad EF, & LC perpendicularis ad F. 55 56
HK, adeoque parallela EF, patet fore hanc LC quamproxime æqualem LC figuræ 54; nam ibi HTK arcus perquam exiguus, cum ſit menſura duplæ elon-

elongationis Lunæ a Sole, quæ per num. 499 eſt 8', 33', adeoque haberi poteſt pro recta perpendiculari ipſi ST. Quare in fig. 55 referent LT, & $3CL$ accuratè directionem, proximè quantitatem binarum virium perturbatricium, & habebitur plenilunium in E, novilunium in F accuratè, binæ autem quadraturæ in H, & K quamproximè; concipiatur autem motus per FHE, ut ſit H prima quadratura poſt novilunium, & inquiratur in omnes effectus, & mutationes ſecundæ vis $3CL$, ſed ea prius reſolvatur in duas per CI perpendicularem ad TL, & IL, quas in adn. ad verſ. 2102 appellavimus cum Noſtro partem primam, & ſecundam ſecundæ vis perturbatricis.

528 Prima pars motum angularem retardat, vel accelerat, prout directio conſpirat cum motu Lunæ, vel ipſi opponitur. Porro facile patet, quod in ea adnotatione aſſirmatur, ipſam CI evaneſcere in ſyzygiis, punctis L, L' abeuntibus in F, E, & CI, $C'I'$ in T, ac in quadraturis abeuntibus ſimul omnibus LCI, $L'C'I'$ in H, K. In primo autem, & in tertio quadrante, ut in fig. 55, CI, $C'I'$ habebunt directionem oppoſitam directioni motus per FLH, $EL'K$, in ſecundo autem, & quanto, ut in fig 56 conſpirantem cum directione motus per HLE, $KL'F$. Quare in primo, & tertio quadrante retardabunt deſcriptionem areæ circa T, ſeu motum angularem, in ſecundo, & quarto accelerabunt. Secunda pars IL ſemper habet directionem contrariam vi LT, adeoque opponitur directioni vis primæ perturbatricis, ac minuit gravitatem in Terram, quam illa auget: & hæc quidem pertinent ad eam adnot. in verſ. 2102."

529 Facile etiam determinatur ratio, in qua creſcant, & decreſcant hæ binæ partes vis ſecundæ. In primis ſunt TL, LC, TC, ut radius, ſinus, & coſinus anguli HTL, vel coſinus, & ſinus anguli CLT, vel LTF, ac ipſe angulus HTL eſt diſtantia Lunæ a quadratura, & LTF diſtantia ejuſdem a ſyzygia. Deinde ſi
F.57 in fig. 57 triangulum TLC ſit idem, ac in fig. 55, & 56, & triangulo rectangulo LCT circumſcribatur ſemicirculus; patet, in eo circulo LT, quæ exprimit primam vim, fore diametrum; CI, quæ exprimit primam partem vis ſecundæ, fore ſinum arcus TC, vel CL, qui ſunt dupla menſura angulorum TLC, CTL, quorum primus in fig. 55, & 56 eſt æqualis diſtantiæ LTF Lunæ a ſyzygia, & ſecundus eſt ibidem ipſa diſtantia LTH a quadratura; IL, quæ exprimit ſecundam partem vis perturbatricis ſecundæ, erit in fig. 57 ſinus verſus arcus LC metientis duplam diſtantiam Lunæ a quadratura, & ob ſimilia ubique triangula rectangula TCL, TIC, CIL, eſt $TL \,.\, TC :: LC \,.\, LI = \frac{TC \times LC}{TL}$, & $TL \,.\, LC :: LC \,.\, LI = \frac{LC^2}{TL}$. Inde autem profluunt plurimæ comparationes inter ejuſmodi vires, & ratio mutationum.

530. 1. *Eſt vis prima ad vim ſecundam, ut radius ad triplum ſinum diſtantiæ Lunæ a quadratura, vel triplum coſinum diſtantiæ a ſyzygia: eſt enim, ut LT ad $3CL$.* 2. *Eſt vis prima ad primam partem vis ſecundæ, ut quadratum radii ad triplum factum ex ſinu, & coſinu diſtantiæ, vel a ſyzygia, vel a quadratura, ac ut radius ad $\frac{3}{2}$ ſinus duplæ diſtantiæ a ſyzygia, vel a quadratura: eſt enim ut TL ad $3CI = \frac{3TC \times LC}{TL}$*, ſive, ut TL^2 ad $3TC \times LC$, & ut LT duplum radii in fig. 57 ad $3CI$ triplum ſinum ar-

cus

cus CT, vel CL. 3. *Eſt vis prima ad ſecundam partem ſecundæ, ut quadratum radii ad triplum quadratum ſinus diſtantiæ a quadratura, vel coſinus diſtantiæ a ſyzygia, ac ut radius ad* $\frac{3}{2}$ *ſinus verſi duplæ diſtantiæ a quadratura*: *eſt enim ut* LT *ad* $3LI$, *&* $LI = \frac{CI^2}{CT}$. 4. *Vis ſecunda, & binæ ejus partes ſunt ad ſe invicem, ut radius, ſinus, & coſinus diſtantiæ a quadratura, vel coſinus, & ſinus diſtantiæ a ſyzygia*. Sunt enim in fig. 55. LC, CI, IL ad ſe invicem, ut LT, LC, CT. Quod ſi orbita habeatur pro circulari, adeoque TL pro conſtanti, 5. *erit vis ſecunda, ut ſinus diſtantiæ a quadratura, vel coſinus diſtantiæ a ſyzygia*; nam erit ut CL. 6. *Erit pars prima vis ſecundæ, ut factum ex ſinu, & coſinu diſtantiæ utriuſlibet, ac ut ſinus duplæ diſtantiæ, vel a quadratura, vel a ſyzygia*; eſt enim CI per TL ut $LC \times CT$, ac eadem in fig. 57 eſt ſinus tum arcus CL, tum CT, & hæc eſt illa æquipollentia binarum rationum, quam ex Trigonometria aſſumpſimus num. 519, & analogia vis perturbantis motum centri gravitatis cum hac ſecunda parte vis ſecundæ, quarum virium utraque mutat celeritatem angularem, & in eadem ratione creſcit, ac decreſcit. 7. *Erit pars ſecunda, ut quadratum ſinus diſtantiæ a quadratura, vel ut ſinus verſus ejus diſtantiæ duplicatæ*. Eſt enim ut LI, quæ manente LT eſt, ut LC^2, ac LC eſt in fig. 55 ille ſinus rectus, in fig. 57 LI eſt ille ſinus verſus. 8. *Mutata diſtantia Lunæ a Terra, vel Terræ a Sole, ambæ vires perturbatrices, & ambæ partes vis ſecundæ mutantur in ratione directa ſimplici prioris, & reciproca triplicata poſterioris*. Eſt enim in fig. 54 ST ad TL, ut gravitas Terræ in Solem, quæ dicatur G, ad vim primam perturbatricem, que erit $= \frac{TL \times G}{ST}$, nimirum cum ſit G, ut $\frac{1}{ST^2}$, erit ea vis, ut $\frac{TL}{ST^3}$. Cum autem ea ad ſecundam, & ejus partes habeat (num. 530) rationem, data Lunæ poſitione, datam per radium ſinus, & coſinus datos, mutabuntur & ipſæ in eadem ratione.

531 Hæc theoremata exhibent intimiorem notitiam harum virium, & plura ex iis uſum habent ad exponenda, & demonſtranda, quæ propoſuimus in hac, & ſequentibus adnotationibus. In adn. ad verſ. 2102. habetur illud, 1. *Vis ſecunda in quadraturis eſt nulla, at dum Luna inde tendit ad ſyzygias, ita creſcit, ut in ipſis ſyzygiis evadat tripla vis primæ*. Nam ſinus diſtantiæ a quadratura, cui ea eſt proportionalis per ſuperius theor. 5, in ipſa quadratura evaneſcit, tum verſus ſyzygias perpetuo creſcit, ac in ipſis ſyzygiis ſit æqualis radio, & idcirco in theor. 1 erit ibi vis prima ad ipſam, ut radius ad triplum radium, ut 1 ad 3.

532 Additur 2. *pars ejus prima creſcet utique & ipſa a quadratura ad ſyzygiam, ſed non æque; nam creſcet uſque ad octantem, tum uſque ad ſyzygiam decreſcet, adeoque quater evaneſcet in binis nimirum ſyzygiis, & in binis quadraturis, ac quater fiet maxima, in quatuor nimirum octantibus*. Nam ſinus duplæ diſtantiæ a quadratura, cui ſinui ea eſt proportionalis per theor. 6, in ipſa quadratura evaneſcente ea diſtantia, eſt nullus, creſcit autem inde perpetuo, donec ipſa dupla diſtantia fiat quadrans, nimirum diſtantia fiat octans, tum decreſcit, donec dupla diſtantia fiat ſemicirculus, nimi-

rum

rum diſtantia fiat quadrans, ubi evaneſcit, adeoque in ſyzygiis, & quadraturis eſt nulla, in octantibus eſt maxima. Addi poterat, *in octantibus eſt* $= \frac{3}{2}$ *vis primæ*; cum ex theor. 1 vis prima ſit ad eam, ut radius ad $\frac{3}{2}$ ejus ſinus, qui ibi evadit radius

533 Additur 3. *pars ſecunda perpetuo creſcit a quadraturis ad ſyzygias, in quibus evadit æqualis toti, evaneſcente parte altera, tum uſque ad novam quadraturam decreſcit, bis tantum evaneſcens in quadraturis, & bis facta maxima in ſyzygiis*; nam ſinus diſtantiæ a quadratura, cujus quadrato ea eſt proportionalis per theor. 7, in quadratura ipſa evaneſcit, tum creſcit creſcente diſtantia, uſque dum ea fiat quadrans, quo caſu eſt maximus æqualis radio; evaneſcit autem ibi pars altera, & hæc fit æqualis toti vi ſecundæ, cum per theor. 4 vis ſecunda, pars prima, & pars ſecunda ſint ut radius, ſinus, & coſinus diſtantiæ a quadratura, cujus coſinus, ubi ea fit quadrans, evaneſcit, & ſinus fit æqualis radio.

534 Æque facile inde patebunt jam, quæcunque habentur in adn. ad verſ. 2130: in quadratura urgebit Lunam in Terram tota vis perturbatrix: in receſſu a quadratura eam urgebit initio exceſſus ipſius vis primæ ſupra partem ſecundam vis ſecundæ, qui decreſcet uſque ad diſtantiam proxime gr. 35, ubi is evaneſcet: evaneſcet enim, ubi vis prima, & pars ſecunda vis ſecundæ æquabuntur, nimirum ubi per theor. 3, erit radius $= \frac{3}{2}$ ſinus verſi duplæ diſtantiæ, adeoque is ſinus verſus $= \frac{2}{3}$ radii, & ejus differentia a radio, nimirum coſinus duplæ diſtantiæ $\frac{1}{3}$ radii $=$ 3333 ad rad. 10000, cui coſinui reſpondet dupla diſtantia 70°, 32', adeoque diſtantia 35°, 16'. Tum facta jam majore vi diſtrahente, ejus exceſſus ſupra vim primam diſtrahet Lunam a Terra, qui creſcet uſque ad ſyzygiam, ubi differentia virium diſtrahens fiet duplo major, quam fuerit vis prima urgens in quadratura. Erit nimirum dupla, ſi ponatur vis prima æqualis in utroque caſu; cum enim vis diſtrahens in ſyzygiis ſit tripla vis primæ urgentis in Terram in ipſis ſyzygiis, exceſſus erit duplus hujus, adeoque duplus ejus vis primæ, quæ habetur in quadraturis. Quod ſi diſtantia Lunæ a Terra, vel Terræ a Sole fuerit in iis binis caſibus diverſa; erit vis diſtrahens in ſyzygia ad vim urgentem in quadratura, ut 2 ad 1, & præterea in ratione directa ſimplici prioris, & reciproca triplicata poſterioris juxta theor. 8 numeri 530.

535 Ibidem additur, prævalere in tota periodo vim diſtrahentem vi urgenti in Terram, tum quia vis urgens agit per arcum minorem, tum quia eadem in quadraturis eſt duplo minor, quam vis diſtrahens in ſyzygiis. Si quæratur medius effectus utriuſque vis ſimul agentis, habita orbita pro circulo deſcripto ad diſtantiam ſemper eandem, ut ad diſtantiam mediam, & conſiderata quadam determinata diſtantia a Sole, ut media permanente per totum
F. 57 Lunarem menſem, id quidem ſic facile præſtabitur. In fig. 57. fiat quadratum *LTQP*, cujus lateri *QP*, & diametro *LP* occurrat *CI* producta in *R*, & *V*, ac diviſis *LQ*, *TP* bifariam in *N*, *M*, ducatur *NM* ſecans *IR* bifariam in *O*. Jam vero vim primam conſtantem poterit ſemper exponere *IR* æqualis *LT* diſtantiæ Lunæ a Terra, & vim diſtrahentem tripla *IV* æqualis triplæ *LI*: Quare ſummam virium urgentium in Terram exprimet quadratum *LTPQ*, &

ſum-

ſummam virium diſtrahentium exprimet triplum triangulum LTP, cujus exceſſus $PLTP$ erit unum triangulum LTP, id autem æquale uni rectangulo $LTMN$, in quo vis media $LO = LN$, quæ per totum quadrantem converſionis continuata æquetur exceſſui ſummæ omnium virium diſtrahentium ſupra omnes urgentes, erit æqualis dimidiæ vi primæ comprimenti; quod cum redeat eodem pacto in reliquis quadrantibus, *vis media perturbans gravitatem Lunæ in Terram per totam periodum erit vis eam gravitatem minuens, eritque æqualis dimidiæ vi primæ perturbatrici.*

536 Hujus poſtremi theorematis uſus nobis obvenit § 2. l. 4, ubi gravitatem Lunæ in Terram contulimus cum gravitate noſtrorum corporum a num. 118, & ejus ope inquiſivimus in diſtantiam Lunæ a Terra, cujus ope obtinetur etiam menſura tum vis primæ perturbatricis, tum reliquarum, quæ ad illam habent rationem datam. Ibi poſito radio ſphæræ æqualis Terræ $= r$, gravitatis effectu redacto ad pedes in ejus ſuperficie pro uno minuto ſecundo $= g$, diſtantia Terræ a Sole media $= d$, Lunæ a Terra $= x$, ratione duplicata temporis periodici Terræ ad tempus Lunæ t ad 1, ratione maſſæ Terræ ad ſummam maſſarum m ad 1, ſinu verſo motus medii Lunæ debiti 1'' ad radium $1 = s$, obvenit radius orbitæ Lunaris $= mx$, effectus vis retinentis Lunam in orbita ſua circa centrum commune gravitatis $= msx$, effectus vis Terræ in Solem $= dsx$. Inde factis ut diſtantia Terræ a Sole $= d$ ad diſtantiam Lunæ a Terra $= x$, ita hic effectus $\frac{sd}{t}$ ad $\frac{sx}{t}$, ea juxta num. 530 eſt vis perturbatrix prima urgens Lunam in Terram, cujus dimidium $\frac{sx}{2t}$ juxta hoc poſtremum theorema ſuperioris numeri eſt vis media diſtrahens Lunam a Sole; & huic vi diſtrahenti, quam elidit, ac vi msx retinenti Lunam in orbita æqualis gravitas Lunæ in Terram, quæ cum ſit ad gravitatem in Terram g, ut r^2 ad x^2, eſt $\frac{x^2 g}{r^2}$, exhibet æquationem $msx + \frac{sx}{2t} = \frac{x^2 g}{r^2}$, ſive $\frac{x^3}{r^3} = \frac{g}{rs} \times \frac{2t}{2mt+1}$ inventam ibidem, ex qua pro diverſis valoribus m, $\frac{80}{81}$, $\frac{70}{71}$, $\frac{40}{41}$, inventis a Newtono, Bernoullio, D'Alamberto per diverſas methodos, eruta eſt diſtantia x in ſemidiametris r, 60. 24, 60. 26, 60. 32; ac parallaxis horizontalis Lunæ 57', 4''; 57', 3''; 56', 59'' $\frac{4}{7}$, mutatione utriuſque tam exigua, licet in iis tribus valoribus m, ratio maſſæ Lunæ ad maſſam Terræ mutetur adeo immaniter; eſt enim $\frac{1}{80}$, $\frac{1}{70}$, $\frac{1}{40}$ ipſius; unde, cum eæ parallaxes ſint obſervationibus quamproximæ, & parallaxes Lunæ intra pauca ſecunda ſatis certo obſervari non poſſint, conſequitur diſtantiam ipſam mediam Lunæ a Terra, quæ ex theoria gravitatis deducitur, conſentire cum obſervationibus aſtronomicis, quantum fert earundem obſervationum natura, eamque multo accuratius, ac certius per theoriam ipſam definiri poſſe, determinato aliunde valore m, ſive ratione maſſarum, quæ ratio hinc e contrario definiri accuratè non poteſt; diſtantiam autem ipſam concluſam jam eſſe intra arctiſſimos limites, etiam ſi non cenſeatur adhuc illa maſſarum ratio ſatis accuratè, & ſatis certo definita.

537 Facile autem ex valore $\frac{sx}{t}$ exhibente vim primam perturbatricem deducitur ejus ratio ad vim, quæ Lunam retinet in orbe ſuo circa Terram immotam, nimirum ad ſummam gravitatum Terræ in Lunam, & Lunæ in Terram juxta num. 521; nam ejuſmodi vis eſſe debet sx ob ejus orbitæ radium x, & diviſo $\frac{sx}{t}$ per sx, relinquitur quæſita ratio $\frac{1}{t}$. Ea ratio pertinet ad tempus quadraturarum, in quibus evaneſcente in fig. 54 LC, adeoque & LB, recta BA exprimens vim primam congruit cum diſtantia $LT = x$, ac habetur hujuſmodi theorema. *Vis prima perturbatrix in media diſtantia Lunæ a Terra, & Terræ a Sole circa quadraturas eſt ad vim, quæ concipitur retinere Lunam in orbe ſuo circa Terram habitam pro immota in ratione duplicata temporis periodici Lunæ ad tempus periodicum Terræ.* Ea ratio ex numeris temporum jam toties adhibitis evadit $\frac{1}{178.72}$, nec pendet, ut patet, a diſtantia Lunæ a Terra, nec a parallaxi, ſed a ſolis temporibus periodicis. Ratio autem vis perturbatricis ejuſdem ad vim minorem, qua Luna revera deſcribit orbitam circa centrum commune gravitatis, obtinetur, diminuendo ejus fractionis denominatorem in ratione ſummæ maſſarum ad maſſam Terræ, adeoque ſi pro ea ratione aſſumatur 71 ad 70, erit $\frac{1}{176.20}$: ratio autem vis mediæ perturbatricis diſtrahentis Lunam a Terra, & minuentis gravitatem totam illius in hanc, quæ vis eſt dimidia vis primæ perturbatricis ad vim eandem, qua Luna retinetur in orbe ſuo circa centrum commune, ſive ad gravitatem totam imminutam eſt $\frac{1}{352.40}$, & proinde ratio ejuſdem ad totam gravitatem Lunæ in Terram $\frac{1}{353.40}$, & ratio totius vis primæ perturbatricis, quæ eſt hujus dupla, ad eandem gravitatem $\frac{1}{176.70}$, adeoque demum eadem ad gravitatem noſtrorum corporum in ſuperficie ſphæræ æqualis Telluri, ut 1 ad $176.70 \times 60.26 \times 60.26 = 641645$.

538 Poteſt hæc poſtrema ratio haberi minore ambitu; cum enim ea vis ſit $\frac{sx}{t}$, & gravitas illa noſtra g, eſt eadem ratio $\frac{sx}{tg}$, ubi aſſumptis valoribus s, t, g ex num. 118, & poſito $x = 60.26$, obvenit eadem ratio 1 ad 642351, diſcrimine exiguo orto ex fractionibus omiſſis in ſuperioribus calculis ad obtinendam diſtantiam Lunæ, & vim adeo exiguam cum tanto majore gravitate comparandam.

539 Primam illam rationem $\frac{1}{178.72}$ pendentem a ſolis accuratiſſimè definitis temporibus periodicis Newtonus etiam eandem exhibuit pr. 25 lib. 3 expreſſam per $\frac{1}{178\frac{29}{40}}$; & eaſdem dedit relationes reliquarum virium perturbatricium ad hanc, & hujus in caſu expreſſo in theoremate num. 537 ad ipſam in re-

in reliquis caſibus; ſed ubi deinde utriuſque vis perturbatricis effectum ſimul reducit ad vim, quæ Lunam diſtrahit a Terra, & ejus gravitatem minuit, adhibet & in pr. 3 lib. 3, ac ejus corol. & in corol. 7 prop. 38, non dimidium ejus vis, ſed fere ipſam vim integram; auget enim vim in orbe in ratione $177\frac{29}{40}$ ad $178\frac{29}{40}$, ſive ad $177\frac{29}{40}+1$, ut obtineat vim totam gravitatis in orbe Lunæ; cum debeat ex vi media aſſumi $178\frac{29}{40}$ ad $178\frac{20}{40}+\frac{1}{2}$. Id ipſe videtur derivaſſe ex ſua methodo determinandi motum apogei Lunaris, ubi ſatis vereor, ne duplex error, alter in ipſa methodo inveſtigandi motum apogei, analogus illi, qui aliis ſummis viris principio impoſuerat, exhibens motum ipſius apogei duplo minorem juſto, alter in æſtimanda vi media perturbatrice aſſumpta duplo majore juſto, id effecerint, ut ipſe cenſuerit motum medium apogei ipſius, cujus calculum vel non iniit, vel ſaltem non expreſſit, congruere cum theoria virium perturbatricium; ſed ea de re fortaſſe aliquid inferius.

540 Hic interea ſtatuendum illud, vim mediam, quæ Lunam diſtrahit, eſſe omnino dimidiam vis primæ perturbatricis, cujus idcirco dimidium, ſive $\frac{1}{357{,}44}$ adhibendum omnino arbitror, ut adhibui, ad inveſtigationem gravitatis totalis, & diſtantiam Lunæ conciliandam cum theoria. Dimidium itidem adhibuit in perquiſitione parallaxeos lunaris ex gravitatis theoria D. Mayer, licet de hoc, quem arbitror Newtoni errorem, mentionem faciat nullam ſaltem in eo loco, quem D'Alambertus profert ſub finem ſuæ Lunaris theoriæ, nec ipſe D'Alambertus, qui id ibi diſcrimen vidit inter ipſum, & Newtonum, ac Newtoni potius determinatione utitur, in ejus diſcriminis fontem inquiſivit. Porro Newtonus partim e diſtantia Lunæ inde eruta, partim ex aliis elementis diverſis a noſtris, in eadem pr. 25 l. 3 deduxit rationem vis perturbatricis primæ ad gravitatem noſtrorum gravium hic 1 ad 638092.6 aliquanto majorem noſtra.

541 Pergendum jam ad ea, quæ habentur in adn. ad verſ. 2159. Patent nimirum ex tam multis theorematis, quæ de hiſce viribus demonſtravimus, ea omnia, quæ ibidem proponuntur, ut illud, velocitatem debere eſſe minorem in quadraturis poſt actionem partis primæ vis ſecundæ, quæ in primo, & tertio quadrante minuit velocitatem angularem, majorem contra in ſyzygiis poſt contrariam ejus actionem in ſecundo, & quarto: vim autem majorem in quadraturis, in quibus eam prima vis auget, quam in ſyzygiis, in quibus eandem minuit exceſſus ſecundæ partis vis ſecundæ ſupra vim primam, & idcirco recedere Lunam, dum abit ad quadraturas, magis, quam ſine iis viribus perturbatricibus recederet; accedere magis, dum redit ad ſyzygias, quam accederet; unde fiat, ut etiam ſi ejus orbis ex projectione, & gravitate in Terram debeat eſſe circularis, vires perturbatrices ipſum mutare debeant in ovalem productam axe majore tranſeunte per quadraturas.

542 Newtonus prop. 28 l. 3 inquiſivit in rationem axium ejuſdem ovalis hoc pacto: determinavit rationem celeritatum, quæ habentur in quadraturis poſt retardationem factam a prima parte vis ſecundæ, & in ſyzygiis poſt acce-

celerationem ejuſdem; & rationem virium in quadraturis, ubi vis augetur a vi prima perturbante, & in ſyzygiis, ubi ipſa vis minuitur ab exceſſu partis ſecundæ vis ſecundæ ſupra vim primam. Inde invenit rationem curvaturæ orbis in ſyzygia, & in quadratura. Quoniam autem a ſyzygia ad quadraturam concipitur ipſam orbitam gyrare circa ſuum centrum eo motu, quo totum ſyſtema convertitur interea circa Solem; reducit alteram curvaturam ad eam, quam haberet orbis immobilis: hunc orbem concipit, ut ellipticum, & aſſumpta ratione curvaturarum, quam relatè ad ſuos axes debet habere ellipſis, & comparata cum ratione inventa per celeritates, & vires, determinat demum rationem ipſorum axium, & per eam determinat, quantum in orbe, qui ſine viribus perturbatricibus eſſet circularis, debeat creſcere ob ipſas vires perturbatrices diſtantia in quadraturis ſupra diſtantiam in ſyzygiis.

543 Hæc methodus rite procederet, ſi curva illa reducta, quam Newtonus ut ellipſim conſiderat, eſſet revera ellipſis, vel ſaltem ſi conſtaret in ea rationem curvaturarum eſſe eandem, ac in ellipſi eorundem axium. At id Newtonus nequaquam demonſtravit, nec niſi caſu aliquo accuratum eſſe poteſt illud, quod ea methodo inde deducitur: nam ut etiam ſupra innuimus, ovales diverſæ eorundem axium diverſas admodum habere poſſunt curvaturas in eorundem axium verticibus, quod admodum facile demonſtratur. Simili methodo eſt uſus Newtonus ipſe in inveſtiganda compreſſione Telluris; & ibi res ſucceſſit, quia Mac-Laurinus demonſtravit deinde figuram æquilibrii in caſu homogeneitatis debere eſſe ellipſim conicam. Sed haud ita facile demonſtrabitur, curvam, quam hic conſiderat, eſſe ellipſim; a cujus forma parum quidem abludet, cum & a circulo abludat parum, ſed poterit ab eadem plurimum etiam recedere in ratione curvaturarum. Nec deſunt nunc quidem aliæ methodi inquirendi directè in formam orbis deſcripti vi gravitatis in Terram conjuncta cum illis viribus perturbatricibus ſupra definitis, & cum projectione, ſeu tangentiali vi ejuſmodi, ut ſine viribus pertubatricibus debeat haberi orbis circularis; ſed ea fuſius ſingillatim perſequi, non eſt hujus inſtituti.

544 In adnot. ad verſus 2221, & 2275 attigimus, quæ pertinent ad motum apogei lunaris, ſive lineæ apſidum: primo loco occurrit theorema, quod Newtonus propoſuit lib. 1 prop. 45, quod nimirum ſi aliud mobile deſcribat quandam orbitam immobilem, aliud eandem mobilem circa centrum virium, differentia virium, quæ in iis binis caſibus requiruntur, debeat eſſe in ratione reciproca triplicata diſtantiarum. Id quidem theorema facile accuratè demonſtratur, ſed facile eſt itidem ejus veritatem hoc pacto deprehendere. Concipiatur motus in curva mobili reſolutus in duos, quorum priore deſcribat mobile arcum curvæ immobilis, poſteriore arcum circuli circa centrum virium, & vis requiſita ad hunc poſteriorem motum erit differentia virium. Porro cum area deſcripta tam in curva immobili, quam in mobili debeat eſſe conſtanti tempuſculo conſtans, erit area etiam ſectoris circularis conſtans, quæ cum ſit productum ex dimidio arcu in radium, ſive diſtantiam, erit is arcus, ſive velocitas, reciprocè ut diſtantia. Eſt autem (num. 264 tom 1) vis in circulo directè, ut quadratum velocitatis, & reciprocè ut radius. Quare erit ea vis, ſive differentia virium in orbita mobili, & immobili, in ratione compoſita ex reciproca duplicata, & ex reciproca ſimpli-

plici, adeoque erit in ratione reciproca triplicata diſtantiarum Q. E. D.

545 Omittenda eſt hic nobis itidem expoſitio methodi, & demonſtratio theorematis, quod ibidem innuimus, quibus Newtonus inveſtigavit ipſum motum apſidum in orbibus ellipticis, qui ſint ſinitimi circulo, & invenit apſides progredi, vel regredi, prout vis tota decreſcit in ratione minore, vel majore, quam ſit reciproca duplicata diſtantiarum. Illud tantummodo innuam huc pertinens: Ubi vis tota non ſit accurate in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, is aſſumit formulam conſtantem binis terminis, quorum alter ſit accurate in ea ratione, & alter in ratione reciproca triplicata. Huic formulæ æquat expreſſionem vis totalis, & determinat motum apſidum ex homogeneorum comparatione, poſteaquam generaliter determinaverat, qui motus orbitæ ellipticæ reſpondere debeat in caſu binarum virium eas rationes reciprocam duplicatam, & triplicatam accurate ſervantium, data ratione vis alterius ad alteram in dato loco.

546 Porro hæc methodus duplici ex capite videtur mihi minus tuta, & erronea. Primo quidem, quod dum orbes circulis ſinitimos indiſcriminatim aſſumit, eccentricitatem negligit, & terminos ab ea pendentes, in quo neglectu negligitur magna pars motus apſidum: ſic ex termino ſeriei neglecto a Clairautio profluxit ille error, quem is ipſe deprehendit, qui error ei motum apſidum dimidiaverat, uti diximus in adn. ad verſ 2275. Deinde videtur mihi erronea methodus Newtoni idcirco, quod ſolas vires conſiderat, non etiam velocitatem tangentialem, a qua itidem res pendet. Si mobile, quod in ellipſi immobili movetur, debeat moveri deinde in eadem mobili cum data quadam ratione motus apſidum ad motum corporis; præter illam vim in ratione reciproca triplicata, oportet, accedat velocitatis tangentialis mutatio, quæ iis velocitatibus motuum reſpondeat; nam ſi velocitas non mutetur ſimul ea ipſa mutatione, quæ ad rem requiritur, non deſcribetur ea curva, quæ oritur ex motu compoſito in ea ellipſi, & ex eo motu ellipſeos ipſius.

547 Atque hinc puto ipſi Newtono obveniſſe erroneam determinationem motus apogei lunaris. Dum enim mutatur vis Lunæ in Terram ob perturbationem ortam a vi ſolari, non mutatur & velocitas tangentialis illa ipſa mutatione, quæ requiritur ad motum in orbita mobili reſpondentem illi ipſi mutationi vis; ex quo, & ex illo eccentricitatis contemptu erroneum obvenire neceſſe eſt motum apogei, niſi forte fortuna ſe errores mutuo compenſent.

548 Newtonus quidem poſteaquam prop. 45 l. 1 ſuam illam methodum expoſuit, gradum facit ad ea, ex quibus pendet applicatio ad Lunam in cor. 2, ubi illud habet; ſi vi decreſcenti in ratione reciproca duplicata diſtantiarum addatur vis, quæ ſit in ratione directa ſimplici, ſit autem hæc $\frac{1}{357.45}$ illius, motum apſidum in ſingulis revolutionibus fore 1′, 31′, 28″; atque in poſterioribus editionibus addit illud *Apſis Lunæ eſt duplo velocior circiter*; unde conſtat, ipſum ibi reſpexiſſe lunarem theoriam. In cor. 7 prop. 37 l. 3 ad habendam gravitatem Lunæ in Terram auget vim Lunæ in orbita per $\frac{1}{178\frac{29}{40}}$ ob actionem Solis, quæ Lunam diſtrahit, & citat corollarium 3 prop. 3 ejuſdem libri, in quo corollario idem incrementum adhibet, poſteaquam in ipſa propoſi-

poſitione dixerat illud *Actio Solis, quatenus Lunam diſtrahit a Terra, eſt, ut diſtantia Lunæ a Terra quamproxime, ideoque per ea, quæ dicuntur in cor. 2. prop. 15 l. 1, eſt ad Lunæ vim centripetam, ut 2 ad 357.45 circiter, ſeu ut* 1 *ad* $178\frac{29}{40}$.

549 Ex his patet, Newtonum cenſuiſſe, motum apſidum, quem habet Lunaris orbita, provenire a vi diſtrahente Lunam a Terra, quæ æquivaleat parti $\frac{1}{178.\frac{29}{40}}$ vis Lunæ in Terram, & inde intuliſſe, vim mediam perturbatricem diſtrahentem Lunam a Terra ejuſmodi eſſe, ac idcirco in perquirenda gravitate Lunæ in Terram addidiſſe ejuſmodi vim. Porro vidimus ſuperius, vim mediam perturbatricem non eſſe $\frac{1}{178.\frac{29}{40}}$, ſed $\frac{1}{357.45}$ ejus dimidiam; unde patet methodo adhibita a Newtono, ſi aſſumatur vis media perturbatrix non erronea, inveniri dimidium motum, ut & Clairautius dimidium invenerat methodo ſua; adeoque erroneam eſſe Newtoni methodum, & correctionibus indigere: binos autem errores apud ipſum compenſari, quorum alter ſitus eſt in erronea methodo exhibente dimidium ejus, quod exhibere debet, alter in valore vis mediæ perturbatricis, quam inde deduxit duplo majorem juſto.

550 Sunt, qui in explicando motu apſidum in alios errores incurrant: dicunt motum lineæ apſidum fieri contra motum in orbita in deſcenſu ab apſide ſumma, ſi vis ſit major, quam quæ requiritur ad deſcribendam orbitam immobilem, & conſpirare cum ipſo, ſi vis ſit minor, ac rem ſic expediunt.
F. 58 In fig. 58 ſi vis ſit major, quam quæ requiritur ad deveniendum ex *A* ad *B*, devenietur ad diſtantiam *SC* minorem diſtantia *SB*; quod ſi orbita moveatur directione contraria, quoddam ejus punctum *D* motu retrogrado per *DC* abibit in *C*, eritque corpus in puncto *D* orbitæ ita translatæ: contra vero ſi vis ſit minor, erit mobile in *c* ultra *B*, quod ſi deveniat per arcum *dc* punctum *d* motu conſpirante, erit ipſum mobile in puncto *d* orbitæ mobilis.

551 Hæc theoria nec generalis eſt, cum non poſſit ullum orbitæ punctum devenire ad *C*, vel *c*, ſi diſtantia *SC* ſit minor, quam *SP*, vel diſtantia *Sc* major, quam *SA*; & præterea erronea eſt ex hoc capite, quod motum apſidum inducat etiam pro caſu, in quo nullus eorum ſit motus. Si nimirum projiciatur ex *A* corpus directione perpendiculari ad *SA*, & velocitate tali, ut orbitam deſcribat ellipticam vi decreſcente in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, concipiatur autem addita vis altera priori ſemper æqualis, adhuc manebit ratio virium reciproca duplicata diſtantiarum, & deſcribetur ellipſis, diverſa quidem a priore, ſed cujus apſides jacebunt in eadem illa recta *ASP*; adeoque nullus apſidum motus orietur adjecta hac nova vi. Id vero accidit, quia non omnia illius prioris ellipſeos puncta adduci poſſunt ad puncta ellipſeos poſterioris motu illo orbitæ prioris, & ſi eo motu pars motus in orbita poſteriore habiti explicetur per motum compoſitum ex motu in orbita, & motu orbitæ, erit mobile in apſide novæ orbitæ, & acquiret maximam, vel minimam diſtantiam etiam, ubi non ſit in apſide orbitæ prioris.

552 Subſtituenda hic eſſet aliqua theoria genuina motus apſidum Lunæ, & oſten-

oſtendendum eundem motum conſpirare cum vi gravitatis; ſed id quidem longam tractationem requireret. Hunc conſenſum calculo integrali maximè elevato approximationibus uſi invenerunt Clairautius, D'Alambertus, Eulerus: eundem methodo multo expeditiore, & fere prorſus geometrica invenit Walmesleyus in opere impreſſo Florentiæ ſuperiore anno 1758, quod inſcripſit: De inæqualitatibus motuum lunarium, ubi a pag. 46 habetur elegantiſſima determinatio motus medii apogei lunaris. Is aſſumpta vi media perturbatrice diſtrahente $\frac{1}{357.45}$, invenit motum apogei annuum 40°, 40', 38", qui apud Halleyum in tabulis eſt 40°, 40', 43"; nimirum adhibita vi dimidia vis adhibitæ a Newtono, & ejuſmodi, cujuſmodi vis media habetur revera ex actione Solis, invenit motum medium conſpirantem cum obſervato. Multo autem adhuc difficilior eſt determinatio motus veri ipſius apogei, qui motus variationes plurimas ſubit, jam directus, ut in ſyzygiis, jam retrogradus, ut in quadraturis; ſed hæc itidem vix licet innuere.

553 Etiam in mea diſſertatione de inæqualitatibus Jovis, & Saturni habentur formulæ erutæ methodo ſynthetica pro motu apſidum, quæ facile applicari poſſunt ad lunares motus; ſed id ipſum vix itidem licet innuere, & progrediendum eſt ad motum lineæ nodorum, quem attigimus in adnot. ad verſ. 2284. Verum & hic demonſtrationes plures omittendæ neceſſario ſunt, & illuſtrandum ſchemate opportuno id unum, quod Noſter expreſſit verſibus.

554 Sit in fig. 59 orbita lunaris *HFKE* inclinata ad planum eclipticæ, F.59
quod ſecet in recta *Nn*; & ſi *TS* tendat ad Solem, erit *STN* planum eclipticæ, cui perpendicularia ſi ſint duo plana, alterum tranſiens per *ST*, alterum ipſi *ST* perpendiculare, occurret illud quidem orbitæ lunari in recta ſyzygiarum *FE*, hoc autem in recta quadraturarum *HK*, ac ſi recta nodorum *Nn* non congruerit cum linea ſyzygiarum *FE*, efficiet cum linea quadraturarum *HK* binos angulos acutos, ut *HTN*, *KTn*. & binos obtuſos, ut *HTn*, *KTN*. Invenit igitur Newtonus, ubicunque fuerit in utrolibet e prioribus Luna, ut in *L*, nodos progredi eorum motu conſpirante cum motu Lunæ, ubicunque autem fuerit in utrolibet e poſterioribus, ut in *l*, nodos e contrario regredi.

555 Fiat enim motus Lunæ *L* directione *FLH*, & arcus tempuſculo infiniteſimo deſcribendus vi gravitatis in Terram ſit *LA*, cujus chordula producta occurrat lineæ nodorum *nN* in *C*. Binæ ſunt vires perturbatrices, quarum altera agit ſecundum directionem *LT*, quæ cum jaceat in plano orbitæ *HLNF*, non educit Lunam extra planum ipſum, adeoque nec turbat poſitionem lineæ nodorum, nec inclinationem orbitæ ipſius ad ecliplicam. Altera vis perturbatrix agit directione parallela rectæ *TS*. Sit *AB* ejus effectus debitus tempuſculo, quo deſcribitur arcus *LA*, & ſi producatur *BL* uſque ad planum eclipticæ in *D*, erit *CD* parallela *AB*; nam per *BA* parallelam *ST* poteſt concipi planum parallelum plano eclipticæ, & interſectiones eorum planorum cum plano *ALB*, quæ debent eſſe *AB*, *CD*, debent eſſe parallelæ inter ſe. Erit autem *CD* contrariæ directionis reſpectu *AB*, cum jaceant hinc, & inde ab *L*, & jacebit *D* reſpectu lineæ nodorum *TNC* ad eandem plagam, ad quam *A* reſpectu *TL*. Erit autem nova linea nodorum *TD*, nam orbita nova motu compoſito tranſibit per *B*, & ejus planum erit

 BLT.

BLT, cujus interſectio cum ecliptica erit *TD*, exiſtente *CTD* motu lineæ nodorum in eo caſu in conſequentia.

556 At exiſtente Luna in *l*, & effectu vis perturbatricis *ab*, ſi arcus *Nl* ſit minor quadrante, jacebit & *c* ad partes *N* reſpectu *T*, & *cd* habebit eandem directionem, quam *ab*, jacente nova linea nodorum *Td* ad partes contrarias reſpectu *Tc*, & exiſtente motu nodorum retrogrado. Similis figura applicata punctis omnibus arcuum *NH*, *nK* oſtendet ſemper motum nodorum directum, & punctis arcuum *NK*, *nH* motum eorundem retrogradum.

557 Quoniam autem etiam inclinatio plani *LDT* ad planum eclipticæ *DTC* non erit eadem, ac inclinatio plani *LCT*; mutabitur etiam inclinatio orbitæ lunaris ad eclipticam. Omnes mutationes tam lineæ nodorum, quam inclinationis orbitæ ad eclipticam Newtonus rite perſequitur, & determinat, & quod ad hanc pertinet in prop. 30 l. 3 determinat motum nodorum in orbita habita pro circulo, in pr. 31 motum in orbita elliptica, & in pr. 32 motum medium. Invenit autem illud in pr. 30, nodis exiſtentibus in quadratura, & Luna in ſyzygia eſſe motum horarium nodi in orbita habita pro circulari 33'', 10''', 33^{IV}, 12^{V}; pro aliis caſibus ductis *LO*, *LM*, *LG* perpendicularibus ad *TN*, *TF*, *TH*, fore motum horarium ad hunc, ut eſt factum ex iis tribus ſinubus *LO*, *LM*, *LG* diſtantiæ Lunæ a nodo, a ſyzygia, a quadratura ad cubum radii *LT*; ac in prop. 32 invenit motum medium eſſe retrogradum, cum diutius is retrogradus ſit, quam directus, cumque in anno ſydereo eſſe 19°, 18', 1'', 23''', qui ex obſervationibus eſt 19°, 21', 21'', 50''': diſcrimen autem eſt minus parte trecenteſima motus totius, quod ipſum diſcrimen is tribuit eccentricitati orbis lunaris, & inclinationi orbitæ.

558 Calculis accuratius inſtitutis, & exactioribus methodis adhibitis, invenitur multo major conſenſus; ſed anguſtiis preſſi cogimur omittere omnem ejuſmodi tractationem, ut & reliquas omnes inæqualitates, quarum nonnullas innuimus in adn. ad verſ. 2329. Earum omnium expoſitio, & demonſtratio majoris molis opus requireret, nec anguſtiſſimis horum ſupplementorum finibus contineri poteſt. Quæ autem propoſuimus, ad quoddam ſpecimen admirabilis conſenſus theoriæ cum obſervationibus motuum adeo inæqualium, & prima fronte irregularium, abunde ſunt.

SUP-

SUPPLEMENTUM AD LIBRUM SEXTUM

559 QUÆ hoc libro continentur, vix amplo volumine ſatis illuſtrari poſſent; hic autem priores bini libri ſpatium jam omne huic tomo deſtinatum ſurripuerunt. Quamobrem vix quidquam perſtringemus, præter maxime neceſſaria ad intelligenda ea, quæ Noſter propoſuit, indicatis nonnullis aliis, quæ nexum cum iis arctiorem habeant.

§. I.

DE LIBRATIONE LUNÆ.

560 A verſu 93 ad 303 agit Noſter de libratione Lunæ, & initio quidem cauſas ejus indicat, tum illud perſequitur, cur tempus converſionis Lunæ circa proprium axem ſit æquale tempori converſionis Lunæ circa Terram.

561 Hoc in genere notandum illud. Affirmavit jam olim Jo. Dominicus Caſſinus omnia macularum phœnomena explicari, ſi aſſumatur, Lunam motu æquabili converti circa proprium axem, dum inæquali motu convertitur circa Terram ita, ut converſionum tempora æqualia ſint: æquatorem hujus motus inclinari ad eclipticam in angulo graduum $2\frac{1}{2}$, puncta vero æquinoctialia coincidere cum nodis orbitæ lunaris ita, ut ecliptica ſemper interjaceat inter orbitam, & æquatorem lunarem.

562 Primam ex his tribus conditionibus expreſſit Noſter a verſu 159, & quidem æqualitas temporum evidenter deducitur ex eo, quod poſt tot ſæcula eadem ſemper Lunæ facies obvertatur Telluri. Secunda, & tertia quam veræ ſint, ego quidem adhuc ignoro. Caſſinus obſervationes, ex quibus eam theoriam deduxit, nequaquam exhibuit; nec vero eo tempore obſervandi ratio eo deducta fuerat, ut ſatis accuratas ad hanc determinationem obſervationes exhiberet. Fuſe hoc argumentum pertractavit vir doctiſſimus Thobias Meyerus in ſuo tractatu de motu Lunæ circa proprium axem Germanicè edito, ubi & obſervationes habet plurimas plurium Lunæ macularum potiſſimum Manilii, & theoriam eruendi per tres ejuſdem maculæ poſitiones inclinationem æquatoris, ac poſitionem punctorum æquinoctialium proponit, ſed admodum implexam, & per approximationem tantummodo.

563 At id problema ſolutiones plures admittit directas, & expeditas tam per trigonometriam ſphæricam, quam per planam. Ego rem perfeci per calculum trigonometricum erutum ex conſtructione, quam jam olim propoſui in diſſertatione de maculis ſolaribus, & adhibui tria ejus obſervationum ternaria pertinentia ad annos 1748, & 1749, nimirum 11, 16, 17, Maii, 2, 10, 15 Julii, Dec. 27, Febr. 25, Mar. 4. Inveni autem inclinationes ex iis ternariis $2^{\circ}, 8'$: $1^{\circ}, 22'$: $1^{\circ}, 38'$, diſtantias puncti æquinoctialis aſcendentis a nodo aſcendente orbitæ lunaris $+ 11^{\circ}, 48'$; $4^{\circ}, 1'$; $- 20^{\circ}, 13'$, exprimente ſigno poſitivo illud eſſe orientalius hoc, negativo vero occidentalius. Meyerus ſua methodo ex ſecundo ternario invenit inclinationem $1^{\circ}, 40'$, diſtantiam a nodo $3^{\circ}, 36'$, errore plurium minutorum exi-

exiguo in ſe, ſed non ita exiguo reſpectu totius: adhibitis autem alia methodo, ſed itidem eidem approximandi rationi inixa ſimul omnibus Manilii obſervationibus, & ſuppoſito utroque valore proximè conſtanti per integrum annum, invenit inclinationem 1°, 30', diſtantiam a nodo 3°, 46'.

564 Et quidem, quod pertinet ad poſitionem punctorum æquinoctialium, ipſa, ob adeo exiguam inclinationem, ſatis certo definiri non poteſt, ſaltem per obſervationes Mayeri, in quibus ſingulæ diſtantiæ a polo ne ab ipſo quidem cenſentur certæ, niſi intra arcum, qui viſus e Terra ſubtendat 5 ſecunda, adeoque contineat fere trientem lunaris circuli; nam ſatis exigua aſſumptæ diſtantiæ mutatione, mutatur plurimum poſitio punctorum æquinoctialium. Verum quod pertinet ad inclinationem multo accuratius, & certius definitur, quamobrem illud videtur colligi poſſe ex hiſce determinationibus collatis inter ſe, & cum Caſſiniana eam variabilem eſſe, ut & mutationi diſtantiæ a nodo, ac poſitionis in ecliptica favent deductiones, quas habuimus, utcumque minus certæ: optandum autem, ut inſtitutis multis accuratioribus obſervationibus, quæ pertineant ad plures diverſas poſitiones nodi orbitæ lunaris, hic motus, quem huc uſque Aſtronomi nimis neglexerunt, certius definiatur, ut de re tota judicium ferri poſſit.

565 Cæterum ſi inclinatio æquatoris mutatur, ſimplex motus converſionis circa proprium axem ad librationem Lunæ explicandam non ſufficit, ut itidem is ſolus non ſufficit, ſi puncta æquinoctialia perpetuo mutant locum in ecliptica, quæ ſi reipſa comitantur ſemper accurate, vel proximè nodos Lunæ ita, ut poſt longam converſionum ſeriem adhuc ſint ipſis proxima, oportebit, ipſorum motus medius ſit idem, ac motus medius eorundem nodorum, nec illud jam tantum, quod in adnotationibus diximus, mirum videbitur, & cauſam phyſicam requiret, revolutionem mediam circa ſe eſſe æque diuturnam, ac ſit revolutio circa Terram; ſed etiam tempora media converſionum punctorum æquinoctialium, & nodorum æqualia itidem eſſe inter ſe.

566 Quod autem pertinet ad cauſam mechanicam prioris æqualitatis, quam propoſuit Noſter, & expoſuimus in adnotatione ad verſ. 216, eam ibi ſententiam Mairanio adſcripſimus. Illud quidem mihi videbar cum adnotationes perſcripſi jam impreſſas, dum hæc conſcribo, memoria retinere, me eam ſententiam vidiſſe alicubi in aliquo Mairanii opere, & cogitabam hic ipſum indicare locum, quem cum quæſierim, invenire non potui, ut idcirco jure etiam dubitare incœperim, an in eo ſim falſus. Ubi vero in eam ipſam cauſam diligentius inquiſivi, paullo alia mihi quidem ratione viſum eſt deduci debere illud phœnomenum ab inæquali textu partium Lunæ, vel a diſcrimine aliquo non exiguo a figura ſphærica, quæ omnia hic breviſſimè indicabo tantummodo.

567 Et primo quidem, ut habeatur receſſus aliquis a motu parallelo non ſufficit diſcrimen in vi motrice, ſive in pondere particularum æqualis molis, ſed requiritur omnino diſcrimen aliquod in vi acceleratrice. Hinc ſi grave cujuſcumque figuræ projiciatur utcumque in ſpatio non reſiſtente impreſſo motu æquali æqualibus ejus particulis, abibit motu parallelo, & gravitas, quæ concipiatur itidem æque agere in quaſvis æquales ejus particulas per lineas parallelas, nihil turbabit paralleliſmum motus ejus corporis, utcumque alicubi multo ſit denſius, & cum multo majore pondere, ſive motrice vi, quam alibi.

alibi. Corpus, quod habeat centrum gravitatis extra centrum figuræ, ubi in aqua demerſum ſit, idcirco ita ſuſpenditur, vel deſcendit, ut pars ponderoſior imum fundum conetur deſpicere, quia quæ ſpecificam gravitatem majorem habent, minus amittunt ſuæ vis pro ratione ſuæ materiæ, quam quæ minorem; atque idcirco vim acceleratricem majorem habent. Hæc ratio eodem pacto Lunæ applicari non poteſt, utcumque diverſa ponatur ejus denſitas; cum vis acceleratrix non pendeat a denſitate, hæc turbetur a motu circa Tellurem eodem pacto, quo a fluido, in quo innatat corpus grave.

568 Hoc diſcrimen patebit multo magis, poſteaquam indicavero, quo pacto eam ego rem concipiam, ubi quæ mihi genuina videantur hujus perquiſitionis principia, paucis proponam. Transferatur huc theoria illa, quam ſuperiore libro perſecuti ſumus pro motu Lunæ circa Terram perturbato ab actione Solis in fig. 54, ſed in ea referat jam *S* Terram, *T* centrum gravitatis F. 54 Lunæ, *L* particulam quamvis lunaris maſſæ. Hæc præter vim in Terram communem puncto *T* habebit binas vires alteram agentem directione *LT* in *T*, & proportionalem ipſi diſtantiæ *LT*, alteram agentem ſecundum directionem *TF*, *TE* perpendicularem plano, quod refert linea *HTK* habita pro recta. Prima vis nullam conatur inducere converſionem circa *T*, ſecunda conatur utique eodem pacto, quo ſi grave per *T* ſuſpenſum ſit, gravitas data directione agens, & pertinens ad omnia puncta ipſius ſita extra directionem gravitatis tranſeuntem per punctum ſuſpenſionis ſolicitat totum corpus ad converſionem circa axem aliquem, quæ converſio habebitur, niſi oppoſita virium momenta ſe deſtruant.

569 Verum longe alia hic erit oppoſitionis ratio, ac in caſu gravis ſuſpenſi; nam ibi quidem gravitas punctorum omnium dirigitur in eandem plagam, hic autem vis punctorum ſitorum citra planum *HTK* dirigitur in unam plagam, vis autem punctorum jacentium ultra dirigitur in plagam oppoſitam. Si concipiantur puncta omnia jacentia in unico plano *HFKE*, actiones punctorum jacentium in angulis *HF*, *KE* ibi opponerentur, hic tendunt ſimul ad inducendam converſionem ſecundum directionem *HFKE*, dum actio punctorum jacentium in angulis *FK*, *HE* tendit ſimul ad inducendam converſionem oppoſitam. Adeſt autem etiam diſcrimen in ipſa magnitudine vis, quæ ibi eſt conſtans in punctis omnibus, hic eſt proportionalis diſtantiæ a plano *HK*.

570 Adhuc tamen ſi Luna ſit globus homogeneus, facile perſpicitur actionum contrariarum ſummam æqualem fore, neque ullam hic haberi debere converſionem, ut in globo gravi homogeneo per centrum ſuſpenſo nulla itidem haberi debet converſio. At ſi vel figura non ſit ſphærica, vel denſitas non ſit homogenea, poterunt illæ ſummæ non eſſe æquales, adeoque haberi poterit determinatio ad converſionem. An autem habeatur converſio, & in quam plagam haberi debeat, data ſingularum particularum poſitione, & denſitate ſic facile definiri poſſet. Quævis particula ubicunque in tota maſſa jacens ultra planum *HK*, ut *L'*, concipiatur tranſlata citra ipſum per rectam *L'T* tantundem productam in *L*, quo pacto tota maſſa jacebit jam citra planum: hujus maſſæ jacentis ita citra planum particula quædam, ut *F*, retineat ſuam denſitatem, reliquæ autem omnes concipiantur attenuatæ in ratione ſuæ diſtantiæ *LC* a plano *HK* ad diſtantiam *FT* illius particulæ ab eodem plano.

plano. Maſſæ hoc modo redactæ inveniatur centrum commune gravitatis, quod ſi jacuerit in recta TS, nulla habebitur converſio: ſi autem jacuerit extra, converſio habebitur circa axem tranſeuntem per T perpendicularem plano tranſeunti per id punctum, & per rectam TS. Nam omnia puncta L' tranſlata in L idem ibi momentum exercebunt, quod in L', ad converſionem ob directiones virium in iis locis contrarias; & particula denſior ſita in L cum vi reſpondente diſtantiæ CL æque aget, ac particula tenuior cum vi reſpondente diſtantiæ FT. Quare motus fiet in eandem plagam, in quam fieret in ea maſſa uniformi gravitate prædita; in qua maſſa cum centrum gravitatis debeat deſcendere ad rectam TS, debet motus fieri circa axem perpendicularem plano tranſeunti per TS, & per id punctum, in quo plano nimirum ſit ejus motus.

571 Verum ad inveniendam celeritatem ejus converſionis oportet, tranſlatis omnibus particulis ulterioribus L' in L ſine illa attenuatione, quærere centrum oſcillationis maſſæ ita primo reductæ conſiderando gravitatem in ſingulis punctis non conſtantem, ſed proportionalem diſtantiæ LC a plano HK; nam acceleratio motus circularis erit eadem, quæ eſſet in pendulo ſimplici determinato per diſtantiam centri oſcillationis a puncto T. Hinc ad eam theoriam evolvendam requiritur determinatio centri oſcillationis pro hypotheſi gravitatis etiam non conſtantis, de qua agendum erit tomo 4, ubi, uti promiſimus tomo 1, ex genuinis principiis inquiremus in ipſum oſcillationis centrum, cujus determinationes ex ſubſidiariis quibuſdam principiis petitas ſub ſinem ejus tomi dedimus tantummodo pro gravitate conſtanti. At difficultas determinationis etiam pro data maſſa, & poſitione particularum augetur ex eo, quod converſione ipſius circa T mutantur diſtantiæ particularum ipſarum a plano HK, & totius maſſæ poſitio reſpectu ipſius, quod mutat ipſas particularum vires, & pro diverſis poſitionibus anguli diverſam requirit centri oſcillationis diſtantiam a puncto T.

572 Facile autem jam hic apparet diſcrimen hujus theoriæ a theoria ſolidi immerſi in aqua. Sit $EHFK$ ſphæra homogenea, in qua in H addatur maſſa utcumque denſa; in hac theoria nulla habebitur ſollicitatio ad converſionem, cum vis maſſæ additæ evaneſcat evaneſcente diſtantia CL; ejuſmodi autem grave immerſum in aqua ſtatim converteretur ita, ut punctum H abiret ad rectam TS.

573 Ut vero appareat, quo pacto ex hiſce viribus oriri poſſit phœnomenum ejuſdem proxime faciei lunaris reſpicientis Tellurem, concipiatur corpus lunare $EHFK$ non prorſus ſphæricum, vel non prorſus homogeneum in ea poſitione, in qua centrum illud gravitatis num. 570 ſit in recta TL congruente initio cum TF: motu ipſius Lunæ menſtruo circa S per TH, linea TFS reſpectu ipſius Lunæ movebitur motu angulari circa T, & radius TF abibit verſus TK directione HFK per omnes poſitiones intermedias recedendo ita a recta TL. Hinc illud centrum conabitur redire ad ipſam novam poſitionem lineæ TF, & punctum illud L ſuperficiei lunaris, quod prius congruens cum F reſpiciebat Terram S, conabitur abire verſus ipſum punctum F, quod Terram tum reſpicit, inducta hoc modo converſione quadam, qua ſemper eadem facies nitatur ſe Telluri obvertere, & vis hujuſmodi motum angularem inducens par ſit gignendæ velocitati æquali illi, quam habet punctum F converſione menſtrua rectæ TS circa T, adeoque deſinat augeri diſtantia puncto-

rum

jam *LF*, & incipiat minui, donec etiam elidatur. Porro vis ejuſmodi prius creſcit in receſſu rectæ *TS* a poſitione æquilibrii, tum decreſcit, & poteſt evadere etiam negativa, ſive motum urgere in partem contrariam; ubi oritur ingens complicatio caſuum, quos hic evolvere non vacat.

574 Huc autem reducitur cauſa ejuſdem faciei Lunæ obverſæ ſemper Telluri, quam Newtonus innuit tantummodo in corol. propoſitionis 38 lib. 3; ſed is Lunam concipit ut homogeneam, & inde illa propoſitione determinat figuram, quam ipſa Luna affectat ſphæroidis oblongæ obverſæ Telluri, quam ſi Luna initio habuit, debet illa materia redundans circa axem id efficere, ut axis ipſe oſcillet hinc & inde a recta Telluri obverſa. Ut id pronius fiat, conſiderabimus hic caſum ſimpliciſſimum rectæ lineæ, in cujus extremis punctis ſint binæ maſſæ, quæ concipiantur connexæ per virgam inflexilem, & omni inertia carentem.

575 Sit ejuſmodi recta *LTL'*, cujus medium *T*, ac recta *ETFS* conſtanter reſpiciente Terram ſit *HTK* recta quædam ipſi ſemper perpendicularis. Si *LTL'* congruat cum *ETS*, nulla erit vis ad converſionem; ſed ſi jaceat in angulis *HTF*, *ETK*, uti figura exhibet, habebitur utique a viribus *CL*, *C'L'* vis proportionalis rectæ *CI* urgens deſcenſum obliquum verſus poſitionem *FTE*, quæ vis in majore angulo *LTF* erit perpetuo major uſque ad gradus 45, tum incipiet decreſcere; & ſi *LTL'* congruat cum *HTK*, evaneſcet. In omnibus autem iis poſitionibus ea vis conabitur inducere motum angularem directione *HFK*. At ſi angulus *LTF* ſit major recta, ut puncta *L*, *L'* abeant in quadrantes *HE*, *KF*, jam vis oppoſitam directionem acquiret, & conabitur inducere converſionem contraria directione *KFH*.

576 Jaceat recta *LTL'* in plano orbitæ lunaris, & per ipſam initio tranſeat directio *TS*: motu angulari puncti *T*, directione *TH*, abibit recta *TS* a poſitione *TL* directione *HFK*. Tum ſtatim vis *CI* incipiet inducere motum angularem lineæ *TL* verſus *TF*. Quoniam initio is motus erit perquam exiguus, erit utique minor motu rectæ *TF*, quæ idcirco ab ipſa recedet, adeoque augebitur vis urgens motum angularem rectæ *TL*, qui idcirco creſcet motu pluſquam uniformiter accelerato.

577 Si jam alicubi ante, quam angulus *LTF* fiat rectus, evadat celeritas ejus motus angularis æqualis motui angulari rectæ *TF*, eo motu continua ejuſdem vis actione adhuc creſcente, incipiet e contrario recta *TL* accedere ad *TF*, & ad ipſam deveniet, tum ad partem oppoſitam tranſcurret, abeunte *L* in arcum *FK*, & celeritas motus angularis minuetur, donec velocitas angularis rectæ *LT* evadat iterum æqualis velocitati ipſius *FT*, quod fiet in eadem priore diſtantia, ſi converſio rectæ *FT* concipiatur æquabilis. Inde vero velocitate rectæ *TL* adhuc imminuta eadem accedet ad *TF*, & ſic circa ipſam perpetuo oſcillabit. Habebitur nimirum converſio media rectæ *TL* æqualis converſioni mediæ rectæ *TF*, ſed eadem hinc & inde ab ipſa *TF* oſcillabit, celeritate ejus converſionis jam imminuta, jam aucta.

578 Quod ſi recta *TL* recedat per quadrantem a recta *TF* ante, quam ii motus angulares fiant æquales, abibit ipſa recta *TL* in angulum *HTE*, ubi oppoſita virium æqualium actione ejus motus angularis minuetur per eoſdem gradus, per quos creverat, & in appulſu *L* ad *E* evaneſcet.

579 Si congruente *LT* cum *FT* habeat maſſa motum angularem aliquem alium-

aliunde in eadem directione parum differentem a motu rectæ *FT*, vis multo minor ſufficiet ad inducendam æqualitatem: nam relicta *TL* poſt *TF* ubi habuerit motum minorem, aget vis *CL* ad accelerandum ipſum, vel ea progreſſa, ubi habuerit motum majorem, aget eadem jam contraria ad ipſum minuendum, & citius ad æqualitatem perducet eliſa differentia motuum mediorum, & inducto motu medio æquali motui rectæ *TF*. At ſi is motus angularis impreſſus rectæ *TL* fuerit multo major motu rectæ *TF*, vis autem *CL* exigua; tum abibit punctum *L* ad *K*, imminuta quidem perpetuo velocitate circulari puncti *L*, ſed non extincta, quæ deinde per arcum *KE* creſcet iterum, ac proinde habebitur converſio integra rectæ *TL* circa *TF* velocitate tantummodo variata magis, vel minus pro quantitate illius vis; quod quidem accidet multo magis, ubi velocitas rectæ *TL* impreſſa fuerit in partem contrariam.

580 Hic poſterior caſus pertinet ad Planetas primarios, quorum converſio, ſaltem eorum, in quibus ea deprehendi potuit, circa proprium axem eſt multo velocior, quam converſio circa Solem, vis vero perquam exigua erit etiam, ſi concipiatur tota eorum maſſa redacta in illa bina puncta *L*, *L'*, ob exiguam diametrum reſpectu diſtantiæ a Sole, quæ multo minor evadet ob eorum formam ſphæricam, & evaneſcet, ſi vel homogenea ſit maſſa, vel ita diſtributa, ut contrariæ actiones ſe elidant; atque idem & Terræ debet accidere reſpectu Lunæ ob majorem celeritatem motus diurni, ob exiguam Lunæ maſſam, & ob materiam circa centrum fere æqualiter diſtributam, quod e pluribus indiciis colligitur. Priores autem binæ ex hiſce tribus cauſis applicari poſſunt etiam Jovi reſpectu ſuorum ſatellitum, ac ſecunda Saturno quoque reſpectu ſuorum. Idcirco Planetæ primarii nec Soli, nec ſuis ſecundariis eandem ſemper faciem obvertent, motum autem circa proprium axem habebunt nonnihil variabilem, ſed parum admodum, ſi inæqualitas omnium actionum provenientium ab omnibus viribus *CL* fuerit exigua.

581 Prior ille caſus exhiberet Lunam, ſi tota ejus maſſa redacta eſſet ad illa duo extrema puncta; nam ejus exigua diſtantia a Terra id efficit, ut in eo caſu illa vis ſit multo major, quam quæ requiritur ad inducendum motum circularem, qui evadat æqualis motui circa Tellurem, antequam deveniatur ad quadrantem; ſed ut reducatur ad Lunam juxta Newtoni theoriam, oportet concipere non virgam inertia carentem, ſed globum, qui connectat, non maſſas in binis punctis conſtitutas, ſed diſperſas per totam ſuperficiem, quo pacto vis minuitur plurimum, & dum dividitur effectus per totam maſſam globi, pene totus evaneſcit; nam in illa Newtoni prop. ſphæroidis elevatio eſt tantummodo pedum 187 pars utique nimis exigua reſpectu totius Lunæ. Quamobrem omnino neceſſarium arbitror adhibere etiam inæqualitatem denſitatis, & motum primitivum aliquem initio impreſſum, ac parum recedentem a motu circa Terram; ſed ea omnia calculos requirunt admodum ſublimes, & fere inextricabiles, ad accuratam determinationem.

582 Inſiſtendo caſui virgæ cum duabus maſſis, illud addam tantummodo, ſi recta *LTL'* jaceat in plano orbitæ lunaris, & ipſum planum ſit immotum, converſionem inductam debere fieri conſtanter in plano.

583 Atque hic quidem patens admodum aperitur campus inveſtigationi, ut determinetur omnis motus primo quidem binarum maſſarum *LL'*, atque

quę id ipſum cum converſione impreſſa ſecundum quamcumque directionem, qui caſus facilius ad calculum reduci poteſt, tum plurium maſſarum, atque id cum converſione impreſſa ſecundum quamcumque directionem, & conferatur theoria cum obſervationibus circa macularum loca, quæ, ut huc uſque habentur, indicant variationem tam inclinationis, quam poſitionis punctorum æquinoctialium: verum multo accuratiores requiruntur obſervationes, ut initio diximus. Credo autem omnino illud, a principiis, quæ hic expoſui, petendam eſſe omnem explicationem, & determinationem librationis Lunæ; ipſam enim Lunam aliis viribus non agitari præter gravitatem in Solem, & Terram, videtur omnino deduci a conſenſu motuum ejuſdem cum theoria gravitatis generalis, qui eo major invenitur in dies, quo magis ipſa theoria excolitur, inæqualitas autem virium in Solem pertinentium ad diverſas particulas nihil ad ſenſum turbare poterit motum angularem inductum a vi in Terram, cum eæ ob tantam a Sole diſtantiam tanto minores ſint. Sed nobis hic in eo diutius immorari non licet.

§. 2.

DE PRÆCESSIONE ÆQUINOCTIORUM, ET NUTATIONE AXIS.

584 DE hoc argumento egimus cum Noſtro ab adnot. in verſum 145 uſque ad adn. in verſ. 449. Id etiam argumentum exigit longiorem tractationem, & ſublimes methodos; pendet autem a theoria centri rotationis ſpontaneæ, connexa cum theoria centri percuſſionis, & oſcillationis, de quibus agemus juxta meam theoriam virium tomo 4, ubi, ſi locus adfuerit, indicabimus etiam, quæ huc pertinent. Hic tantummodo innuam, qua ratione Newtonus progreſſus ſit ad præceſſionem æquinoctiorum determinandam, & in quo ejus theoriam corrigendam cenſeat D'Alambertus.

585 Newtonus omnem hanc præceſſionem æquinoctiorum repetit, uti diximus in adnotationibus, ab inæqualitate virium, quas exercent Sol, & Luna in illam quantitatem materiæ terreſtris, quæ redundat ſupra globum inſcriptum illi ſphæroidi compreſſæ ad polos, cujus figuram habet Terra ob rotationem diurnam. Pertractat autem id argumentum poſt prop. 38 lib. 3, ubi prius quidem præmittit quædam lemmata pertinentia ad virium comparationes, tum partim ex theoria motus nodorum Lunæ, partim ex earum virium conſideratione deducit quantitatem motus medii præceſſionis æquinoctiorum.

586 Ut hæc omnis ejus ratio intelligatur, referat in fig. 54 *HFKE* ſectionem Telluris factam per polos, quæ in æquatore *LL'* aſſurgat in formam ſphæroidis ellipticæ, ſit autem homogenea ejus materia, uti eam Newtonus conſiderat, & recta *ETF* tendat ad Solem *S*. Singulæ ejus particulæ, uti *L*, habebunt vires perturbatrices ſecundum *TL*, & *CL*, quarum prima nullam contendet inducere converſionem, contendet autem ſecunda, uti & in ſuperiore paragrapho vidimus, eritque proportionalis diſtantiæ cujuſque particulæ a plano *HK*, & particulæ quidem, quæ fuerint in angulis *HTF*, *ETK* F. 54

nitan-

nitantur inducere converſionem directione *HFK*, quæ vero in angulis *KTF*, *ETH*, directione oppoſita. Quod ſi diameter æquatoris *L'L* obvertatur Soli *S*, vires omnium particularum in angulis illis prioribus erunt æquales viribus in hiſce poſterioribus ob ſimilem poſitionem reſpectu rectæ *EF*, & *HK*; ſi vero diameter æquatoris *L'L* recedat a linea *EF*, oportebit concipere ſphæroidem diviſam in partes duas, quarum altera ſit globus inſcriptus, altera materia redundans in forma cujuſdam annuli lati, vel cujuſdam veluti duplicis pilei hinc, & inde ad polos perpetuo attenuati. Facile patet, ſphæræ materiam fore itidem in æquilibrio; at redundantis materiæ vires erunt majores in illis angulis, in quibus illa æquatoris diameter jacuerit, ut hic in angulis *HTF*, *ETK*, ubi nimirum craſſitudo pilei maxima in *L*, & *L'* rotationem in eandem plagam inducit.

587 Circa harum virium conſiderationem Newtonus ante prop. 39 præmittit in poſterioribus editionibus tria lemmata, & unam hypotheſim. Lemmate 1 habet illud, vires ejuſmodi in ea ſphæroide elliptica niti ad inducendam converſionem circa axem perpendicularem plano tranſeunti per polos æquatoris terreſtris, & Solem; vim autem totam, & efficaciam ad circumagendam Terram particularum omnium uniformiter diſtributarum per æquatoris peripheriam in formam annuli, ad vim, & efficaciam particularum totidem ſitarum in æquatoris puncto *L*, quod maximè omnium diſtat a plano *HK*, eſſe ut unum ad duo. Lemmate 2 habet illud, vim totam, & efficaciam particularum omnium ſitarum extra globum in illis binis velut pileis ad vim, & efficaciam totidem particularum diſtributarum uniformiter per totam peripheriam æquatoris in morem annuli fore, ut 2 ad 5. Lemmate 3 habet illud, motum Terræ totius compoſitum ex motibus omnibus particularum circa eum axem fore ad motum annuli prædicti circa eundem axem in ratione, quæ componitur ex ratione materiæ in Terra ad materiam in annulo, & trium quadratorum quadrantis peripheriæ cujuſvis circuli ad duo quadrata diametri, quæ ſecunda ratio eſt, ut 925275 ad 1000000.

588 Hiſce propoſitis, ac demonſtratis circa ejuſmodi vires, & motum, qui debet eſſe earundem virium effectus, proponit hypotheſim pertinentem ad theoriam motus nodorum, quod nimirum ſi is annulus, Terra ſublata, ſolus in orbe annuo circa Solem ferretur, & interea circa axem ſuum ad planum eclipticæ in angulo graduum $23\frac{1}{2}$ inclinatum motu diurno revolveretur; idem foret motus medius punctorum æquinoctialium, ſive is annulus eſſet fluidus, ſive conſtaret ex materia rigida, & firma. Nodi quidem ſingularum particularum in caſu fluidi jam progrederentur, jam regrederentur, ſed poſt integras converſiones exceſſum regreſſus ſupra progreſſum haberent æqualem omnes; in caſu autem ſolidi impedito progreſſu haberetur ſemper continuus regreſſus æqualis motui medio prioris caſus. Newtonus, mutuum illum nexum nihil officere illi medio regreſſui, ſed actiones ex illo nexu profluentes ſe mutuo elidere ita, ut effectus medius ſit idem cum ipſo, qui eſſet ſine ipſo.

589 Jam vero in prop. 39 ſic progreditur ad determinandam præceſſionem æquinoctiorum. Primo quidem ex theoria motus nodorum Lunæ aſſumit motum medium eorundem nodorum, quam Luna haberet, ſi moveretur in orbe

circu-

circulari ad diſtantiam mediam a Terra, quem ponit 20°, 11', 46". Deinde ex eadem theoria habet illud, ſi Luna ſpatio diei ſiderei, quo nimirum Terra diurnam ſuam converſionem abſolvit, juxta ſuperficiem Terræ revolveretur, motum annuum nodorum fore ad 20°, 11', 46", ut eſt dies ſidereus horarum 23, 56' ad tempus periodicum Lunæ dierum 27, hor. 7, 43', ſive ut eſt 1436 ad 39343. Quamobrem motum ex hac proportione erutum attribuit annulo continuo in peripharia æquatoris ſito, nulla adhuc habita ratione inclinationis æquatoris ad Eclipticam, quæ minuit vim, & effectum in ratione radii ad coſinum ipſius: eam imminutionem neglexerat, ubi egerat de Lunæ nodis ob ipſius exiguitatem (nam inclinatio orbitæ lunaris ad Eclipticam eſt proxime graduum 5) & indicaverat tantummodo in ipſo fine prop. 22; hic autem ejus rationem habet poſt totum calculum, cum inclinatio ſit tanto major, nimirum graduum 23 $\frac{1}{2}$.

590 Ut a motu ejus annuli tranſeat ad motum Terræ ei annulo adhærentem, conſiderat illud, motum ipſum, dum ob adhæſionem hanc debet communicari toti etiam Terræ, fore minorem pro ratione motus ipſius annuli ad motum totius Terræ ab eo inductum. Concipit igitur materiam in annulo æqualem toti materiæ, quæ ob figuram ſphæroidalem habetur in Terra ſupra globum inſcriptum, & aſſumpta ratione diametri æquatoris ad axem 230 ad 229 invenit rationem materiæ in globo ad materiam in annulo, ut 52441 ad 459, adeoque ex lem. 3 motum annuli ad motum globi in ratione compoſita ex 459 ad 52441, & 1000000 ad 925275, ſive ut 4590 ad 485223, adeoque motum annuli ad ſummam motuum ut 4590 ad 489813. In hac igitur ratione imminuto motu annuli, invenit, illum fore ad 20°, 11', 46" in ratione compoſita ex ratione 1436 ad 39343, quæ habebatur prius, & hac nova 4590 ad 489813, nimirum in ratione 100 ad 292369. Hunc autem motum adhuc minuit ex lem. 2 in ratione 5 ad 2 idcirco, quod materia illa non eſt collecta in unicum annulum, ſed diſperſa per totum ſpatium ab æquatore ad polos, quo pacto demum invenit motum annuli oriundum a Sole 9", 56"', 50"".

591 Hunc jam minuit in ratione radii ad coſinum 23° $\frac{1}{2}$ inclinationis nimirum hujus annuli ad eclipticam, quo pacto ipſum reducit ad 9", 7"', 20"".

592 Hæc illi eſt præceſſio æquinoctiorum orta a Sole: definiverat autem ex phænomenis æſtus marini actionem Lunæ ad actionem Solis in ordine ad ejuſmodi effectus eſſe, ut 44815 ad 10000, unde illi conſequitur motus a Luna oriundus 40", 52"', 52"", adeoque tota præceſſio æquinoctiorum oriunda ab utraque cauſa 50", 00"', 12"".

593 Mirum ſanè, quam bellè hæc determinatio congruat cum phænomenis Naturæ; nam 50 ſecundorum proxime eſt media æquinoctiorum præceſſio annua, quam Aſtronomi per obſervationes determinarunt; & quidem methodus ipſa expedita, & elegans videtur primo aſpectu ad rem ipſam aptiſſima; at multas contra totam ſolutionem hanc difficultates D'Alambertus movet in introductione ad tractatum de præceſſione æquinoctiorum.

594 Primo quidem, ut in adnotationibus dictum eſt, cenſet demonſtratione poſitiva indigere illud, quod Newtonus aſſumit, motum medium nodorum rigentis annuli debere eſſe eundem, ac motum medium nodorum ſe-

riei lunulatum a ſe invicem disjunctarum, quam tamen æqualitatem ipſe demonſtrat.

595 Deinde difficultatem habet in compreſſione Telluris, quam Newtonus aſſumit $\frac{1}{230}$, cum eam cenſeat D'Alambertus aſſumendam $\frac{1}{178}$ ex obſervationibus graduum, quæ major compreſſio majorem deberet effectum gignere, & proinde conſenſum Newtonianæ determinationis evertere. Verum ex iis, quæ de figura Telluris diximus, conſtat adhuc incertam eſſe compreſſionis quantitatem: Newtonus autem in fine addidit & illud, ſi Terra magis compreſſa ſit, oportere ad eundem gignendum effectum, ſit denſior prope centrum; quanquam, ut pariter vidimus, ubi de Telluris figura agebatur, id theoriæ opponitur, cum major denſitas prope centrum requirat minorem compreſſionem, non majorem, ut Clairautius invenit, & ibidem oſtendimus.

596 Præterea ipſe majorem adhuc difficultatem habet in ratione actionis Solis ad actionem Lunæ. Hanc Newtonus eruit e phœnomenis æſtus marini methodo, quam & ipſe D'Alambertus, & alii minus accuratam cenſent. Ea ratio requirit maſſam lunarem reſpectu maſſæ terreſtris eſſe $\frac{1}{40}$ circiter, quam Daniel Bernoullius alia ratione, de qua agemus infra, ubi de Maris æſtu, invenit $\frac{1}{70}$, D'Alambertus potius $\frac{1}{80}$, & alii fere omnes minorem agnoſcunt, quam Newtonus ſtatuerit.

597 Hæc ad hypotheſes pertinent, ſive data, quibus ſolutio initiitur, & calculus; at in ipſa geometrica ratiocinatione difficultates habet D'Alembertus, cenſens male a Newtono aſſumi motum nodorum annuli in æquatore ſiti ad motum totius materiæ diſperſæ ab æquatore ad polos in ratione ſummæ virium, quæ habentur in uno caſu ad ſummam in alio; ac præterea male diſtribui motum nodorum annuli inter ipſum, & globum, cui adhæret, quam diſtributionem Newtonus deſumit a ſummis motuum: demum Newtonum omiſiſſe conſiderationem motus diurni ipſius globi, quæ tamen ita influat, ut ejus ratione habita, & habita ratione omnium virium, quæ agunt, oriri debeant ex ſola actione Solis 24 ſecunda præceſſionis æquinoctiorum annuæ, quod niſi Lunæ actio ſtatuatur multo minor, quam apud Newtonum habetur, totalem effectum redderet multo majorem, quam obſervationes exhibeant.

598 Hinc alia methodo in ipſam æquinoctiorum præceſſionem inquirit D'Alambertus, idque ita, ut ei profluat ex eadem ſolutione tam præceſſio æquinoctiorum, quam nutatio axis, quæ partim provenit ab inæqualitate ipſius præceſſionis, partim a mutatione anguli, quo inclinatur æquator terreſtris ad eclipticam. Anguſtiæ, quibus premimur, non ſinunt hic litem dirimere, ſed nec ſingula ſingillatim perſequi, & ſola evolutio methodi, qua D'Alambertus eſt uſus, ac eorum, quæ plures alii ad eam quæſtionem pertinentia protulerunt, in longum abiret nimis, & juſtum fere opus exigeret. Quamobrem innuam pauca tantummodo, ac primo illud inveniri a D'Alamberto, polos æquatoris terreſtris juxta theoriam gravitatis non debere deſcribere circellum, quem Bradleyus propoſuit, ſed exiguam ellipſim, cujus axes ſint proxime ut 3 ad 4, quod quidem cum tota ſemidiameter circelli ſit ſecundo-

rum

tum proximè 9, exiguum a medio duorum circiter ſecundorum diſcrimen afferre poteſt: inveniri præterea ab eodem ex eo, quod præceſſio æquinoctiorum debeatur viribus conjunctis Solis, & Lunæ, nutatio autem ſoli Lunæ, actionem Lunæ ad actionem Solis eſſe tantummodo ut 7 ad 3, quod illi obvenit, quacunque lege inæqualem ponat denſitatem in acceſſu ad centrum, quin immo, etiam, ſi ponatur figura æquatoris elliptica, certa quadam ratione, & meridianorum itidem elliptica, uti definivit in diſſertatione edita in Commentariis Pariſienſibus anni 1754, ubi multo longius promovet perquiſitionem hanc, quam in ſuis perquiſitionibus de Mundi ſyſtemate itidem longe promoverat.

599 Illud quoque adjiciam, ubi agitur de definienda quantitate abſoluta præceſſionis æquinoctiorum, ex materia, quæ ſupra globum attollitur ob figuram Terræ compreſſam, rem pendere tantummodo a parte ſolida; nam actio, quæ in ipſam partem ſolidam agens, inducit mutationem in poſitione æquatoris terreſtris, agens in partem fluidam, uti ſunt maria, quæ pars poteſt ipſi actioni obedire, ſine motu inde inducto in globum ſolidum, parit æſtum maris, de quo mox. Si tota materia redundans ſupra globum eſſet fluida, nulla haberetur præceſſio æquinoctiorum, quæ cæteris omnibus ſtantibus erit major, vel minor, prout minor, vel major erit pars fluida reſpectu ſolidæ; cumque ignorata Oceani profunditate ignoremus omnino & quantitatem, & poſitionem ejuſmodi fluidi; nunquam penitus accuratè, quæ huc pertinent, definiri poterunt, quanquam admodum probabile eſt, ſatis exiguam eſſe Oceani maſſam reſpectu totius extantis ſolidi.

§. 3. Ad notam in verſ. 582.

DE CAUSA MECHANICA MARINI ÆSTUS.

600 PHænomena marini æſtus expoſuimus in adnotationibus cum Noſtro a verſu 449. Illuſtranda ſunt hìc per Geometriam, quæ ad cauſas pertinent. Cauſa eſt actio Solis, & Lunæ orta ex viribus perturbantibus, quæ in fig. 54 agunt directionibus *LT*, *CL*, & quarum prima eſt proportionalis ipſi diſtantiæ *LT* a centro, ſecunda ipſi *CL* diſtantiæ perpendiculari a plano *MK*, de quibus fuſe egimus a num. 531. Patet ex iis, quæ ibi demonſtrata ſunt, ſummam earum virium in *F*, & *E* diſtrahere a centro *T*, in *H*, & *K* premere verſus ipſum. Hinc ſi conſideretur actio Luminaris unius exiſtentis in *S*, figura produci debet in axe *EF*, qui reſpicit ipſum Luminare, & contrahi in toto circulo maximo, qui tranſit per *H*, & K, & mutata poſitione axis directi ad Luminare, debet mutari locus maximæ elevationis, quod parit reciprocationem marini æſtus. F. 54

601 Et quidem Mac-Laurinus invenit illud, quod diximus, cum de figura Telluris ageremus num. 203, fluidum homogeneum, cujus particulæ ſe invicem trahant in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, habeant autem tria virium genera, quarum primum directionem habeat perpendicularem ad axem quendam tranſeuntem per centrum, & ſit proportionale diſtantiis ab ipſo, ſecundum directionem habeat perpendicularem ad planum quoddam tran-

tranſiens per idem centrum, & proportionem itidem habeat diſtantiarum earundem, tertium vero directionem habeat tranſeuntem per centrum, & ſit proportionale diſtantiæ ipſi, debere id fluidum induere figuram ſphæroidis ortæ ex ellipſi conica, in qua vis in axe ad vim in æquatore ſit, ut eſt vis in hoc ad vim in illo, quod & ego aliquanto contractiore methodo demonſtravi in poſtremo opuſculo voluminis de Litteraria expeditione per Pontificiam ditionem.

602 Pertinet id quidem generaliter ad figuram Terræ conſideratæ, ut homogeneæ, & fluidæ, habita ratione & motus diurni, & harum binarum virium perturbatricium; aſt ibi rationem habuimus tantummodo gravitatis, & vis centrifugæ ad eruendam pro figura Telluris formulam, quæ habetur num. 228 neglecta harum virium perturbatricium actione, quæ nimis exigua eſt reſpectu reliquarum. Hic ubi in maris æſtum inquiritur, & conſideratur ſola mutatio figuræ, quam vires perturbantes inducunt, poterit omitti conſideratio vis centrifugæ, & conſiderari figura Telluris, ut ſphærica ſine actione virium perturbantium, ac determinari mutatio, quam inducerent ſolæ illæ binæ vires perturbatrices; nam mutatio, quæ inducitur in ſphæroidem ſphæræ proximam, a mutatione, quæ induceretur ab iiſdem viribus in eam ſphæram, parum admodum differre itidem poteſt.

603 Et quidem hic methodo haud abſimili illi, qua uſi ſumus pro figura Telluris orta ex vi centrifuga rotationis diurnæ ad eruendam formulam pro ellipticitate inde orta, liceret eruere formulam pro elevatione, quæ debetur hiſce viribus perturbantibus etiam in hypotheſi denſitatis nuclei ſolidi diverſæ a denſitate fluidi ambientis aſſumpta ratione vis ſolaris perturbatricis ad gravitatem. Verum multo facilius res perficietur ope illius ipſius formulæ inventæ num. 228, in qua poſita differentia ſemiaxium ellipſeos genitricis $= x$, ſemiaxe nuclei ſolidi $= r$, ratione vis centrifugæ ſub æquatore ad gravitatem $\frac{n}{m}$, ratione denſitatis fluidi ad denſitatem ſolidi $\frac{t}{q}$, & poſito ſemiaxe ipſo nuclei æquali ſemiaxi ſphæroidis, eſt $x = \frac{nr}{2m\,(1-\frac{3t}{5p})}$.

Eadem formula inſerviet pro hiſce viribus perturbatricibus, ſi $\frac{n}{m}$ exprimat rationem, quam habet ſumma virium contrarias perturbationes inducentium in fig. 54 in H, & F ad vim gravitatis.

604 Id facile deducitur ex eo, quod & vis centrifuga, & hæ vires perturbatrices in ſingulis canalibus TH, TF agant in ratione diſtantiæ a centro, ac proinde, ſi concipiatur in canali tendente ſecundum axem ſphæroidis TF vis nulla, & in canali TH vis premens æqualis vi prementi ibi, & vi diſtrahenti in TF; nimirum tripla vis prementis in HT, res eodem redibit, ac ſi conſideretur in TF ſola gravitas, & in TH vis analoga vi centrifugæ: formula nimirum eadem obveniet, & ſolum, ob directionem vis prementis in centrum contrariam vi centrifugæ diſtrahenti, exprimet x productionem, non contractionem figuræ in axe.

605 Hinc autem ſubſtituto hoc novo valore pro n, & reliquis manentibus, habebitur hujuſmodi theorema: *elevatio aquæ ſub Sole orta a vi ſolari perturbante ad elevationem Telluris ſub æquatore ortam a motu diur-*

nu

no erit tam in hypotheſi nuclei ſphærici homogenei , quam in hypotheſi denſitatis diverſæ , ut eſt vis centrifuga ex motu diurno ad triplam vim Solis perturbatricem primam , directam in centrum Terræ .

606 Porro hujuſmodi ratio facile invenitur ; nam per num. 265 tomi 1 , juxta theoriam virium pertinentium ad motus circulares , ſi ſemidiameter Terræ dicatur d, & tempus motus diurni , ſive dies ſidereus t , diſtantia Terræ a Sole D, & annus ſidereus T, erit vis centrifuga motus diurni , ad vim , qua Terra retinetur in orbe annuo , ut $\frac{d}{tt}$ ad $\frac{D}{TT}$. Eſt autem hæc poſterior vis ad vim primam perturbatricem in L vel H, ut ST ad TL , ſive TH, nimirum ut D ad d. Igitur vis centrifuga ad primam vim perturbatricem ut $\frac{Dd}{tt}$ ad $\frac{Dd}{TT}$, ſive ut TT ad dd nimirum in ratione duplicata anni ſiderei ad diem ſidereum .

607 Hinc igitur habetur hujuſmodi theorema : *Ut quadratum anni ſiderei ad triplum quadratum diei ſiderei , ita elevatio ſub æquatore orta a motu diurno ad elevationem marium , quam pro æſtu marino gignit ſola actio ſolaris .* Eſt autem annus ſidereus dierum 365 hor. 6. 9' : dies autem ſidereus hor. 23. 56' ; elevationem autem ſub æquatore ex motu diurno n. 404 ſtatuimus $\frac{1}{248}$ ſemidiametri æquatoris , quam numer. 402 invenimus pedum 19668203 ; unde calculo inito profluit elevatio ex motu diurno pedum 79307 , & elevatio ex vi ſolari æſtum gignente proxime pedis 1 digitorum 8 . Newtonus , qui adhibet elevationem ſub æquatore ob motum diurnum $\frac{1}{230}$, ac adhibet ſemidiametrum æquatoris aliquanto majorem , adhibito etiam ambitu paullo longiore ad eruendam rationem , quam habet vis centrifuga ad vim perturbatricem ſolarem , invenit elevationem pedis 1 & digitorum 11 aliquanto majorem hac noſtra , ſed utraque pendet ab aſſumptis nondum ſatis accuratè definitis .

608 Progreditur Newtonus , & quærit rationem vis ſolaris ad vim lunarem methodo , quæ huc reducitur : elevatio aquarum in ſyzygiis eſt ſumma effectuum Solis , & Lunæ , uti vidimus in adnotationibus in hunc locum , & in quadraturis differentia : dicatur vis Solis S, vis Lunæ L , elevatio in ſyzygiis a , in quadraturis b , eritque $L + S . L - S :: a . b$. Eſt autem $2L$ ſumma , & $2S$ differentia priorum terminorum . Igitur erit $2L$ ad $2S$, ſive L ad S , ut $a + b$ ad $a - b$; nimirum *vis Lunæ ad vim Solis eſt , ut ſumma effectuum , qui habentur in ſyzygiis , & in quadraturis , ad eorum differentiam .* Porro pro hiſce effectibus adhibet obſervationem Sturmii , qui in ſyzygiis invenit Briſtolii elevationem pedum circiter 45 , in quadraturis 25 ; unde a , & b eſſent , ut 45 ad 25 , ſive ut 9 ad 5 , quibus numeris ſubſtitutis habetur vis Lunæ ad vim Solis , ut 14 ad 4 , ſive ut $3\frac{1}{2}$ ad 1 . Sed Newtonus adhibitis pluribus eorum numerorum reductionibus demum delabitur ad rationem 4. 4815 ad 1 ; & inde eruit elevationem a Luna oriundam pedum 8 digitorum 7 , & ab utraque vi conjuncta elevationem pedum circiter 10. Inde autem itidem progreditur ad definiendam denſitatem Lunæ ex

theoremate, quod demonſtraverat cor. 14 prop. *66* lib. 1; quod ejuſmodi vis Lunæ ad vim Solis ſit, ut denſitas Lunæ ad denſitatem Solis, & cubus diametri apparentis illius ad cubum hujus; ex ratione autem denſitatum progreditur etiam ad rationem maſſarum.

609 Verum ea methodus definiendi rationem actionum videtur minus accurata, cum admodum diverſa inveniatur in diverſis locis ratio elevationis in ſyzygiis ad elevationem in quadraturis, quæ quidem pendet a pluribus circumſtantiis in ſuperficie marium tot ſolidis partibus interrupta, prætérquamquod in aperto itidem mari perſeverantia motus impreſſi ab actionibus præcedentibus turbat rationem effectuum. Atque idcirco Daniel Bernoullius longe alia methodo aggreſſus eſt eandem determinationem, quam eruit e ſolutione problematis, de quo mentionem fecimus in adn. ad verſ. *646*, ex qua fluxit etiam tota illa conſtructio, quam expoſuimus ibidem.

F. 61 *610* Problema eſt hujuſmodi; referat in fig. 61 *LQlq* ſectione Telluris factam plano tranſeunte per Lunam, & Solem, in quorum directione ſint diametri *lCL*, *sCS*, ac utriuſque Luminaris actiones tendant ad mutandam formam circularem in ellipticam mutationibus exiguis; quæritur punctum *G*, in quo ſumma elevationum ſupra arcum circularem reſpondentium binis actionibus ſit omnium maxima.

611 Ille quidem analyticam ſolutionem exhibet, & ex ea deducit corollaria, quæ Noſter eſt perſecutus, at ego geometrica methodo primum facile invenio illud, elevationem in *L*, vel *S* ad elevationem debitam alteri puncto cuilibet provenientem ab actione Lunæ, vel Solis eſſe, uti eſt quadratum radii ad quadratum coſſinus diſtantiæ ejus puncti ab *L*, vel *S*. Inde autem conſequitur, ibi haberi ejuſmodi maximam ſummam, ubi quadrata coſſinuum arcuum *GL*, & *GS* ducta ſingula in ſingulas actiones totales Lunæ, ac Solis ſimul ſumpta exhibeant maximam ſummam. Tum tribus theorematis utor pertinentibus ad Geometriam elementorum infiniteſimalium; primum eſt, ubi quæritur maxima ſumma duarum quantitatum, debere differentias ipſarum æquales eſſe, unde mihi profluit illud, debere differentiam coſſinus arcus *LG* ad differentiam coſſinus arcus *SG* eſſe, uti eſt actio totalis Solis in *S* ad actionem Lunæ in *L*; ſecundum eſt, differentiam quadrati eſſe duplum productum ex differentia lateris & ipſo latere; tertium eſt eſſe radium ad ſinum, uti eſt differentia arcus ad differentiam coſſinus. Ex his tribus theorematis ablatis differentia arcuum *LG*, *SG*, quæ eſt eadem, & radio, mihi provenit maximum, ubi producta ex ſinubus, & coſſinubus arcuum *LG*, *SG*, ſive, quod eodem redit, ubi ſinus duplorum eorundem arcuum fuerint e contrario, ut ſunt actiones totales in *S*, & *L*. Quamobrem remanet arcus datus *LS* ſecandus in *G* ita, ut ſinus dupli alterius ſegmenti ad ſinum dupli alterius ſit in ea ratione data. Id autem methodo ſatis expedita deduco ad conſtructionem, quæ ſequitur.

612 Secetur radius *LC* in *A* in ratione actionis Solis in *S* ad actionem Lunæ in *L*. Centro *A*, radio *AL* deſcribatur circulus occurrens diametro *Ll* in *B*. Ducatur ejus chorda *BD* parallela diametro *sS*. Per *C*, & *D* ducatur diameter *fF*, & ſectis bifariam arcubus *LF*, *lf* in *G*, & *g*, ea puncta exhibebunt maximum quæſitum: arcus autem *Lf*, *lF* bifariam ſecti in *H*, & *h* exhiberent e contrario minimum.

613 April.

613 Aptiſſima eſt hæc conſtructio ad calculum numericum ineundum, ubi ratio actionum totalium innoteſcat: Ducta enim *AD* ſatis conſtat angulum *LAD*, duplum *ABD*, ſive *LCS* fore ſummam angulorum *ADC*, *ACD* trianguli *CAD*, cujus latera *AD*, *AC* ſunt, ut actiones Solis, & Lunæ. Habebitur enim ex Trigonometria per ejus trianguli reſolutionem hujuſmod theorema. *Ut ſumma actionum ad differentiam, ita tangens elongationis Lunæ a Sole ad tangentem arcus, qui ablatus ab ejuſmodi elongatione exhibebit duplum arcus quæſiti* LG.

614 Ex eadem autem conſtructione facile eruentur etiam caſus omnes, ac mutationes poſitionis axis maximæ elevationis *Gg* reſpectu axium *Ll*, *Ss*, quos tres axes Noller conſiderat, ac appellat primum quidem axem Terræ, ſecundum axem Lunæ, tertium axem Solis. Concipiatur ut immotus axis *Ll*, dum axe *Ss* recedente ab ipſius poſitione poſt Novilunium (nam ab eo diſtat verſus Occidentem, quantum locus Solis diſtat a loco Lunæ, ſive quantum Luna reſpectu Solis progreditur in Orientem) recedit etiam axis *Gg*, ac conſideretur horum motus, & relatio ad ſe invicem, ac cum ipſo *Ll*: ſecentur autem bifariam ſemicirculi *Lsl*, *LSl* in *Q*, & *q*:

615 Ii axes in Novilunio congruunt, ut patet: poſt Novilunium axis Solis *Ss* abit in Occidentem reſpectu axis Lunæ *Ll*, donec in prima quadratura delatis punctis *S*, *s* ad *q*, *Q* fiat ipſi perpendicularis, abeunte nimirum Luna in Orientem, donec ab eo diſtet per quadrantem. Interea vero punctum *D* percurret ſemicirculum *LDB*, & puncto *S* appellente ad *q* ipſum *D* appellet ad *B*. Nam ob angulum *LBD* æqualem *LCS*, & terminatum ad circumferentiam habebit arcus *LD* duplo majorem numerum graduum & minutorum, quam arcus *LS*; diſcedet autem *D* in eandem plagam, in quam abibit *S*, & ſemicirculum percurret, dum *S* percurret quadrantem *Lq*: idcirco etiam percurret *D* ſecundum ſemicirculum *BdL*, dum *S* percurret ſecundum quadrantem *ql*: hoc autem percurrente quadrantem tertium *lQ*, & quartum *QL*, iterum *D* percurret ſemicirculum *LDB*, & deinde *BdL*.

616 Quod ſi, ut phænomena oſtendunt, actio Solis ſit minor, quam actio Lunæ, erit *LA* minor, quam *CA*, & proinde *C* jacebit extra circulum *LDBd*, & puncto *D* exiſtente in primo ſemicirculo *LDB*, punctum *F*, adeoque & *G* jacebit ab *L* verſus *q* citra ipſum, ac ipſo *D* exiſtente in ſecundo ſemicirculo *BdL*, jacebit *F*, & *G* ab *L* verſus *Q* itidem citra ipſum. Erit autem *LF* ſemper minor, quam *LS* in primo ſemicirculo, nam angulus *BCD*, quem metitur *LF*, internus, & oppoſitus, erit ſemper minor, quam *ABD*, ſive quam ipſi æqualis *LCS*, quem metitur *LS*, & idcirco ipſo initio magis recedet ab *L* punctum *S*, quam *F*, & multo magis, quam *G*; erit autem *GS* major, quam *GF*, adeoque major, quam *LG*; nimirum locus maximæ intumeſcentiæ erit propior loco Lunæ, quam loco Solis in primo quadrante menſis lunaris, quod & pro tertio quadrante habet eandem vim ſubeunte *s* locum S; & in ſecundo, ac quarto, abeunte *s* in quadrantem *LQ*, erit itidem maxima intumeſcentia propior loco Lunæ, quam loco Soli oppoſito.

617 Porro excurrente puncto *D* per ſemicirculum *LDB*, patet punctum *F* initio quidem receſſurum ab *L* ſemper magis, donec *CF* evadat tangens ipſius circuli, quo caſu *LF* erit diſtantia puncti *F* ab *L* omnium maxima, tum recedente adhuc magis *D* ab *L*, & accedente ad *B* incipiet *F* regredi ad *L*, in

quod incidet, ubi D abibit in ipſum B abeunte S in prima quadratura in q. Deinde abeunte D in ſemicirculum BdL eodem ordine retrogrado abibit F in arcum LQ, recedendo ab L, donec in eadem diſtantia maxima fiat iterum CD tangens, ac deinde in ulteriore acceſſu D ad L accedet ad ipſum & F, ac in ipſum recidet in ipſo appulſu S ad l, iiſdem vicibus redeuntibus in reliquo lunationis dimidio. Et eædem vices habebuntur in motu punctorum maximæ intumeſcentiæ G, g, quæ puncta in ſingulis lunationibus peragent binos itus, & reditus ſingula circa locum Lunæ L, & ipſi oppoſitum l oſcillando hinc, & inde ab iis punctis. Quater autem cum ipſis congruent, bis nimirum in binis ſyzygiis, & bis in binis quadraturis, ſed in illis movebuntur directione $QLql$ in Occidentem, in his directione oppoſita in Orientem; nec difficile eſt perſpicere velocitatem motus ibi fore maximam in media nimirum oſcillatione, quæ in maximis illis excurſionibus in infinitum decreſcet.

618 Porro maximus excurſus facile invenitur, ſi conſideretur, ubi recta CD evadat tangens, angulum CDA fore rectum, adeoque fore CA ad AD, ut eſt radius ad ſinum anguli ACD, ſive arcus LF, nimirum duplæ elongationis maximæ LG. Inde enim eruitur hujuſmodi theorema. *Ut eſt vis Lunæ ad vim Solis, ita radius ad ſinum duplæ maximæ elongationis.* Inde vero colligitur & illud, quo major fuerit actio Lunæ reſpectu actionis Solis, eo minorem fore ipſam elongationem maximæ intumeſcentiæ a loco ſubjecto Lunæ.

619 Is autem caſus maximæ elongationis habebitur, ubi diſtantia ipſius maximæ intumeſcentiæ a loco Solis, ſive arcus GS fuerit graduum 45. Nam ab angulo externo LAD, quem metitur arcus LD, ſive duplus arcus LS, demendo angulum ACD internum & oppoſitum, quem metitur arcus LF, ſive duplus LG, remanet angulus alter internus ADC, qui in caſu contactus eſt rectus. Quare ab LS demendo LG, remanebit arcus GS metiens dimidium rectum, adeoque graduum 45.

620 Et ex his quidem patent omnia, quæ hic in adnotationibus ſunt dicta, & ex iis conſequuntur explicationes poſteriores phœnomenorum, in quibus nihil fere occurrit, quod illuſtratione aliqua indigeat, præter id, de quo hic nos acturos promiſimus in adn. ad verſ. 945, pertinens ad ſingularem poſitionem tractus marini incluſi, in quo in certa Lunæ poſitione nullus habetur æſtus ad certum littus, qua de re paullo inferius; nam interea proderit notare illud, quod omnem hanc Newtonianam theoriam marini æſtus mirum in modum commendat, & fluit ex illa Bernoulliana problematis ſolutione.

621 Nimirum cum ex inertia fluidi intumeſcentia maxima debeat accidere aliquanto poſt, quam vires poſcant, ad plures autem portus unda ipſa deveniat ſerius per longiora itinera; etiam in ſyzygiis & quadraturis hora maximæ intumeſcentiæ non erit in ipſo appulſu Lunæ ad Meridianum, ſed alia hora alibi. Hæc hora haberi poterit pro hora quadam lunari media intumeſcentiæ maximæ, quæ in aliis portubus erit alia. Porro extra ejuſmodi tempora æſtus anticipabunt, vel poſticipabunt momentum maximæ intumeſcentiæ reſpectu illius horæ mediæ, prout punctum illud G fig. 58 jacuerit reſpectu L ad Occidentem, vel Orientem: tempus hujus anticipationis, vel poſticipationis exhibebitur ab arcu illo LG, qui data diſtantia Lunæ a Sole inveni-

venitur per theorema ſupra propoſitum in noſtra problematis ſolutione, reducendo ipſum ad tempus lunare, quo nimirum Luna motu diurno tantum arcum percurrit. Id tempus erit quædam æquatio demenda, vel addenda horæ mediæ, ut habeatur hora vera, & hæc æquatio erit communis proximè omnibus iis portubus.

622 Porro haberi horam mediam diverſam pro diverſis Galliæ portubus, & æquationem communem omnibus, deductum jam fuerat initio hujuſce ſæculi a Caſſino ex obſervationibus inſtitutis juſſu Academiæ Pariſienſis, & mediarum horarum, ac æquationum regulæ inde deductæ, ac editæ jam fuerant, cum Bernoullius eandem æquationum tabulam computavit ex theoria ipſa per ſolutionem problematis, quod propoſuimus, quam in eadem diſſertatione hic in adnotationibus indicata exhibet, intra pauca minuta conſentientem cum Caſſinianis regulis, conſenſu ſane admirabili in phænomeno, quod & vehementiores venti, & locorum conſtitutio, & aliæ plures accidentales cauſæ facile admodum perturbare poſſunt.

623 Data ex obſervationibus æquatione maxima, & redacta a lunari hora ad arcum circuli, facile definitur ratio vis lunaris ad vim ſolarem, quæ eſt, ut radius ad ſinum dupli ejus arcus, juxta theorema paullo ſuperius erutum. Verum etiam data quavis æquatione pertinente ad datam diſtantiam Lunæ a Sole, poteſt eadem ratio inveniri regreſſu facto in theoremate, quod eruimus ex ſolutione generali, ac ex ipſa differentia intervalli inter binos æſtus conſequentes in ſyzygiis, & quadraturis, erui poteſt ea ratio ſi minus accuratè (nam ea momenta æſtuum nunquam penitus accuratè obſervari poſſunt, & ſæpe perturbantur ab aliis cauſis, ut innuimus) at ſaltem proximè; & ejuſmodi methodo Bernoullius invenit rationem actionis Lunæ ad actionem Solis, ut 5 ad 2, ac inde eruit Lunæ maſſam $\frac{1}{70}$ maſſæ Telluris; ea vero deductio facile fit ope hujus theorematis; *Maſſa Lunæ ad maſſam Terræ eſt in ratione compoſita ex ratione ſimplici actionis lunaris expoſitæ ad actionem ſolarem, & duplicata menſis periodici lunaris ad annum ſidereum*, quod theorema facile demonſtratur. Sed hæc innuiſſe ſit ſatis.

624 Quod pertinet ad caſum ſingularem illum, quem expoſuimus in adn. ad verſ. 945, rem hic abſolvemus methodo diverſa ab Euleriana. Sit in fig. 62 F. 62 *PApB* circulus, cujus diameter *AB* perpendicularis ad *Pp*. Per quodvis ejus punctum *D* tranſeat ellipſis parum ab ipſo abludens *FDEG*, cujus ſemiaxis major *CE* ſit radius *CA* productus, quæ quidem ſecabit arcum *Ap* in puncto *H* ita, ut ſit arcus *AH* æqualis *AD*. Si radius *AI* occurrens ipſi in *K* abſcindat arcum *AI*, cujus ſinus ſit duplus ſinus *AD*, convertatur autem tota figura circa axem *Pp*; ſuperficies *DAHE* generabit ſolidum æquale ſolido genito ab *HKI*. Hoc theorema haud difficulter demonſtratur ope geometriæ infiniteſimalis, vel calculi, ſed ipſam demonſtrationem hic omittimus ob anguſtias, quibus coercemur; inde autem, quæ huc pertinent, facile deducuntur.

625 Referat enim *PAp* meridianum terreſtrem quendam, & ſit *DLNMI* ſectio maris contenti ſinu clauſo binis meridianis proximis, & binis parallelis tranſeuntibus per *D*, & *I*. Illo momento temporis, quo Luna ſita in æquatore, & ſyzygia, puncta maximæ intumeſcentiæ in ipſo æquatore diſtant

ſtant a puncto A per quadrantem, debebit ſuperficies illius aquæ diſponi in formam arcus circularis DAI. Progredientibus illis punctis, debebit eadem aſſumere formam ellipſeos parum a circulo recedentis cum ea conditione, ut ſpatium contentum nova ſuperficie, & fundo ſit æquale priori, ut nimirum eandem aquæ quantitatem contineat. Hinc ſi ellipſis ejus ſpeciei, quæ reſpondet tali diſtantiæ cuicunque, ſit FEG; & tranſeat per D ſuperficies nova, in quam aqua illa conformabitur, erit ipſa $DEHK$. Nam forma meridiani proximi meridiano PAp, debebit eſſe proxima ejus formæ, adeoque ſuperficies erit proxime eadem, quæ haberetur facta converſione ſuperficiei DEK circa axem Pp, & ſpatium $DAHE$ æquale erit ſpatio HKI inter illos meridianos contento; adeoque & totum ſpatium $MNLDAHIKM$ æquale toti $MNLDEHKM$. Quare aſſurget quidem aqua in A per AE, deprimetur autem in I per KI, ſed in D, & H perſeverabit in eadem altitudine; & in tota converſione res eodem modo habebitur, aqua $DEHA$ poſt maximam intumeſcentiam abeunte in HIK, ſine alteratione elevationis in D.

626 Si arcus AI non fuerit ingens, arcus ipſe erit proximè duplus, exiſtente duplo ejus ſinu; atque adeo id accidet proximè, ubi mare duplo plus excurrat in Auſtrum, quam in Boream, uti in adnotationibus diximus. Eulerus hunc caſum dupli ſinus invenit pro ſpatio arcto & longo, nimirum binis proximis meridianis incluſo; ſed ibidem multo generalius problema reſolvit, in quo alia plura ad æſtum marinum pertinentia, & ſcitu digniſſima continentur. Hìc poſtremo loco notari poteſt illud; in mari ita clauſo eodem momento temporis haberi elevationem in A, quo habetur depreſſio in I ſub eodem meridiano, dum ſi tota Terra eſſet fluida, & arcus DI non ingens, per totum ipſum arcum ubique elevatio haberetur ſimul, & ſimul ubique depreſſio. Impedimenta, quæ ſolidarum partium occurſus parit, æſtuum phœnomena variant plurimum. Sed hæc itidem innuiſſe ſit ſatis.

627 Æſtui maris reſpondet æſtus atmoſphæræ, de quo in adn. ad verſ. 1002 promiſimus hìc oſtenſuros, quod pertinet ad elevationem ipſius atmoſphæræ oriundam ab eadem cauſa, a qua æſtus maris oritur. Daniel Bernoullius cenſuit elevationem debere eſſe eo majorem elevatione aquæ, quo minor eſt aeris denſitas denſitate aquæ; ſed in eo vir ſane ſummus humani quidpiam eſt paſſus. Vidimus nimirum num. 228 differentiam axium contineri formula $\frac{nr}{2m\left(1-\frac{3t}{5p}\right)}$, quæ exprimit ellipticitatem, ſi $\frac{n}{m}$ ſit ratio vis centrifugæ ad gravitatem, ſed eandem, ut paullo ſupra hìc diximus, ea exprimit pro æſtu, ſi $\frac{n}{m}$ ſit ratio actionis Luminarium ad gravitatem, ubi r exprimit ſemidiametrum Terræ, & $\frac{t}{p}$ rationem denſitatis fluidi ad denſitatem ſolidi, quæ quidem formula convenit cum ea, quam longe alia methodo & Clerautius, & D'Alambertus invenerunt.

628 In ea formula ſtantibus valoribus reliquis, & mutata ſola denſitate fluidi t, erit valor formulæ reciprocè, ut $1-\frac{3t}{5p}$, ſive reciprocè ut $5p-3t$. Si valor t decreſcat, valor $5p-3t$ creſcet, adeoque valor formulæ ipſi reci-

reciprocus decreſcet, non creſcet. Hinc major atmoſphæræ tenuitas non auget, ſed minuit ejus æſtum. Si aqua ſit ad ſenſum ejus denſitatis, quæ eſt media Terræ denſitas, erit pro ipſa $t = p$ & $5p - 3t = 2p$; ſi autem ſit in immenſum minor, ut eſt aeris denſitas, evaneſcente $3t$ fiet $5p - 3t = 5p$. Erit igitur intumeſcentia in hoc ſecundo caſu, ad intumeſcentiam in primo, uti eſt 2 ad 5, minor non major.

629 Quoniam autem ita exiguus eſt æſtus maris, perquam exiguus erit etiam æſtus aeris, & in hoc ſenſu accipiendum eſt id, quod hic Noſter expreſſit, & in adnotatione innuimus; nimirum æſtus tenuiſſimi fluidi erit perquam exiguus, ut eſt exiguus æſtus fluidi magnæ denſitatis, quam habet aqua; nam ex illis ipſis hypotheſibus, quas hic expoſuimus in adnotatione, amandata nimirum in centrum materia nuclei redundante ſupra denſitatem æqualem fluidi, eruitur formula ſuperior, quæ variata ratione denſitatis t ad p non remanet ejuſdem valoris, ſed mutatur; mutatur tamen ita, ut relinquat contra id, quod Bernoullius propoſuerat, minorem potius, quam majorem atmoſphæræ æſtum: ſed in æſtubus exiguis paucorum nimirum pedum dici quodammodo hic poterit, *æque ſe exagitabit*, nimirum parum admodum & aqua, & aer.

ſ. 4. Ad notam in verſ. 1493.

DE COMETARUM CAUDIS.

630 Antequam ad Cometarum caudas delabatur Noſter, agit de converſione Planetarum circa proprium axem, & de atmoſphæra Lunari attingens præcipua capita de more. In iis, quæ ipſe proponit, nihil eſt, quod ulteriorem declarationem, & geometriam, ac calculum penitus requirat, quamquam utrumque argumentum longiorem hic tractationem admitteret, ſi liberiorem haberemus excurſionibus campum; quamobrem ad Cometarum caudas faciemus gradum.

631 De iis egimus ab adnot. in verſum 1403, & in iis, quæ perſecuti ſumus, per figuram geometricam clariora fient duo potiſſimum; primo quidem illud, quod in hac adnotatione occurrit, de inclinatione, & curvatura caudæ. Sit in fig. 60 S Sol, CGA portio exigua orbitæ cometicæ, & dum Cometa progreditur ex C in A, fumus egreſſus in C aſcendat recta a Sole per CD, fumus autem egreſſus ex G per GE. Tractus fumi non dirigetur ad partes oppoſitas Soli S per rectam AK continuationem rectæ SA, ſed deflectet ab ipſa per AED ad partes C, quas nucleus relinquit. Ea eſt deviationis cauſa. F. 60

632 Si fumus aſcenderet motu ad ſenſum uniformi ex C per CB, ex G per GI, tractus AIB eſſet rectilineus ad ſenſum. Nam exiguus arcus CGA eſt itidem ad ſenſum rectilineus, & percurritur motu uniformi, eſt autem GI ad ſenſum parallela CB. Quare eſſet GI ad CB, ut tempus per AG, ad tempus per AC, ſive ut ipſa AG ad AC: nimirum alternando AG ad GI in ratione conſtanti AC ad CB; unde ob ſenſibilem paralleliſmum rectarum CB, GI ſequitur punctum I eſſe in recta AB. Sed ſi celeritas aſcendendo minuatur, tum vero accepta AG infiniteſima, vel perquam exigua, aſcenſus GE erit

æqui-

æquipollenter, vel proximè, ut AG, & initium ductus continget illam rectam AB, quæ in caſu aſcenſus uniformis exprimeret directionem caudæ: verum aſſumpto majore intervallo AG aſcenſus GE magis deficiet a recta GI, & proinde habebitur curva quædam AED, cujus tangens erit AB, & cavitas reſpiciet plagam C, ex qua Cometa venit, adeoque convexitas illam plagam, in quam tendit; uti in ea adnotatione eſt dictum.

633 Quod ſi aſcenſus eſſet potius acceleratus, tum vero tractus GF, CH eſſent majores, quam GI, CB, qui ſunt debiti motui uniformi, adeoque curvatura reſpiceret partem oppoſitam, atque id propoſuimus in adnot. ad verſ. 1442, ad excludendam ſententiam, quæ impulſui radiorum Solis tribuit aſcenſum vaporum Cometicorum efformantium Cometarum caudas. Nam cavitas caudæ reſpicit ſemper partes, quas Cometa deſerit, quæ tamen ingens eſſe ſolet in Cometis ſatis accedentibus ad Solem, ubi diſcrimina denſitatum atmoſphæræ ſolaris, per quas vapores tranſeunt, majora ſunt, ac velocitas Cometæ major, & directio motus magis divergens a recta tranſeunte per Solem, & Cometam, majorem deviationem caudæ parit a directione Soli oppoſita, ſine qua curvatura non habetur; ſi enim Cometa ſtaret, vel rectà in Solem deſcenderet, aut a Sole aſcenderet, nec deviatio expoſita caudæ haberetur, nec curvatura.

634 In aſcenſu vaporum nos hìc non habuimus rationem motus, quem vapores habebant prius cum nucleo, cujus habet rationem Newtonus de his agens, nam hìc ſtatim perit totus, cum aſcenſus vaporum protruſorum ab atmoſphæra Solis ibi gravitante magis in Solem, quam ipſi gravitent, oſtendat, ipſos eſſe in medio denſiore, in quo idcirco amittunt citiſſimè ob ejus reſiſtentiam omnem motum ſibi impreſſum, & aſcendunt ſolum ob continuam actionem præponderantis atmoſphæræ ſolaris; ſed ob ipſam ejuſmodi reſiſtentiam, & actionis diminutionem aſcendunt motu retardato, non accelerato.

§. 5. Ad notam in verſ. 1891 &c.

DE VORTICIBUS.

635 Poſteaquam de Cometis egit Noſter, proponit difficultates nonnullas, quæ contra gravitatis generalis theoriam proferri ſolent, quas nos expoſuimus in adnotationibus ab adnotatione in verſ. 1696. Multa eſſent, quæ eo pertinentia proferri poſſent, ad evolvendas æquivocationes eorum, qui ignari theoriæ, & deſtituti calculo, geometria, mechanica, neceſſariis ad eruenda, vel etiam percipienda conſectaria theoriæ ipſius ineptas objectiones congerunt; verum in iis immorari non licet. Nec vero quidquam in iis adnotationibus occurrit, cujus explicationem uberiorem reſervaverimus ſupplementis, & quod ſine uberiore ipſa expoſitione ſatis intelligi nequaquam poſſit. Quamobrem faciemus gradum ad ea, quæ ad vortices pertinentia illuſtratione indigent.

636 De vorticibus agere cœpimus in adn. ad verſ. 1891, de quibus, quæ reſervavimus hic illuſtranda, jam perſequemur. Primo autem loco occurrunt ea, quæ dicta ſunt in adn. ad verſ. 1968, de directione vis centrifugæ in vortice.

F. 63 Sit in fig. 63 Pp axis vorticis ſphærici, cujus centrum C, æquator AB.

Quod-

Quodvis punctum *D* poſitum extra planum æquatoris ipſius deſcribet circulum non maximum, cujus diameter *DF* parallela *AB*, & centrum alicubi in *E* in ipſo axe *Pp* extra centrum *C*. Quare vis centrifuga, quæ oritur ex eo motu, dirigetur ad partes contrarias puncto axis *E*, non centro *C*, & corpora, quæ ab iſta vi centrifuga debeant trudi ad partes oppoſitas, tendent ad punctum axis *E*, non ad centrum *C*. Atque idcirco corpuſcula, quæ in vitrei rotundi vaſis aqua pleni vertigine verſus medium protruduntur in experimentis, non ſphæricam, ſed cylindricam aſſumunt figuram.

637 Ex iis, quæ ad hanc difficultatem diſſolvendam ſunt dicta, de quibus hic aliquid promiſimus, ſeligemus duo, quorum alterum Hugenius protulit in Diatriba de cauſa gravitatis, alterum Bulefingerus in Diſſertatione de cauſa phyſica gravitatis generali, quæ a Pariſienſi Academia præmium retulit anno 1728.

638 Hugenius cenſuit, ex colliſione continua particularum vorticis debere illud ſequi, ut particulæ ipſius ſingulæ directionem motus mutent poſt exiguos tractus, qui haberi poſſint pro arcubus circulorum maximorum, adeoque vim centrifugam habeant directam ad centrum, diverſæ autem particulæ habeant diverſas motus directiones, ut idcirco non transferant ſecum in aliquam determinatam plagam, ſed tantum cogant deſcendere corpora fluido gyranti immerſa. At præterquam quod fluidum ejuſmodi, quod preſſione orta ex vi centrifuga poſſet gignere tantum deſcenſum gravium, deberet multo magis corporibus ipſi immerſis reſiſtere; illi exigui motus in omnem plagam, non eſt, cur fiant in arcubus circulorum maximorum potius, quam circulorum minorum, quorum arcus exigui itidem ad rectas accedunt, ut arcus circulorum maximorum, vis autem centrifuga dirigitur extra centrum ſphæræ. Quin etiam ii motus ita temere excitati ſæpe peragentur in lineis ad ſenſum rectis, in quibus nulla eſt vis centrifuga, & multo ſæpius in arcubus aliarum curvarum jacentium in poſitionibus admodum diverſis a poſitione arcuum circulorum maximorum.

639 Bulefingerus autem cenſuit rem expediri poſſe per duplicem rotationem, cujus exhibendæ & machinam excogitavit. Incluſit globum circulo *BApB* inſerens ejus axem punctis *Pp* ita, ut motum circularem poſſet acquirere celerem circa eum axem, dum interea ipſe circulus infixus polis *A*, *B* circa eoſdem haberet converſionem æquè celerem. Cenſuit autem, ea duplici rotatione motum compoſitum puncti cujuſvis aſſumpti in eo globo debere fieri in circulo maximo, adeoque vim centrifugam debere dirigi ad partes ipſi centro oppoſitas, & gravitatem e contrario ad centrum idem, ac machinam exhibituram in materia levi ad centrum abacta formam ſphæricam, ſed machinam nondum acceperat ab Artifice, cum diſſertationem traſmiſit.

640 Præter difficultatem a reſiſtentia repetitam, & omnibus communem vorticibus, illud hanc explicationem funditus evertit, quod demonſtravi jam olim, & edidi, nimirum viam a ſingulis punctis globi motu illo compoſito deſcriptam non fore circulum maximum, immo nec circulum, ſed curvam altiorem, cujus projectio ſit gradus ſexti. Et quidem idcirco machina pluribus in locis confecta ad exemplum ab ipſo propoſitum ſphæricam in centro figuram nequaquam exhibuit.

641 In ſequenti adnotatione affirmavimus celeritatem, quæ vim centrifugam habeat gravitati terreſtri æqualem, fore 17 vicibus majorem celeritate motus diurni; quod quidem ibidem ſatis accuratè eſt demonſtratum.

642 Quod attigimus in adn. ad verſ 2031 de Caſſiniana conciliatione vor-
F.64 ticum cum motu elliptico, & areis æqualibus, huc redit. Referat in fig. 64 *ABCD* orbitam Mercurii: ut areæ *ASB*, *BSC*, *CSD*, ſint æquales æqualibus temporibus, cenſuit Caſſinus id obtineri poſſe, ſi materia vorticis ex uno ſectore eadem in alium tranſeat, adeoque idem occupet ſpatium. Præter alia multa, quæ contra ejuſmodi hypotheſim objici poſſunt, illud in hac adnotatione propoſuimus, primo in ejuſmodi hypotheſi omnes particulas fluidi, quæ ſemel fuerint in eadem recta, debere itidem ſemper eſſe in eadem recta. Id patet, ſi aſſumantur ſectores infiniteſimi; nam materia, quæ ſimul fuit in ſectore quovis *ASB*, ſemper erit in alio quovis *CSD*; ſectores autem imminutis in infinitum angulis in rectas abeunt. Id autem eſt contra vorticum naturam, in quibus particulæ remotiores lentius moventur, non celerius, uti illa communis angularis converſio requireret.

643 Secundo loco diximus, utcumque id habere locum poſſit pro orbita intima, non poſſe applicari orbitis reliquis. Sit *ABCD* orbita Mercurii, & *EFGH* orbita Veneris, & ſint areæ *ASB*, *CSD* æquales: productis rectis *SA*, *SB*, *SC*, *SD* in *E*, *F*, *G*, *H*, non erunt æquales ſectores *ESF*, *GSH*; nam ob diverſam ellipſium ſpeciem, & apheliorum poſitionem anguli ad focum *S* requiſiti ad habendas areas æquales in orbitis diverſis diverſi ſunt. Si *A* ſit aphelium Mercurii, *G* aphelium Veneris, quæ aphelia a ſe invicem diſtant per 54 gradus, ac areæ *ASB*, *CSD* æquales ſint, angulus *CSD* debebit eſſe major angulo *ASB*, ob *SC*, *SD* minores *SA*, *SB*; erunt autem & *SG*, *SH* majores, quam *SE*, *SF*, adeoque *CG* major, quam *AE*. Quamobrem area *GCDH* erit major, quam *EABF*, & tota *GSH* major, quam *ESF*, nec idcirco ſimul poterit transferri & fluidum *ASB* in *CSD*, & *ESF* in *GSH*.

644 Accedit, quod in orbe ſphærico æqualitas fluidi non pendet a puris areis in uno plano poſitis: accedit inclinatio planorum ad diverſas orbitas pertinentium: accedit reſiſtentia, quam Cometæ ſentirent: accedunt alia plurima, quæ hanc peculiarem vorticum correctionem evertunt, ut reliquas.

645 In adnot. in verſ. 2073 fit mentio theoriæ Joannis Bernoullii ab ipſo propoſitæ in diſſertatione, quæ præmium retulit a Pariſienſi Academia anno 1730, in qua illud itidem pertractavit, quod pertinet ad adnotationem ſequentem. Porro tria ibi a Bernoullio explicantur, elliptica orbium forma, motus apheliorum, & tertia Kepleri lex, quod nimirum quadrata temporum periodicorum ſint, ut cubi diſtantiarum mediarum. Breve quoddam ejus theoriæ ſpecimen hîc exhibebimus, comparando ejus determinationes inter ſe, & cum determinationibus Newtoni, quas ipſe impugnat.

F.65 646 Sit in fig 65 Sol in *S*, circa quem convertatur fluidum motu circulari per *BAC*, *DLG*, *HMK*; ſit autem collocatus Planeta in aliqua parte vorticis *A*, quæ denſitatem habeat diverſam ab ipſo ita, ut dum circa *S* convertitur cum ipſo vortice, a quo transfertur, cogatur deſcendere verſus *S*: poſteaquam advenerit ad regionem ſuæ denſitatis, motu jam concepto tranſcurret ultra, donec iterum cogatur retro regredi, & oſcillare per aſcenſus, ac deſcenſus alternos.

647 Cir-

647 Circulis *DLG*, *HMK* habentibus centrum in *S* ellipſis *AEP* habens focum in ipſo *S* occurrat in punctis *E*, *I*, recta autem *AS* in *L*, *M*, & rectæ *SI*, *SE* in *F*, & *N*. Planeta deſcribet ellipſim illam, ſi cuivis deſcenſui *AL*, *AM* reſpondeat motus angularis *ASE*, *ASI*, nimirum ſi cuivis deſcenſui per *EN* æqualem *LM* reſpondeat motus materiæ vorticoſæ *EF*, vel *NI*. Sumpta *SO* æquali, & oppoſita minimæ diſtantiæ *SP*, oſcillatio aſcenſus, & deſcenſus fiet per amplitudinem æqualem *AO*, quæ oſcillatio ſi juxta factam hypotheſim abſolvatur accuratè illo eodem tempore, quo completur integer circulus motus angularis, redibit Planeta ad idem punctum *A*, ex quo diſceſſit, & ellipſis erit immobilis; ſed ſi oſcillatio abſolvatur tempore tantillo breviore, aut longiore, redibit Planeta ad aphelium paullo citius, aut ſerius, adeoque ipſum aphelium regredietur nonnihil verſus *B*, vel progredietur verſus *C*. Demum ſi velocitas vorticis motum circularem imprimentis fuerit in ratione reciproca ſubduplicata diſtantiæ, habebuntur tempora periodica, qualia requirit tertia Kepleri regula, exiſtentibus quadratis temporum, ut ſunt cubi diſtantiarum. Nam generaliter quadrata temporum ſunt directè, ut quadrata ſpatiorum, & reciprocè ut quadrata celeritatum, adeoque ſunt directè, ut quadrata diſtantiarum, quibus diſtantiis ſunt proportionales peripheriæ circulorum deſcriptorum ſive ſpatia, & iterum directè ut diſtantiæ, quarum ratio directa ſupponitur eſſe eadem, ac ratio reciproca quadrati celeritatum. Quoniam autem Newtonus methodo indicata in hac poſtrema adnotatione deduxerat longe aliam celeritatum rationem in vortice ſphærico; ipſius ſolutionem carpit, & ea reformata ſubſtituit aliam, in qua, aſſumpta etiam differentia denſitatis ipſius materiæ vorticis, ipſi obvenit ejuſmodi velocitatum ratio, quam tertia requirit Kepleri regula.

648 Ut hæc ſingula evolvantur, in primis mihi videtur admodum manifeſtum illud, quod in ipſis hiſce adnotationibus expoſui, cum Planeta ponatur in medio jam æque denſo, jam etiam denſiore, ſemper autem ſatis denſo reſpectu ipſius, debere ejus oſcillationem paullatim minui, ut oſcillatio penduli etiam plumbei in aqua cito deficit ex ipſius aquæ reſiſtentia.

649 Mitto conſenſum celeritatis in aſcenſu, & deſcenſu oſcillatorio cum celeritate circulari vorticis tali, qualis requiritur determinate ad ellipſim, & quidem aliam in aliis Planetis, quæ conſpiratio fortaſſe repugnat, ſed omnino haberi non poteſt ſine hypotheſibus prorſus arbitrariis, & ſecum invicem parum admodum conſentientibus; ac illud potiſſimum conſiderandum propono, non eſſe ſatis, ut deſcribatur ellipſis utcumque, ſed cum prima Kepleri lege arearum æqualium. Porro ea lex requirit celeritatis legem omnino diverſam ab illa, quam exigit tertia Kepleri lex quadrati temporum proportionalis cubo diſtantiæ. Nam hæc tertia lex exigit, uti vidimus, celeritates in ratione reciproca ſubduplicata diſtantiæ; at areæ æquales requirunt eaſdem celeritates in ratione reciproca ſimplici. Nam ſi ſector *ESF* ſit infiniteſimus, erit areola *ESI* dimidium productum ex baſi *ES*, & altitudine *NI*; adeoque ut areola ſectoris binis diverſis tempuſculis eadem ſit, debebit eſſe altitudo in uno caſu ad altitudinem in alio, ut baſis in hoc ad baſim in illo; nimirum celeritas expreſſa per *NI* debebit eſſe in ratione reciproca ſimplici diſtantiæ expreſſæ per *SE*. Quare pugnant hæ duæ leges inter

ſe,

ſe, & ſi aſſumantur conditiones, per quas habeatur vortex reſpondens legi tertiæ Kepleri, evertetur lex prima arearum æqualium.

650 Verum, quod ad haſce ipſas conditiones pertinet, Newtonus prop. 52. libri 2 Principiorum inquirens in vorticum ſphæricorum naturam hac methodo
F.66 in ejuſmodi inveſtigatione progreditur. In vortice ſphærico *AGH* in fig. 66 conſiderentur tria ſtrata æque craſſa *BD*, *DE*, *EF*, quarum ſingula concipiantur tranſlata motu circulari in omnibus ſuis punctis eodem. Ut vortex in ſtatu permanenti conſervari poſſit, oportebit, ſtratum intermedium tantundem acceleretur ab inferiore, quantum retardatur a ſuperiore, adeoque oportebit, actiones extremorum in medium æquales ſint. Aſſumit autem eas actiones proportionales ſuperficiebus contiguis, quæ ſeparantur, & tranſlationi a ſe invicem, a qua nimirum pendet celeritas ſeparationis. Superficies autem ſphæricæ ſunt, ut quadrata radiorum *CE*, *CD*, ſive diſtantiarum. Quare debebunt eſſe illæ traſlationes reciprocè ut hæc quadrata, & inde conſtructione hyperbolæ gradus quarti infert fore tempora periodica, ut quadrata diſtantiarum, quæ ratio differt a ratione ſeſquiplicata diſtantiarum tertiæ Keplerianæ legis, & ab ipſa infertur, celeritates fore reciprocè, ut diſtantias, quæ lex, uti diximus, differt a lege celeritatis reciprocæ ſubduplicatæ; unde ipſe intulit Newtonus non poſſe tertiam Kepleri legem conciliari cum hac hypotheſi vorticum.

651 Bernoullius hanc Newtoni ſolutionem carpit primo quidem, quod is omittat vim vectis, qua ipſe cenſet ſtratum alterum agere in alterum; ſecundo, quod is faciat vim proportionalem ſuperficiebus, quæ ſe ſeparant, & omittat vim ortam e vi centrifuga, qua altera contra alteram apprimitur, nam in frictionibus ſolidorum corporum conſtat illud, frictionis vim eſſe proportionalem vi, quæ alteram ſuperficiem contra alteram apprimat, & nihil pendere omnino a magnitudine ſuperficierum, quæ contra ſe invicem applicantur: tertio quod conſideraverit materiam vorticis ut homogeneam, cum poſſit in diverſis diſtantiis diverſa denſitas concipi. Ex hiſce elementis ita mutatis calculum reſtituit, ac ſoluto generaliter problemate pro lege quavis denſitatum pendentium a diſtantiis, invenit ad habenda quadrata temporum, uti ſunt cubi diſtantiarum, ſatis eſſe, ſi denſitates ſint in ratione reciproca ſubduplicata diſtantiarum, nimirum in illa eadem, in qua ſunt celeritates.

652 In primis ego quidem arbitror hic Newtonum male a Bernoullio carpi. Nam illa ſtrata, quæ in ſe invicem agunt, non ſunt ſolida ſtrata, neque per aliquem vectem cum centro connectuntur. Hinc primo conſiderationem vectis nullum arbitror habere locum. Deinde nec leges frictionum habent locum: nam in ſolidorum frictione, quæ ab aſperitate oritur, difficultas motus provenit ab eo, quod, ut detur procurſus partium prominentium alterius ſuperficiei inſertarum cavitatibus alterius, debet diſcedere una ſuperficies ab alia contra directionem vis prementis, & quantitas hujus diſceſſus eſt eadem, ſive ſuperficiei appreſſæ pars ſit exigua, ſive ſit ingens; unde fit, ut reſiſtentia orta a frictione ſit proportionalis vi comprimenti, non magnitudini ſuperficiei. At in caſu vorticis reſiſtentia oritur a vi, qua ſibi mutuo adhærent particulæ fluidi, quæ ſeparari debent a ſe invicem altera ſuperficie ultra alteram procurrente. Hinc reſiſtentia inde orta eſt proportionalis ſummæ momentorum, quibus omnes particularum ſeparandarum vires agunt.

agunt. Momenta autem ſingularum ſunt, ut celeritates, quibus particulæ debent a ſe invicem diſcedere, & numerus virium eſt, ut ſumma particularum, nimirum, ut ſuperficies, quæ ſeparatur. Quare illa reſiſtentia eſt ſolum, ut ſuperficies, & tranſlatio ab invicem conjunctim, quemadmodum Newtonus poſuit. Quod autem ad denſitates pertinet, Newtonus, ubi Carteſianos vortices ad trutinam revocavit, debuit utique homogeneam conſiderare materiam cum ipſo Carteſio, & ejus aſſeclis.

653 Verum admiſſa ratione ineundi calculi, quam Bernoullius adhibuit, adhuc res male illi cedit; cum denſitas ipſi obveniat major in minore diſtantia. Nam in vorticum ſyſtemate materia denſior recedit a centro vorticis ob prævalentem centrifugam vim. Viderat Newtonus etiam variata denſitate poſſe rem accommodari tertiæ legi Kepleri, quod innuit in ſcholio ejus propoſitionis, ſed eam hypotheſim rejicit idcirco etiam ipſe, quod ad id requireretur denſitas major in diſtantiis minoribus. Vidit eandem difficultatem Bernoullius, quam amovere ſtuduit diſtinguendo duplex denſitatis genus; ut nimirum alterum conſiſtat in majori mole particularum, alterum in eo, quod particulæ minores quidem ſint mole, ſed inter ſe propiores; ac dicit admodum probabile eſſe, hanc ſpiſſitudinem eſſe majorem prope centrum vorticis, quam in majore diſtantia. Verum cum niſus totius vis centrifugæ debeat eſſe major in diſtantiis majoribus, æqualis nimirum ſummæ preſſionum, quas exercent omnes inferiorum orbium vires centrifugæ, patet & eam ſpiſſitudinem ibi majorem eſſe debere, contra id, quod Bernoullii theoria requireret.

654 Demum & illud addi poteſt, aliud eſſe, quod denſitas verſus centrum ſit major, aliud quod ſit major in aliqua ratione reciproca diſtantiæ imminutæ. In hoc ſecundo caſu denſitas verſus centrum deberet in infinitum augeri, quod fieri non poteſt in ſententia Carteſianorum, nec vero illorum omnium, qui, ut & Bernoullius, continuam admittunt extenſionem materiæ, in qua ſententia ratio materiæ ad rationem ſpatii finita eſt, & proinde denſitas augeri non poteſt, niſi in ratione finita, & evadit quidem maxima, ubi totum ſpatium ea materia ſit plenum, ſed finita omnino remanet.

655 Ex iis omnibus, quæ dicta ſunt, conſtat, vorticum theoriam nullo modo cohærere poſſe cum Keplerianis legibus, cum quarum una ſi concilietur, pugnat cum altera, nec vero cum iis etiam ſingulis ita conciliari poteſt, ut alia abſurda ſecum non trahat; uſque adeo hæc moles toties labefactata, & necquidquam reparata, perpetuo rimas iterum agit, & ruit, quam omnium maximè evertit tot Cometarum liberrimè permeantium motus, qui cum iis conciliari nullo modo poteſt; quam ob cauſam hæc Naturæ explicandæ ratio ab omnibus jam Academiis rejecta ſoli generali gravitati locum ita ceſſit, ut hæc una demum cenſeatur quædam veluti clavis totius omnium cæleſtium corporum theoriæ.

§. 6. In adnot. ad verſ. 2306.

DE APIUM CELLULIS.

656 DUO hic ad Geometriam pertinentia proponit Noſter, alterum jam olim cognitum, figuram hexagonam, qua utuntur apes in cellulis conſtruendis, inter omnes figuras regulares ſpatium implentes eadem magnitudine perimetri omnium maximam aream concludere; alterum recens detectum, cellulam quamvis terminari tribus rhombis, quæ ejuſmodi formæ ſint, ut datam capacitatem minima omnium ſuperficiei quantitate concludant; adeoque utrobique apes parcere ceræ, quam licet, maximè, in qua conficienda laborant plurimum. Utrumque hic exponendum.

657 In elementis Geometriæ demonſtrari ſolet illud, tres ſolas figuras planas regulares poſſe ſpatium implere, nimimum triangula æquilatera, quadrata, & hexagona: primorum anguli ſex, ſecundorum quatuor, tertiorum tres efficiunt 4 rectos, quod requiritur ad ſpatium planum implendum. Porro facile demonſtratur, inter hæc tria figurarum genera omnium maximam aream includere hexagonum.

F. 67 658 Sit in fig. 67 *ABC* triangulum æquilaterum, in fig. 68 *EHGF* quadra-
68 tum, in fig. 69 *IKLMNO* hexagonum, in quibus perimeter æqualis ſit. Patet
69 in primis latus quodvis hexagoni fore dimidium lateris trianguli, cum illa ſex latera æquentur hiſce tribus. Ductis autem ad centrum P rectis *IP*, *KP* &c. dividitur hexagonum in 6 triangula æquilatera, quorum ſingulorum areæ erunt ad aream trianguli itidem æquilateri *ABC*, ut quadrata laterum, ſive ut 1 ad 4. Hinc area totius hexagoni continentis ſex ejuſmodi triangula erit ad aream trianguli *ABC*, ut 6 ad 4, non ſolum major, ſed & multo major.

659 Ad comparandum hexagonum cum quadrato concipiatur perimeter data diviſa in partes 12, & latus quadrati erit partium 3, ac area 9; demiſſo autem perpendiculo *PQ*, quod baſim *IK* trianguli *IPK* bifariam ſecabit, continebit *IK*, ſive *IP* partes 2, *IQ* partem 1, adeoque erit $PQ = \sqrt{4-1} = \sqrt{3}$; & area $IPK = IQ \times PQ$ erit itidem $= \sqrt{3}$, adeoque totius hexagoni area $= 6\sqrt{3} = \sqrt{108}$, quæ quidem evadit major, quam 10, adeoque adhuc major, quam area quadrati 9.

660 Et hoc quidem ad præſentem rem ſufficit: verum generaliter, & quidem facile demonſtratur illud, inter omnia poligona ejuſdem numeri laterum cujuſcumque, poligonum regulare eadem perimetro maximam aream comprendere, atque inter poligona regularia illud ſemper majorem, quod latera habet plura, ac proinde inter omnes rectilineas figuras omnium maximam complecti aream circulum, in quem poligona regularia deſinunt numero laterum excreſcente in infinitum. Sed ea huc non pertinent.

661 Ut alterum, quod propoſitum fuerat, demonſtretur, oportet prius concipere formam alveoli, quam fuſe explicat Reaumurius tomo 5 de Inſe-
F. 70 ctis Diſſertatione 8. Ejus baſis altera eſt in fig. 70 hexagonum apertum *ABCDEF*, ſupra quod eriguntur ad perpendiculum ſena latera in morem priſmatis, ſed non terminatur, ut priſma, baſi altera *GHIKLM* parallela prio-

priori, & æquali, quo caſu latera ſingula eſſent rectangula; ut *AGHB*, *BHIC* &c. Ea latera ſunt trapezia *ANHB*, *BHOC*, *COKD*, *DKPE*, *EPMF*, *FMNA*, quæ ſine alia baſi efformante operculum relinquerent figuram ſex laterum *NHOKPMN*, non jacentem in eodem plano, ſed continentem tres angulos in *H*, *K*, *M* procurrentes in cuſpidem, & tres in N, *O*, P recurrentes in hiatum quendam. Hiſce tribus hiatibus ſingulis ſinguli inſeruntur anguli trium quadrilineorum *MNHR*, *HOKR*, *KPMR*, quæ quadrilinea concurrunt in puncto R elevato ad perpendiculum ſupra centrum *Q* hexagoni *GHIKLM*, ad diſtantiam *QR* æqualem rectis *GN*, *IO*, *LP*, per quas hiatus *N*, *O*, *P* deprimuntur infra baſim eandem, ob quam æqualitatem, & formam hexagoni regularis, facile conſtat illa quatuor quadrilinea fore rhombos inter ſe æquales.

662 Igitur tres ejuſmodi rhombi baſim alteram efformant, qua alveolus clauditur, cuſpidatam in *R* ad formam pyramidis, & habentem eandem baſim ſenorum laterum *NHOKPMN*, ſed e contrario cum tribus angulis procurrentibus in N, O, *P*, qui inſeruntur tribus hiatibus figuræ priſmaticæ, & cum tribus hiatibus in *H*, K, *M*, quibus inſeruntur cuſpides ejuſdem. Hoc pacto in hac baſi alveoli habentur anguli ſolidi ſeptem, quorum quatuor conſtant ternis angulis planis ſinguli in *R*, N, O, *P*, tres vero ſinguli quaternis in *H*, *K*, *M*, & in priore quidem ex illis quatuor in *R* omnes anguli plani pertinent ad rhombos ſinguli ad ſingulos, in ſingulis autem reliquorum trium in N, O, *P* unus angulus pertinet ad unum e tribus rhombis, reliqui duo ad duo latera figuræ priſmaticæ. In poſterioribus vero angulis ſolidis in *H*, *K*, *M* bini anguli plani ſingulorum pertinent ad binos rhombos, reliqui autem bini ad bina priſmatica latera.

663 Ejuſmodi alveoli conſtructionem Maraldus cum Caſſino diligenter contemplati, ut ipſe Maraldus affirmat in Commentariis Pariſienſibus ad annum 1712, invenerunt angulum rhombi cujuſvis ad *R*, una cum oppoſito ad N, O, *P* eſſe circiter graduum 110, reliquos autem angulos idcirco eſſe graduum circiter 70. In trapeziis autem angulos itidem ad *N*, O, *P* obſervarunt graduum circiter 110, ad *H*, *K*, *M* circiter 70, & notarunt idcirco angulos ſolidos ad *N*, *O*, *P* eſſe æquales angulo ſolido ad *R*, conſtantes nimirum tribus angulis planis æqualibus, iis, quibus is conſtat; angulos vero ſolidos ad *H*, *K*, *M* conſtare ſingulos quatuor angulis itidem æqualibus inter ſe. Verum idem Maraldus ibidem addit ad habendam æqualitatem angulorum rhombi, & trapezii in N, *O*, *P* requiri angulum graduum 109 min. 28, remanente altero ad *H*, *K*, *M* gr. 70 min. 32.

664 Ipſi quidem nihil cogitaverant de ullo minimo, quod in ejuſmodi inclinatione contineri poſſet; at Reaumurius loco ſupra citato affirmat, ſe ſuſpicatum latere ibi aliquod ceræ compendium, pluribus Geometris propoſuiſſe problema, quo quæratur forma rhombi, quæ cellulam efficiat habentem ſuperficiem minimam omnium eandem capacitatem includentium; ſolutionem autem impetraſſe a ſolo Koenigio, qui invenerit angulos rhombi ad id minimum pertinentes debere eſſe gr. 109, 26' & 70°, 34', quam determinationem affirmat conſentire intra duo minuta cum ea, quam Maraldus definivit, ubi cum majore præciſione dimenſiones rhombi dedit, atque ita innuit Maraldum inveniſſe per obſervationem angulos 109°, 28' & 70°, 32';

quod quidem ipſum expreſſius affirmatur in Hiſtoria Academiæ Pariſienſis ad annum 1709, ubi dicitur, Maraldum per obſervationem inveniſſe illa minuta 28, & 32, & minimi determinationem a Koenigio inventam 26, & 34 ſolis duobus minutis ab ea determinatione diſcrepare.

665 Mirum ſane eſſet, ſi Maraldus ex obſervatione, angulum æſtimaſſet intra minuta, quod in tam exigua mole fieri utique non poterat. At is, ut ſatis patet ex ipſa ejus diſſertatione, affirmat ſe inveniſſe angulos circiter graduum 110, & 70, nec minuta eruit ex obſervatione, ſed ex æqualitate angulorum pertinentium ad rhombos, & ad trapezia; ad quam habendam Geometria ipſum docuit requiri illa minuta. Quin immo ſatis vereor, ne hæc ipſa, aut aliqua ejuſmodi conſideratio dederit ipſum graduum numerum illum tam proximum; nam obſervatio intra plures gradus incerta eſſe debuit in mole adeo exigua, nec ita accuratè efformata; cum plures irregularitates, & in hiſce rhombis, & in omni reliqua conſtructione alveolorum obſervari paſſim affirmet ipſe Reaumurius.

666 Verum quidquid ſit de graduum numero, certe numerum minutorum Maraldus non proponit tanquam obſervatione immediata definitum, ſed ex illa æqualitatis conſideratione, quam diximus, adeoque ſi Koenigii ſolutio rite procederet, determinatio minimi non ab angulo obſervato per illa duo minuta diſcederet, ſed ab angulo requiſito ad ejuſmodi æqualitatem, cum obſervato tamen congrueret adhuc intra limites admodum arctos, & qui in ejuſmodi argumento omnem ſuperant Obſervatoris induſtriam. At ejus ſolutio intra illos ipſos limites aberrat ita, ut conditio minimi non exigat illa Koenigiana 26' & 34', ſed illa ipſa 28' & 32', quæ Maraldus invenerat requiri pro æqualitate. Oportet ſanè, Koenigius in ſolutione problematis viam aliquam inierit admodum implexam, quæ ipſum deduxerit ad formulam, ex qua per approximationem eruerit angulum duobus minutis aberrantem a vero, ac mihi ſane diſplicet, quod ipſam ejus ſolutionem nuſquam invenerim, ut methodum, quam is adhibuit, videre poſſem. Cæterum ne illa quidem minuta accuratè rem exhibent ita, ut ſecunda non remaneant; verum & problematis ſolutio eſt admodum expedita, ſive adhibeatur calculus, ſive etiam ſola Geometria, & determinatio rhombi, atque angulorum provenit admodum ſimplex, & elegans, quæ ſimul & æqualitatem illam angulorum accuratè exhibet, cum accurata minimi quæſiti conditione connexam. Rhombus nimirum provenit is, in quo quadratum majoris diametri eſt duplum quadrati diametri minoris, & anguli ii, quorum coſinus eſt triens radii. En geometricam ſolutionem problematis, quæ eo deducit.

667 Ductis *MH*, *MQ*, *HQ*, ſatis patet *MGHQ* fore rhombum, in quo triangula *MHQ*, *MHG* æqualia erunt, ac proinde pyramides, quæ habent ea triangula pro baſibus, & vertices in *R*, ac *N* erunt itidem æquales ob altitudines *QR*, *GN* æquales. Quoniam autem ſubſtituendo rhombum *MNHR* rhombo *MGHQ*, ſubſtituitur pyramidi *MGHN*, pyramis *MQHR*, atque idem fit in reliquis tribus rhombis *HQKI*, *KQML*, mutatis in rhombos *HRKO*, *KRMP*, ſatis patet fore capacitatem cellulæ terminatæ in *R* a tribus rhombis ſemper æqualem capacitati cellulæ terminatæ hexagono *GHIKLM*, quæcumque fuerit eorum rhomborum forma, & inclinatio.

668 Quærenda igitur ſupereſt forma rhomborum ejuſmodi, quæ ſuperficiem

ciem exhibeat omnium minimam. Minimum illud habebitur, ubi, mutata poſitione rhomborum tranſeuntium ſemper per eadem tria puncta *M*, *H*, *N*, binæ ſuperficies infinitè proximæ fuerint inter ſe æquales, redeunte retro quantitate poſt minimum, ad magnitudinem, quam habuerat ante. Abeunte igitur rhombo *MNHR* in *MnHr* (latera *Mr*, *Hr* non ducuntur hìc, vitandæ confuſionis gratia) oportebit, ut exceſſus rhombi longioris ſupra breviorem æquetur binis triangulis *NHn*, *NMn*, quibus decreſcunt trapezia *ANHB*, *ANMF*.

669 Porro cum in rhombis *MGHQ*, *MNHR* diametri ſe mutuo bifariam ſecent ad angulos rectos, tam *GQ*, quam *RN* tranſibit per idem punctum *S*, exiſtentibus *SN*, *SH*, *SG* dimidiis *RN*, *MH*, *QG*, ac area rhombi *MNHR* dupla trianguli *MNH* æquali rectangulo ſub *MH*, & *SN*. Cum vero latus hexagoni *GH* æquetur radio *QG* circuli circumſcribendi, erit & *GH* dupla *GS*, adeoque quadrata rectarum *GH*, *GS*, *SH* ut 4, 1, 3.

670 Jam vero ſi abeunte *N* in *n* concipiatur uſque ad *Sn* arcus *NT* radio *SN*; erit exceſſus rhombi terminati ad *n*, *r*, ſupra rhombum terminatum ad N, $R = MH \times nT$, & ſimilia erunt triangula rectangula *NTn*, *SGn*, ſive *SGN*; bina autem triangula *NHn*, *NMn* cum habeant ſupra baſim *Nn* altitudines æquales *HG*, *MG*, erunt ambo ſimul $= Nn \times GH$. Erit igitur $MH \times nT = Nn \times GH$, adeoque *Nn* ad *nT*, ſive *NS* ad *NG*, ut *MH* ad *GH*, vel, ſumptis dimidiis, ut *SH* ad *SG*, quarum quadrata cum ſint ut 3 ad 1, erit & $NS^2 . NG^2 :: 3 . 1$, adeoque $SG^2 . NG^2 :: 2 . 1$. Sed alternando in proportione *NS* . *NG* :: *SH* . *SG*, habetur *NS* . *SH* :: *NG* . *SG*. Igitur & quadratum *NS* erit dimidium quadrati *SH*, ac ſumptis duplis quadratum diametri *NR* dimidium quadrati *MH*. Quod fuerat inveniendum.

671 Hinc admodum facile geometrica conſtructione invenitur rhombus *MRHN* in fig. 71 data in fig. 70 ejus diametro longiore *MH*. Ipſa bifariam F. 71
ſecta in *S* fiat angulus *HSA* ſemirectus, & demittatur *HA* perpendiculum in ipſam, erigantur que ipſi *MH* perpendiculares *SN*, *SR* æquales *SA*, & erit factum, ut patet; nam triangulum rectangulum *HAS* erit iſoſceles, & proinde quadratum *SA*, ſive *SN* dimidium quadrati *SH*.

672 Facile autem inveniuntur etiam inde anguli per tabulam ſinuum. Eſt enim *NS* ad *SH*, ut radius ad tangentem anguli *RNH*, adeoque ejus anguli tangens logarithmica habetur, ſi logarithmo radii addatur $\frac{1}{2}$ log. 2, = 0. 1505150, quæ idcirco evadit 10. 1505150: ipſi reſpondet in tabulis angulus 54°, 44', 8'', cujus duplum 109°, 28', 16'' idem cum Maraldiano illo, ſi ſecunda demantur, a quo inventus a Koenigio diſſidet per 2', 16''.

673 Verum angulus ipſe adhuc facilius invenitur ſimul totus, ducta *RB* perpendiculari ad *MN*. Erunt enim ſimilia triangula rectangula *RBN*, *MSN* ob angulum ad N communem, adeoque erit *MN* . *NS* :: *NR* . *NB*, & proinde $MN \times NB = NS \times NR = 2NS^2 = MS^2$, ac idcirco $MN \times NB$ ad MN^2, ſive *NB* ad *MN* erit, ut MS^2 ad MN^2, ſive ut 3 ad 2. Quare *MB* erit triens *MN*, ſive *MR*, nimirum æqualis trienti radii ſinus anguli *MRB*, qui eſt complementum tam anguli acuti *NMR*, quam obtuſi *MNH* ejus complementi ad duos rectos; unde oritur hoc theorema: *anguli rhombi exhibentis quæſitum minimum ſunt ii, qui habent pro coſinu trientem radii*. Ex eo theo-

theoremate ſola inſpectione tabularum invenitur angulus in minutis, cum triens radii 10000000, ſit 3333333, qui eſt ſinus 19°, 28', ubi ſi ſecunda adhibere libeat, redeunt illa eadem 16'', quæ prius, exiſtentibus binis angulis quæſiti rhombi 109°, 28', 16'', & 70°, 31', 44''.

674 Et quidem idem angulus minimi eſt ille, qui exhibet accurate, non proximè ſolum, æqualitatem angulorum rhombi, & trapeziorum. Cum enim

F.70 ſit inventum in fig. 70 GS^2 duplum GN^2, & GH^2 quadruplum GS^2, erit GH^2 octuplum GN^2, adeoque NH^2 noncuplum ipſius, & idcirco HN erit tripla GN, nimirum ſinus anguli GHN, qui eſt complementum tam anguli acuti BHN, quam obtuſi ANH, erit triens radii; & proinde ii duo anguli erunt accuratè æquales angulis rhombi, & idcirco caſus minimi quæſiti erit accuratè idem, ac caſus angulorum ſolidorum ad N, O, P æqualium angulo ſolido ad R, quem caſum accuratè in minutis primis exhibuit Maraldus, non quidem ex obſervatione, ſed ex inquiſitione geometrica in caſum æqualitatis, obſervatione illum exhibente multo craſſius, & a quo caſu Koenigius diſceſſit paulo plus, quam per duo minuta ex eo, quod approximatione aliqua eſt uſus minus accurata intra limites tam arctos.

675 At multo magis illud a veritate aberrat, quod Reaumurius addit de ipſius Koenigii ſolutione, dicens illum demonſtraſſe, apes præferendo fundum pyramidibus terminatum fundo plano, lucrari tantum ceræ, quantum requiritur ad integrum ipſum fundum planum. Ipſæ apes ponunt rhombum $MNHR$ pro rhombo $MGHQ$, & binis triangulis NMG, NGH. Quare erit id, quod lucrantur, ad planum $GHIKLM$, ut exceſſus horum trium ſupra id, quod ſubſtituitur ad rhombum $MGHQ$, qui ſubſtituitur. Dicatur $SG = 1$, erit $GH = 2$, $GN = \sqrt{\tfrac{1}{2}}$, $SH = \sqrt{3}$, $MH = 2\sqrt{3}$, $SN = \sqrt{\tfrac{3}{2}}$. Hinc rhombus $MQHG = MH \times SG = 2\sqrt{3}$, bina triangula MGN, $HGN = GH \times GN = 2\sqrt{\tfrac{1}{2}} = \sqrt{2}$, rhombus $MRHN = MH \times SN = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$. Quare erit ille exceſſus $= 2\sqrt{3} + \sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$, qui non eſt æqualis rhombo $2\sqrt{3}$, ſed illo multo minor, nimirum eſt ad illum, ut $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ ad $\sqrt{3}$, ſive ut $\sqrt{6} - 2$ ad 2, nimirum cum $\sqrt{6}$ ſit adhuc aliquanto minor, quam $2\frac{1}{2}$, erit lucrum minus quadrante illius ſuperficiei planæ, cui ipſum Koenigius æquale fecerat juxta Reaumurium. Si quis pro $\sqrt{6} - 2$, includat ſub ſigno radicali ipſum 2, fiet $\sqrt{4} = 2$, & ratio illa evadet ratio æqualitatis. Quid, ſi aliquam ejuſmodi æquivocationem commiſerit vel Koenigius inter calculandum, vel Reaumurius in calculo legendo, & deſcribendo?

676 Æqualitas illa angulorum ſolidorum ad N, O, P cum angulo ad R aliam æqualitatem ſecum fert, cujus nec Maraldus meminit, nec Reaumurius, nimirum inclinationem æqualem omnium planorum ad plana, quibus adnectuntur in toto hoc admirabili ſane Naturæ opere, tam ubi plana vel trapeziorum vel rhomborum junguntur ſibi invicem, quam ubi junguntur illorum plana planis horum, quæ quidem omnes ſunt graduum 120. Cum enim tres anguli plani in N æquentur inter ſe, inclinationes ipſorum ad ſe invicem

erunt

erunt omnes æquales, nimirum æquales angulo *FAB*, qui metitur inclinationes planorum *ANM*, *ANH*, & eſt graduum 120, quod rem conficit pro omnibus inclinationibus trapeziorum ad ſe invicem, & cum rhombis. Cum autem angulus ſolidus *R* conſtet angulis planis æqualibus iis, quibus conſtat *N*, erunt ibi inclinationes rhomborum ad ſe invicem æquales inclinationibus in *N*, nimirum ipſæ etiam graduum 120 ſingulæ.

677 Fieri ſane poſſet, ut hæc ipſa omnium inclinationum æqualitas conferret plurimum ad determinandam conſtructionem alveoli, inſtrumentis, quibus apes utuntur ad perficiendum opus adeo mirum, ita ab Auctore Naturæ diſpoſitis, ut non niſi in hoc angulo poſſint planum plano adnectere, quæ quidem inſtrumenta cum fere nunquam habeant penitus perfectam conſtitutionem, uti videmus in noſtris etiam humanis membris tam multos defectus, & inæqualitates, inde oriantur irregularitates illæ tam multæ, quas Reaumurius non diſſimulat, cum dicat, ſæpe viſa ſibi eſſe quadrata pro rhombis, ſæpe figuram aliam nonnihil oblongam, licet addat, plerumque haberi formam rhombi cum angulis Maraldianis, addit autem & facies ſæpe ſe inveniſſe inæquales, aberrante altera quoque baſi ab hexagonali forma, & trapeziis nec per totam longitudinem æque latis, nec ad *H*, *K*, *M* non accuratè conſpirantibus ad unicum punctum, qui fortaſſe pendent ab angulis ad *R*, *N*, *O*, *P* prius conſtructis, ſed nonnihil aberrantibus ab accurata menſura.

678 Quidquid de eo ſit, Divinum Auctoris Naturæ conſilium in eo admirari licet, quod ejuſmodi inſtrumenta indiderit, & inſtinctum, ſive principii harum beſtiolarum activi determinationem, quæ ad eam formam cellularum impellant, in qua maximum ceræ compendium habeatur.

679 Problema ſuperius a Mac Laurino etiam ſolutum eſſe novi, cujus ſolutionem nec vidi, nec ejus opera incaſſum conquiſita habeo præ manibus, dum hæc ſcribo, ut videam: quamobrem ignoro, an eadem ſynthetica methodo illud ſolverit, qua hìc ego, & an eadem, quæ hìc ego adnotavi, notaverit, quod quidem admodum facile fieri poteſt, cum in tanto Geometra nihil deſiderari unquam poſſit, quod aut ad ſimplicitatem ſolutionum, aut ad penetrationem, & combinationes conſectariorum pertineat. Illud tantummodo hìc addam, ſi analytica uſitata methodo ſit procedendum, adhuc admodum expeditam ſolutionem eſſe, & eandem determinationem obvenire.

680 Ponatur $AB = GH = a$, $AG = b$, $GN = x$. Erit trapezium $ANHB = ab - \frac{1}{2}ax$, adeoque ſumma facierum $6ab - 3ax$. Erit autem $GS = \frac{1}{2}a$, & $SH = \sqrt{\frac{3}{4}aa}$, $MH = \sqrt{3aa}$, $SN = \sqrt{xx + \frac{1}{4}aa}$, adeoque rhombus $MNHR = MH \times SN = \sqrt{3aaxx + \frac{3}{4}a^4}$, cujus triplum additum faciebus exhibet ſuperficiem $6ab - 3ax + 3\sqrt{3aaxx + \frac{3}{4}a^4}$. Differentiando hanc formulam, ponendo differentiam $= 0$, ac dividendo per dx obtinetur $-3a + \frac{9aax}{\sqrt{3aaxx + \frac{3}{4}a^4}} = 0$, & dividendo per $3a$, transponendo ac quadrando $\frac{9aaxx}{3aaxx + \frac{3}{4}a^4} = 1$, ſive $3xx = xx + \frac{1}{4}aa$,

vel

vel $12xx = 4xx + aa$, ſive $xx = \frac{1}{8}aa$. Cum autem ſit $SG^2 = \frac{1}{4}aa = \frac{2}{8}aa$, erit $SN^2 = \frac{3}{8}aa$. Erat $SH^2 = \frac{3}{4}aa$. Igitur quadratum SN eſt dimidium quadrati SH, & quadratum NK dimidium quadrati MH, ut per Geometriam inventum fuerat. Verum Geometria ipſa immediatè eo deduxit, quo calculus non deduxiſſet, niſi ex notitia tam ſimplicis relationis inter diametros rhombi, data opera quæſitus fuiſſe valor NS, & comparatus cum valore SH. Et quidem ſæpe accidit, potiſſimum in hujuſmodi problematis admodum ſimplicibus, ut Geometria ſimpliciores, & elegantiores determinationes exhibeat, quam calculus. Hìc tamen calculus angulos trapeziorum ſatis expedite exhibet: cum enim ſit $x^2 = \frac{1}{8}a^2$ patet fore $GH^2 = a^2 = 8x^2$, & $NH^2 = 9x^2$, adeoque $NH = 3x = 3NG$. Sed de his omnibus jam ſatis.

FINIS

CATALOGUS LIBRORUM
IN TYPOGRAPHIA PALLADIS
Romæ proſtantium anno 1760.

SS. PAtrum opera ſelecta De Gratia Dei, & Prædeſtinatione Sanctorum. *Scilicet.*

S. Aurelii Auguſtini Hipponen. Epiſcopi, S. Proſperi, & S. Fulgentii de Gratia Dei, & Libero arbitrio hominis, & prædeſtinatione Sanctorum Opera ſelecta. Editionem emendatiſs. & variis lectionibus undique collectis, præcipue vero ex Codd. mss. Vat. adornatam curavit Petrus Franc. Fog inius. 12. 5. to. Ro. 1758. 1760. 2. 50

—— Enchiridion ad Laurentium, ſive de Fide, Spe, & Caritate liber unus, Editio emendatiſs. cum variis lectionib. 12. Ro. 1754. — 20

S. Proſperi Opera de Gratia Dei &c. 12. Rom. 1758. *ſeparatim.* — 50

—— Ejuſdem Carmen de Ingratis, & epigrammata cum notis. 12. Rom. 1758. — 20

S. Fulgentii Ruſpenſis Epiſcopi opera de Gratia Dei, & Prædeſtinatione Sanctorum. 12. Romæ 1760. 1. —

Baconis, *Franc. Rogeri*, Opus Majus, ad Clementem IV. P. M. primum a Samuele Jebb. M. D. Londini editum 1733. nunc vero diligenter reviſum: Accedit Prologus Galeatus in reliqua Opera ejuſdem auctoris. Ven. 1750. 4. 1. 10

Ballarini, *Simon*, Animadverſiones in Muſeum Florentinum Gorli. 4. Rom. 1743. — 15

—— *Petri*, De Jure Divino & Naturali circa Uſuram lib. IV. 4. 2. tom. Bononiæ 1747. 1. 50

Belloni, *March. Hieron.*, de Commercio diſſertatio Italice & Latine. in fol. Romæ 1751. — 10

Boſcovich, *Rog.*, De centro gravitatis & de Centro Magnitudinis. 4. Romæ 1752. cum fig. — 35

Bullarium, ſive Collectio Bullarum, Brevium, Decretorum, Reſcriptorum & Oraculorum &c. quæ à S. Sede Apoſtolica pro Ordine S. Franciſci Cappuccinorum emanarunt, cum notis, ac variis ſcholiis illuſtrata a PP. Michaele a Tugio ejuſd. Ord. fol. max. 7. vol. Romæ 1745. 1753. 12. —

Caſtellani, *Fr. Vinc. M. Cong. s. Marci Ord. Pr.*, Preces & Meditationes ex divinis Scripturis depromptæ, & paraphraſi illuſtratæ. 12. Rom. 1752. Lat. Ital. — 20

Chiapponi *Juſtiniani* Acta Canonizationis Sanctorum habit. a Clemente XI. fol. Romæ 1720. 1. 50

Clementis XI. Pont. Max. Albani Epiſtolæ & Brevia ſelectiora. fol. 4. tom. Rom. 1724. 8. —

Concina Epiſtolæ Theologico Morales adverſus librum *P. Benzi* inſcript. Diſſertatio in Caſus reſervatos. 8. Ven. 1744. — 15

Corſini, *Eduardi*, Diſſertatio in qua dubia adverſus Minniſari Regis

 Num-

Nummum, & novam Arſacidarum Epocham a Froelichio propoſita diluuntur. 4. Rom. 1757. — 30

Corſini Epiſtola in qua Gotarzis Parthiæ Regis nummus hactenus ineditus explicatur, & plura Parthicæ hiſtoria capita illuſtrantur. 4. Rom. 1758. — 20

S. Epiphanii Salaminis in Cypro Epiſcopi de XII. Gemmis Rationalis ſummi Sacerdotis Hæbræorum liber ad Diodorum. Prodit nunc primum ex antiqua verſione latina opera & ſtudio Fr. Foggini, qui & notas adjecit. 4. Rom. 1743. — 35

Epiſtolæ Clarorum Virorum Theodori Prodromi gr. lat. Danthis, Petrarchæ, Colutii Salutati, Leonardi Aretini, Porcelli, Manzini de Motta, & Jacobi Cardinalis Sadoleti, Pontificum Rom. ſæc. XIII. ſcriptæ, Aonii Palearii, M. A. Mureti, Lambini, Lipſii, P. Morini nunc primum editæ, & notis illuſtratæ a P. Lazzari. 8. Rom. 1754. 1758. 2. tom. *Tomus ſecondus ſeparatim*. 2. —

De Florianis, *Horatii*, & *Luca* Terrænovæ Epiſtolæ, quibus Malpighii innumeri loci exponuntur, & proponuntur. Adjecta ſunt multa ad ejuſdem Vitam, atque opera attinentia nunquam antehac edita. 4. Romæ 1705. — 40

Fontanini, *Juſti*, Hiſtoriæ Litterariæ Aquilejenſis libri V. accedit Diſſertatio ejuſdem Auctoris de Anno emortuali S. Athanaſii Patriarchæ Alexandrini, necnon Virorum illuſtrium Provinciæ Fori Julii Catalogus, cum duplici Indice. Opus Poſt. 4. Ro. 1742. 1. 80

Georgii, *Dominici*, Vita Nicolai V. Pont. Max. ad Fidem Veterum Monumentorum. Accedit ejuſdem Diſquiſitio de Nicolai V. erga litteras, & Litteratos Viros patrocinio. 4. Romæ 1742. — 60

—— De Liturgia Romani Pontificis in ſolemni celebratione Miſſarum: ubi ſacra Myſteria ex antiquis codicibus præſertim Vaticanis, aliiſque monumentis plurimum illuſtr. 4. to. 2. & 3. Ro. 1743. 1744. 2. 60

Joanne (*Jo.*) Codex Diplomaticus Siciliæ, complectens Documenta a primo Chriſtianæ Religionis ſæculo ad noſtram uſque ætatem, notis, diſſertationibuſque illuſtrat. fol. Panormi 1743. 2. 50

Gori, *Ant. Fr.*, Symbolæ litterariæ, Opuſcula varia Philologica, ſcientifica, antiquaria, ſigna, lapides, numiſmata, gemmas, & monumenta medii ævi nunc primum edita complectentes. Dec. Romana. 8. to. x. cum fig. ære inciſ. Rom. 1754. 5. —

Gradonici, *Jo. Hier. Cl. Reg.*, S. Gregorius M. Pont. Rom. a criminationibus Caſimiri Oudini vindicatus. Acceſſit Diſſertatio Epiſtolaris de nova S. Gregorii M. editione procuranda, ſecundis curis retractata, & aucta. 8. Rom. 1753. — 40

Inſcriptiones Antiquæ Baſilicæ S. Pauli ad viam Oſtienſem. fol. Rom. 1654. — 70

Laderchii, *Jacobi*, Acta Sanctorum Chriſti Martyrum vindicata. 4. 2. to. Rom. 1728. 1. 50

Lanciſii *Jo. M.* de Motu Cordis & Aneuryſmatibus Opus poſth. in duos libros diviſum, editio Romana ſecunda quamplurimis acceſſionibus aucta, ſtudio, & opera Ant. Leprotti. 4. Rom. 1745. fig. 1. 20.

Lan.

Lanfredini, *Jacobi S. R. E. Card.*, Reſponſa juris ex ejus Codd. Mss. exſcerpta tom. I. Juris Canonici Reſponſa continens. fol. Rom. 1747. 1. —

Lauretana Synopſis. Sive Summorum Pontificum Conſtitutiones Sac. Congr. Lauretanæ reſolutiones ſuper Controverſiis Juriſdictionalibus inter Epiſcopum, & Gubernatorem Lauretanos, ac plurima dubia a SS. D. N. Benedicto XIV. Deciſa, cum Alphabetica Synopſi. 4. Rom. 1743. — 50

Marchinæ, *Marthæ Virginis Neapolitanæ*, Muſa Poſtuma. 8. Romæ 1662. — 5

Mazzocchi Epiſtola qua veterem inſcriptionem Chriſtianam nuper in Cœmeterio Prætextati detectam interpetratur, & illuſtrat. 4. Roma 1745. — 10

Moncliæ, *Fr. Thom. Vinc.*, De annis Jeſu Chriſti Servatoris, & de Religione utriuſque Philippi Auguſti Diſſertationes duæ, Tabulis æri inciſis illuſtratæ. 4. Romæ 1741. — 80

Ven. P. Monetæ Cremonenſis Ordinis Præd. S. P. Dominico æqualis, adverſus Catharos, & Valdenſes lib. V. quos ex Mſs. Codd. Vaticano, Bononienſi, & Neapolitano nunc primum edidit, notiſque perpetuis, & Diſſertationibus illuſtravit P. F. Thomas Auguſtinus Ricchinius. fol. Romæ 1743. 2. 50

Pacchioni, *Antonii*, Opera omnia Medica, & Anatomica: editio quarta novis Acceſſionibus auctior, preſertim Tabulis eleganter æri inciſis. 4. Romæ 1741. cum fig. — 80

Pacciaudi, *Paulli Mariæ Cl. R.*, Diatriba, qua Græci anaglyphi interpretatio traditur. 4. Rom. 1751. cum fig. — 30

—— Σκιαδιαφορήσμα, ſive de Umbellæ Geſtatione Commentarius. 4. Romæ 1752. cum fig. — 50

—— De Beneventano Cereris Auguſtæ Menſore Commentarius, cum notis & tab. æri inciſis. Romæ. 4. 1753. — 35

—— De Athletarum paleſtrica exercitatione Græocrum Commentar. 4. Rom. 1756. — 30

—— Ad Nummos Conſulares Triumviri Marci Antonii Animadverſiones philologicæ. Accedit explicatio Tabulæ Peloponnenſis. 4. Romæ. 1757. fig. — 35

—— Puteus Sacer agri Bononienſis juſſu SS. D. N. Benedicti XIV. P. M. Commentario illuſtratus. 4. Rom. 1757. — 25

—— De cultu s. Johannis Baptiſtæ Antiquitates Chriſtianæ. Accedit in Veterem Ordinis Hieroſolymitani Liturgiam Commentarius. 4. Romæ 1755. cum tab. æri inciſis. 2. 50

—— De Sacris Chriſtianorum Balneis Liber Singularis, ſecundis curis emendatior & auctior. 4. Rom. 1758. *cum fig.* 1. —

Piiſſimi in Deum Affectus cordis laudantis, pœnitentis, humilis, gratias agentis, amantis, petentis ex D. Auguſtini Confeſſionibus ſincere delecti. 12. Romæ 1748. — 20

Placentini De Sepulcro Bened. IX. P. M. in templo Monaſterii Cryptæ ferratæ detecto Diatriba, in qua ejuſdem Pontif. pius obitur vindicatur,

catur ; atque ad mss. Codices acta illuſtrantur ; & caſtigantur . 4. Romæ 1747. — 40

Poſini , *Petri* , Iſidorianæ collationes , quibus s. Iſidori Peluſiotæ epiſtolæ omnes hactenus editæ cum multis antiquis optimæ notæ Mss. Cod. comparantur ; & inde circiter bis mille locis ſuplentur, aut emendantur ex Bibliotheca Barberina . 8. Rom. 1670. — 80

De Probabiliſtarum querelis , Sermones II. ad Danielem Concinam . 4. Lucæ 1744. — 30

Precationes ante , & poſt Miſſam dicendæ , quæ ex Miſſali Rom. aliiſq. locis depromptæ emendatiores & Auctiores prodeunt. 12. Ro. 1757. rub nigr. — 10

Rigantii , *Joſephi* , de Protonotariis Apoſtolicis tam de numero participantium , necnon Titularibus , ſeu non participantium . fol. Romæ 1751. 1. —

Rondinini , *Philippi* , De S. Clemente Papa , & Martyre ejuſque Baſilica in Urbe Roma . Lib. II. 4. Rom. 1706. — 60

De Rotundis , *Petri* , De Victus ratione in febri acuta continua . 4. Rom. 1739. — 40

Stay *Bened.* Philoſophiæ recentioris verſibus traditæ lib. x. cum Notis P. Rogerii Joſ. Boſcovich . 8. tom. 2. Romæ 1755. 1. 20

—— Tomus ſecundus ſeparatim .

P. Terentii Comœdiæ ſex cum novis Prologis elegantiſſime ſcriptis editæ ab Academicis Latinis . 8. Romæ 1737. 1. 20

Victorii *Franc.* SS. Septem Dormientium hiſtoria , Diſſertatione , & Veteribus Monumentis Sacris , prophaniſque illuſtrata . 4. Ro. 1741. *cum fig.* — 50

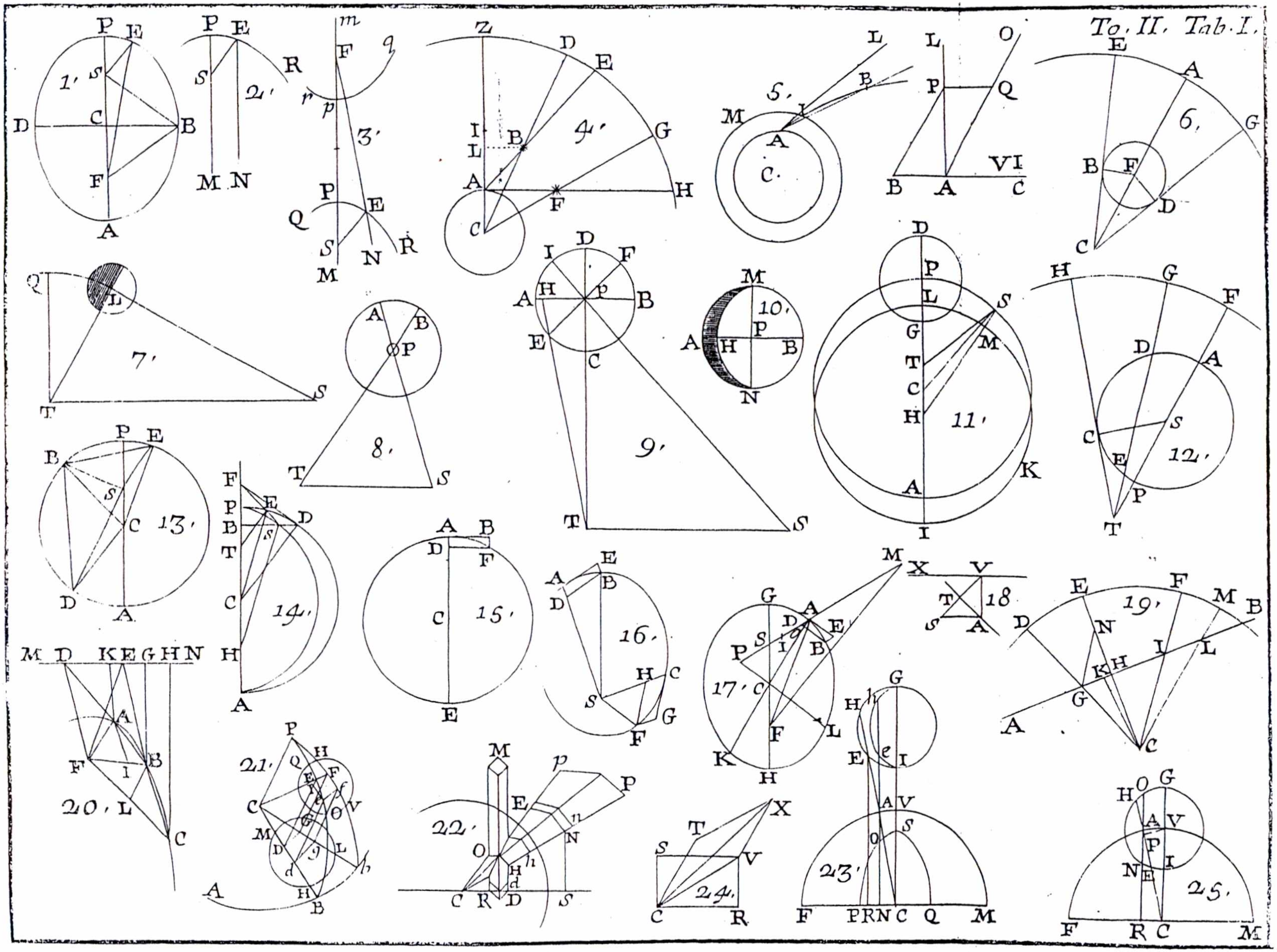
—— Diſſertatio Philologica , qua nonnulla Monumenta ſacræ Vetuſtatis deprompta , æri inciſa tabula vulgantur , expenduntur , illuſtrantur . 4. cum fig. Rom. 1751. — 50

—— Veteris Gemmæ ad Chriſtianum uſum Excalptæ . 4. Ro. 1760. — 15

P. Virgilii Maronis Codex Antiquiſſimus a Ruſio Turcio Aproniano v. c. diſtinctus , & emendatus , qui nunc Florentiæ in Bibliotheca Mediceo Laurentiana adſervatur bono publico typis deſcriptus an. 1741. cura Pet. Franc. Foggini . 4. Florentiæ .

De Vita , *Johannis* , Theſaurus Antiquitatum Beneventarum , in quo de Urbe Beneventana : de rebus ſacris veterum Beneventanorum : de tempore quo primum Beneventi ſuſcepta eſt Chriſtiana fides : de Antiquis Magiſtratibus Urbis Beneventanæ , de Collegiis veter. Beneventanor. de Via Trajana Benevento Brunduſium producta : de Auguſtis Viris qui Beneventum frequentarunt : de Re Litteraria : de Re Militari vet. Beneventanor. de Operibus publicis vet. Beneventi ; & de Sepulcralibus titulis veterum Chriſtianorum Beneventi extantibus . Accedunt . Diſſert. Joh. Baptiſtæ Paſſerii de veteri Anaglypho Beneventano ; & Pauli M. Pacciaudi de Beneventano Cereris auguſtæ menſore , & appendix omnium veterum Inſcriptionum Beneventanarum in proprias Claſſes diſtributarum , quibus etiam illuſtrandis breves notæ ſunt adjectæ fol. cum fig. Ro. 1754. 3. 50

FINIS



To. II. Tab. II.

